అధ్యాయం
8

సరూప త్రిభుజాలు (నోట్స్)

Prepared By : బలభద్ర సురేష్ PH NO-9866845885

పైథాగరస్

1. ఒక బహుభుజిలో భుజాలన్నీ మరియు కోణాలన్నీ సమానంగా ఉంటే దానిని క్రమ బహుభుజి అంటారు
2. ఒకే ఆకారమును కలిగి వుండి ఒకే పరిమాణము కలిగి వుండనవసరము లేని పటాలను సరూప పటాలు అంటారు .
3. త్రిభుజాల సరూపత : రెండు త్రిభుజాలు సరూపాలు కావాలంటే

   (i) వాటి అనురూపకోణాలు సమానంగా వుండాలి .

   (ii) వాటి అనూరూప భుజాలు ఒకే నిష్పత్తిలో వుండాలి (అనుపాతంలో వుండాలి)
4. ΔABC మరియు ΔPQR లలో

   (iii) $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$, $\angle C = \angle R$

   (iv) $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$ అయిన

   ΔABC, ΔPQR లు సరూపాలు అవుతాయి. దీనిని $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ అని వ్రాస్తాము .

   ('~' గుర్తును "Is similar to"అని చదువుతాము)

సరూప పటాలు- ఉదాహరణలు :

(i) అన్ని చతురస్రాలు ఎల్లప్పుడూ సరూపాలు

(ii) అన్ని సమబాహు త్రిభుజాలు ఎల్లప్పుడూ సరూపాలు

(iii) అన్ని వృత్తాలు ఎల్లప్పుడూ సరూపాలు

5. కో.కో.కో. సరూపకత: రెండు త్రిభుజాలలో కోణాలు సమానంగా వుంటే వాటి అనురూప భుజాల నిష్పత్తులు సమానంగా వుంటాయి(అనుపాతంలో వుంటాయి) ఇంకా ఆ రెండు త్రిభుజాలు సరూప త్రిభుజాలు।
6. కో.కో. సరూపకత: ఒక త్రిభుజములోని రెండు కోణములు వరుసగా వేరొక త్రిభుజము లోని రెండు కోణములకు సమానమైన ఆ రెండు త్రిభుజాలు సరూపాలు.
7. భు.భు.భు.సరూపకత : రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభజములోని భుజాలు వేరొక త్రిభుజములోని భుజాలకు అనుపాతములో వున్న ఆ రెండు త్రిభుజాలలోని అనురూప కోణాలు సమానము. ఇంకా ఆ రెండు త్రిభుజాలు సరూపాలు.
8. భు.కో.భు సరూపకత: ఒక త్రిభుజములోని ఒక కోణము, వేరొక త్రిభుజములోని ఒక కోణమునకు సమానమై, ఈ కోణాలను కలిగి వున్న భుజాలు అనుపాతంలో వుంటే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సరూపాలు.

9. 'రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాటి

(i) అనురూప భుజాల నిష్పత్తి యొక్క వర్గానికి సమానము.

(ii) అనురూప మధ్యగతాల నిష్పత్తి యొక్క వర్గానికి సమానము.

(iii) అనురూప ఉన్నతుల (లంబాల) నిష్పత్తి యొక్క వర్గానికి సమానము.

ప్రయత్నించండి

1. క్రింది ఖాళీలను సరూపాలు / సరూపాలు కావు చే పూరించండి.

(i) అన్ని చతురస్రాలు ఎల్లప్పుడూ సరూపాలు

(ii) అన్ని సమబాహు త్రిభుజాలు ఎల్లప్పుడూ సరూపాలు

(iii) అన్ని సమద్విబాహు త్రిభుజాలు సరూపాలు కావు

(iv) సమాన సంఖ్యలో భుజాలు కలిగిన రెండు బహుభుజులలో అనురూపకోణాలు సమానము మరియు,అనురూపభుజాలు సమానము అయిన అవి సరూపాలు

(v) పరిమాణము తగ్గించబదిన లేదా పెంచబడిన ఒక వస్తువు యొక్కఫోటోగ్రాఫ్‌లు సరూపాలు

(vi) రాంబస్ మరియు చతురస్రాలు ఒకదానికొకటి సరూపాలు కావు

2. క్రింది ప్రవచనాలు సత్యమో, అసత్యమో రాయండి.

(i) రెండు సరూపపటాలు సర్వసమానాలు→ అసత్యము .

(ii) రెండు సర్వసమాన పటాలు సరూపాలు→ సత్యము

(iii) రెండు బహుభుజులకు అనురూపకోణాలు సమానాలైన అవి సరూపాలు → సత్యము

3. ఈ క్రింది వాటికి రెండు వేరువేరు ఉదాహరణలివ్వండి

(i) సరూప పటాలు :

ఉదా : 1. అన్ని చతురస్రాలు 2. అన్ని వృత్తాలు . 3. అన్ని సమబాహు త్రిభుజాలు .

(ii) సరూప పటాలు కానివి:

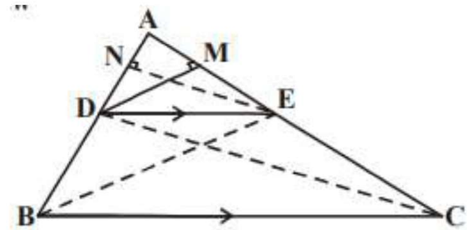
ఉదాహరణ : 1. చతురస్రం , దీర్ఘ చతురస్రం 2. దీర్ఘ చతురస్రం , సమచతుర్భుజం (రాంబస్)

ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము. (థేల్స్ సిద్ధాంతము)వ్రాసి నిరూపించుము

ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజానికి సమాంతరంగా గీసిన రేఖ మిగిలిన రెండు భుజాలను వేరువేరు బిందువులలో ఖండించిన, ఆ మిగిలిన రెండు భుజాలు ఒకే నిష్పత్తిలో విభజింపబడతాయి..

దత్తాంశము: ΔABC లో $DE \parallel BC$ మరియు DE రేఖ AB మరియు A C లను D మరియు E ల వద్ద ఖండిస్తున్నది

సారాంశము : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$



నిర్మాణము : B, E మరియు C, D లను కలిపితిని మరియు

DM $\perp$ AC , EN $\perp$ AB.

వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times$ భూమి $\times$ ఎత్తు

ఉపపత్తి : ΔADE వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times AD \times EN$

ΔBDE వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times BD \times EN$

$$\frac{(\text{ADE}) \text{ వైశాల్యం}}{(\text{BDE}) \text{ వైశాల్యం}} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times BD \times EN} = \frac{AD}{DB} \rightarrow (1)$$

ΔADE వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times \text{AE} \times \text{DM}$

ΔCDE వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times \text{EC} \times \text{DM}$

$$\frac{(\Delta\text{ADE}) \text{వైశాల్యం}}{(\Delta\text{CDE}) \text{వైశాల్యం}} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC} \rightarrow (2)$$

ΔBDE , ΔCDE లు ఒకే భూమి DE మరియు సమాంతర రేఖలు BC మరియు DE ల మధ్య గలవు

కావున (ΔBDE) వైశాల్యం = (ΔCDE)వైశాల్యం $\rightarrow (3)$

(1) (2) మరియు (3) ల నుండి

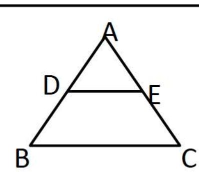
$$\frac{(\text{ADE}) \text{వైశాల్యం}}{(\text{BDE}) \text{వైశాల్యం}} = \frac{(ADE) \text{వైశాల్యం}}{(CDE) \text{వైశాల్యం}}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

సిద్ధాంతము నిరూపించబడింది

ΔABC లో DE $\parallel$ BC అయిన

(i) $\frac{\text{AD}}{\text{DB}} = \frac{\text{AE}}{\text{Ec}}$ (ii) $\frac{\text{AB}}{\text{AD}} = \frac{\text{AC}}{\text{AE}}$ (iii) $\frac{\text{AB}}{\text{DB}} = \frac{\text{AC}}{\text{EC}}$

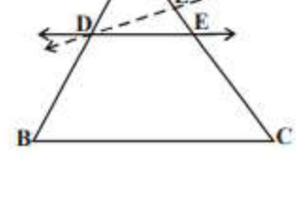


సిద్ధాంతము -8.2 :(ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము యొక్క విపర్యయము)

ఒక త్రిభుజములో ఏవైనా రెండు భుజాలను ఒకే నిష్పత్తిలో విభజించు సరళరేఖ, మూడవ భుజానికి సమాంతరంగా వుండును.

దత్తాంశము : ΔABC లో DE రేఖ $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ అగునట్లు గీయబడినది

సారాంశము : DE || BC



ఉపపత్తి : DE , BC కి సమాంతరము కాదు అనుకొనుము

అపుడు BC కి సమాంతరంగా DE^{I}ను గీయుము

ΔABC లో $\text{DE}^{\text{I}} \parallel$ BC

$\Rightarrow \dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE'}{E'C}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి)

కాని $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$ (దత్తాంశం)

$\therefore \dfrac{AE}{EC} = \dfrac{AE'}{E'C}$

$\Rightarrow \dfrac{AE}{EC} + 1 = \dfrac{AE'}{E'C} + 1$

$\Longrightarrow \dfrac{AE + EC}{EC} = \dfrac{AE' + E'C}{E'C}$

$\Rightarrow \dfrac{AC}{EC} = \dfrac{AC}{E'C}$

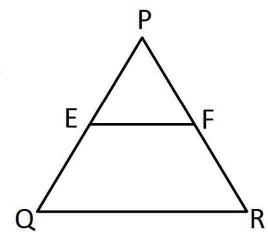
$\Rightarrow EC = E'C$

E మరియు E′ లు ఏకీభవిస్తాయి

$\therefore DE \parallel BC$

ప్రయత్నించండి

1. ΔPQR లో భుజాలు PQ మరియు PR లపై బిందువులు వరుసగా E మరియు F. ఈ క్రింది వాటిలో ప్రతీ సందర్భంలో EF ||QR అవునో , కాదో తెలపండి ?



(i) $PE = 3.9$ సెం .మీ.$EQ = 3$ సెం .మీ.$PF = 3.6$ సెం .మీ.మరియు $FR = 2.4$ సెం .మీ.

సాధన: $\dfrac{PE}{EQ} = \dfrac{3.9}{3} = 1.3$; $\dfrac{PF}{FR} = \dfrac{3.6}{2.4} = \dfrac{3}{2} = 1.5$

$\dfrac{PE}{EQ} \neq \dfrac{PF}{FR} \Rightarrow EF \nparallel QR$

(ii) $PE = 4$ సెం .మీ., $QE = 4.5$ సెం .మీ., $PF = 8$ సెం .మీ.మరియు $RF = 9$ సెం .మీ.

సాధన : $\dfrac{PE}{EQ} = \dfrac{4}{4.5} = \dfrac{40}{45} = \dfrac{8}{9}$; $\dfrac{PF}{FR} = \dfrac{8}{9}$

$\dfrac{PE}{EQ} = \dfrac{PF}{FR} \Rightarrow EF \parallel QR$

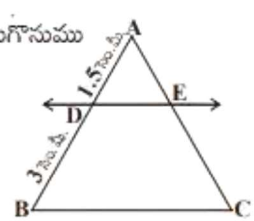
(iii) $PQ = 1.28$ సెం .మీ.$PR = 2.56$ సెం .మీ.$PE = 1.8$ సెం .మీ.మరియు $PF = 3.6$ సెం .మీ.

సాధన: $\dfrac{PQ}{PE} = \dfrac{1.28}{1.8} = \dfrac{128}{180} = \dfrac{32}{45}$; $\dfrac{PR}{PF} = \dfrac{2.56}{3.6} = \dfrac{256}{360} = \dfrac{64}{90} = \dfrac{32}{45}$

$\dfrac{PQ}{PE} = \dfrac{PR}{PF} \Rightarrow EF \parallel QR$

2. క్రింది పటాలలో DE || BC

(i) EC ని కనుగొనుము



సాధన: ΔABC లో $DE \parallel BC$

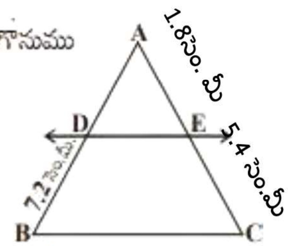
ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి

$$\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}} = \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EC}} \Rightarrow \frac{1.5}{3} = \frac{1}{\mathrm{EC}}$$

$$\Rightarrow \mathrm{EC} = \frac{1 \times 3}{1.5} = \frac{3}{1.5} = \frac{30}{15} = 2$$

$\therefore \mathrm{EC} = 2\ cm$

(ii) AD ని కనుగొనుము



సాధన : $In\ \Delta ABC$ లో DE ∥ BC

ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి

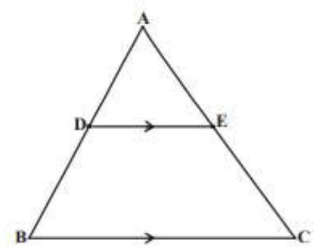
$$\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}} = \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EC}} \Rightarrow \frac{\mathrm{AD}}{7.2} = \frac{1.8}{5.4} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \mathrm{AD} = \frac{7.2}{3} = 2.4$$

$\therefore \mathrm{AD} = 2.4$ సెం.మీ

ఉదాహరణ – 1. ΔABC లో $DE \parallel BC$ మరియు $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{5}, AC = 5.6$సెం.మీ . అయిన AE విలువ ఎంత

సాధన: $AE = x$ అనుకొనుము



$\mathrm{EC} = \mathrm{AC} - \mathrm{AE} = 5.6 - x$

$\Delta\mathrm{ABC}$ లో $DE \parallel BC$

$\Rightarrow \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}} = \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EC}}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి)

$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{x}{5.6 - x}$

$\Rightarrow 3(5.6 - x) = 5x$

$\Rightarrow 16.8 - 3x = 5x$

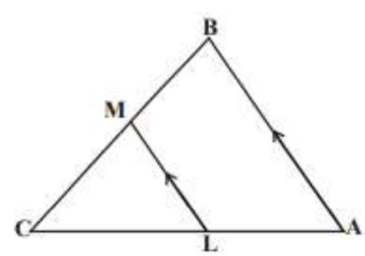
$\Rightarrow 8x = 16.8$

$\Rightarrow x = \frac{16.8}{8} = 2.1$

$\therefore \mathrm{AE} = 2.1$ సెం.మీ

ఉదాహరణ -2. ఇచ్చిన పటంలో LM || AB ; $\mathrm{AL} = x - 3, \mathrm{AC} = 2x, \mathrm{BM} = x - 2$ మరియు $\mathrm{BC} = 2x + 3$ అయిన x విలువను కనుగొనుము.

సాధన: $\Delta\mathrm{ABC}$ లో LM ∥ AB



$\Rightarrow \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AL}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{BM}}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి)

$\Rightarrow \frac{2x}{x - 3} = \frac{2x + 3}{x - 2}$

$\Rightarrow 2x(x - 2) = (2x + 3)(x - 3)$

$\Rightarrow 2x^2 - 4x = 2x^2 - 6x + 3x - 9$

$\Rightarrow -4x = -3x - 9$

$\Rightarrow -4x + 3x = -9$

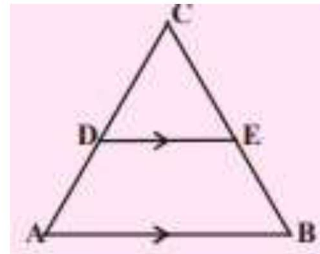
$\Rightarrow -x = -9 \quad \Rightarrow x = 9$

ఇవి చేయండి

1. ఇచ్చిన పటంలో x యొక్క ఏ విలువ(లు)కు DE || AB అగును ?

$AD = 8x + 9, CD = x + 3\ BE = 3x + 4, CE = x.$

సాధన: ΔABC లో DE ∥ BC



$\Rightarrow \frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{DA}} = \frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{EB}}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి)

$\Rightarrow \frac{x+3}{8x+9} = \frac{x}{3x+4}$

$\Rightarrow (x+3)(3x+4) = x(8x+9)$

$\Rightarrow 3x^2 + 4x + 9x + 12 = 8x^2 + 9x$

$\Rightarrow 8x^2 - 3x^2 - 4x - 12 = 0$

$\Rightarrow 5x^2 - 4x - 12 = 0$

$\Rightarrow 5x^2 - 10x + 6x - 12 = 0$

$\Rightarrow 5x(x-2) + 6(x-2) = 0$

$\Rightarrow (x-2)(5x+6) = 0$

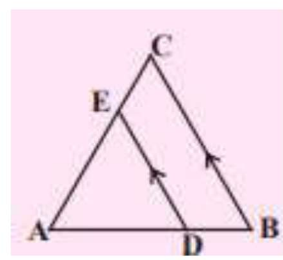
$\Rightarrow x - 2 = 0\ \ or\ \ 5x + 6 = 0$

$\Rightarrow x = 2\ \ or\ \ x = \frac{-6}{5}$

పొడవు ఋణాత్మకం కాదు కావున . $x = 2$

2. ΔABC లో DE || BC. AD = x, DB = $x - 2$, AE = $x + 2$ మరియు EC = $x - 1$. అయిన x విలువ కనుగొనుము

సాధన: ΔABC లో DE || BC



$\Rightarrow \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}} = \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EC}}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి)

$\Rightarrow \frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x-1}$

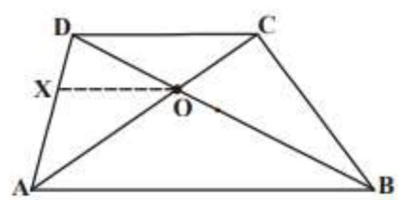
$\Rightarrow x(x-1) = (x+2)(x-2)$

$\Rightarrow x^2 - x = x^2 - 4$

$\Rightarrow x = 4$

ఉదాహరణ -3. ఒక చతుర్భుజము ABCD లో కర్ణములు 'O" బిందువు వద్ద ఖండించుకొనును మరియు $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$. ABCD ఒక ట్రెపీజియం అని చూపండి.

సాధన:



దత్తాంశము : చతుర్భుజము $ABCD$ లో $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

సారాంశము: ABCD ఒక ట్రెపీజియం.

నిర్మాణము : 'O" బిందువు గుండా AB కి సమాంతరంగా రేఖను గీసిన అది DA ను బిందువు 'X' వద్ద ఖండించును

ఉపపత్తి : In ΔDAB, XO || AB (నిర్మాణము నుండి)

$\Rightarrow \frac{\mathrm{AX}}{\mathrm{XD}} = \frac{\mathrm{BO}}{\mathrm{OD}}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి) $\rightarrow (1)$

కానీ $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ (దత్తాంశము)

$\Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO} \rightarrow (2)$

(1) మరియు (2) ల నుండి

$$\frac{AX}{XD} = \frac{AO}{CO}$$

ΔADC లో $\frac{AX}{XD} = \frac{AO}{OC}$ అగునట్లు XO రేఖ ఉన్నది

$\Rightarrow XO \parallel DC$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతవిపర్యయము నుండి)

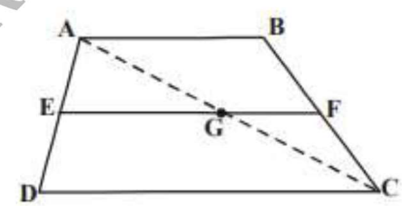
$\Rightarrow AB \parallel DC$

ABCD చతుర్భుజంలో AB || DC

$\Rightarrow$ ABCD ఒక ట్రపీజియం

ఉదాహరణ -4. ట్రపీజియం ABCD లో, AB || DC. E మరియు F బిందువులు వరుసగా $EF \parallel AB$ అగునట్లు సమాంతరం కాని భుజాలు AD, BC ల పై నున్నవి అయిన $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ అని చూపండి

సాధన : AC ను కలుపగా అది EF ను G వద్ద ఖండించినది



AB || DC మరియు EF || AB (దత్తాంశము)

$\Rightarrow$ EF || DC (ఒకే రేఖకు సమాంతరంగా నున్న రేఖలు సమాంతరాలు)

ΔADC లో EG || DC

$\Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{AG}{GC}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి) $\rightarrow (1)$

అదేవిధంగా ΔCAB లో GF || AB

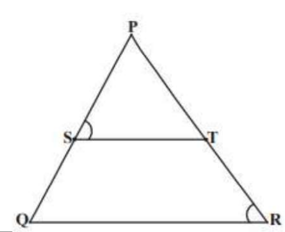
$\Rightarrow \frac{AG}{GC} = \frac{BF}{FC}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి) $\rightarrow (2)$

(1) , (2)ల నుండి

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$$

అభ్యాసము - 8.1

1. ΔPQR లో $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ అగునట్లు ST ఒక సరళరేఖ మరియు $\angle PST = \angle PRQ$. అయిన ΔPQR iఒక సమద్విబాహు త్రిభుజమని చూపండి .



సాధన: ΔPQR లో $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ అగునట్లు ST ఒక సరళ రేఖ

$\Rightarrow ST \parallel QR$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతవిపర్యయం నుండి)

$\angle PST = \angle PQR$ (సదృశ కోణాలు) $\rightarrow (1)$

But $\angle PST = \angle PRQ$ (దత్తాంశము) $\rightarrow (2)$

(1) మరియు (2)ల నుండి

$\angle PQR = \angle PRQ$

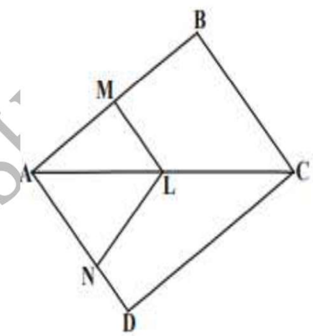
$\Rightarrow PR = PQ$ (సమాన కోణాలకు ఎదురుగా ఉండే భుజాలు సమానం)

ΔPQR లో $PR = PQ$

$\therefore \Delta PQR$ ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజం .

2. ఇచ్చిన పటంలో LM || CB మరియు LN || CD అయిన $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ అని చూపండి.

సాధన: ΔACB లో LM || CB



$$\Rightarrow \frac{AL}{LC} = \frac{AM}{MB} \left(\text{ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి}\right) \rightarrow (1)$$

ΔACD లో LN || CD

$$\Rightarrow \frac{AL}{LC} = \frac{AN}{ND} \left(\text{ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి}\right) \rightarrow (2)$$

(1) మరియు (2) ల నుండి

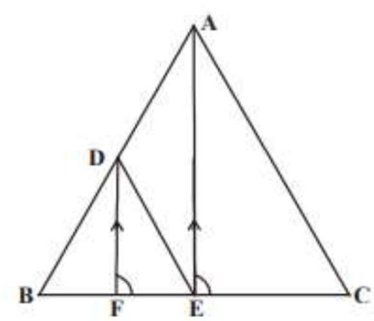
$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{ND}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AM + MB} = \frac{AN}{AN + ND}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$$

3. ఇచ్చిన పటంలో DE || AC మరియు DF || AE అయిన $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ అని చూపండి.

సాధన: ΔABC లో DE ∥ AC



$$\Rightarrow \frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC} \left(\text{ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి}\right) \rightarrow (1)$$

ΔAEB లో DF ∥ AE

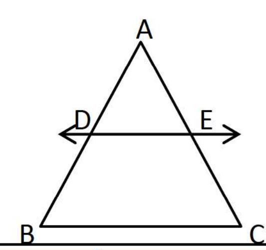
$$\Rightarrow \frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FE} \left(\text{ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి}\right) \rightarrow (2)$$

(1) మరియు (2) ల నుండి

$$\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$$

4. ఒక త్రిభుజములో ఒక భుజము మధ్య బిందువు గుండా పోయేరేఖ, రెండవ భుజానికి సమాంతరంగా వుంటే అది మూడవ భుజాన్ని సమద్విఖండన చేస్తుందని చూపండి. (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుపయోగించి).

సాధన: ΔABC లో AB మధ్యబిందువు D మరియు DE ∥ BC



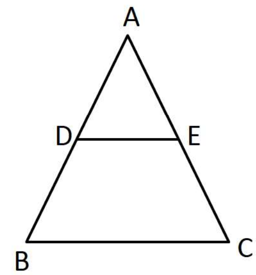
$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \left(\text{ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి}\right)$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{AE}{EC} \quad (\text{AB మధ్యబిందువు D కావున}, AD = DB)$$

$\Rightarrow AE = EC$
$\Rightarrow$ E అనేది AC మధ్య బిందువు
$\Rightarrow \overleftrightarrow{DE}$ రేఖ AC ని సమద్విఖండన చేస్తుంది

5. ఒక త్రిభుజములో రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండము మూడవ భుజానికి సమాంతరంగా వుంటుందని చూపండి. (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంత విపర్యయమునుపయోగించి)

సాధన:



దత్తాంశము : ΔABC లో AB మరియు AC మధ్యబిందువులు D, E

సారాంశము : $DE \parallel BC$

ఉపపత్తి : AB మరియు AC మధ్యబిందువులు D, E

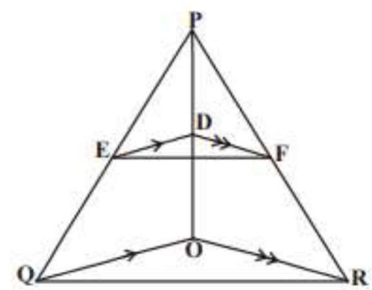
$AD = DB$ మరియు $AE = EC$

$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = 1$ మరియు $\frac{AE}{EC} = 1$

$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\Rightarrow DE \parallel BC$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంత విపర్యయం నుండి)

6. ఇచ్చిన పటములో $DE \parallel OQ$ మరియు $DF \parallel OR$. అయిన $EF \parallel QR$ అని చూపండి



సాధన: ΔPQO లో $ED \parallel QO$

$\Rightarrow \frac{PD}{DO} = \frac{PE}{EQ}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి) $\rightarrow (1)$

ΔPOR లో $DF \parallel OR$

$\Rightarrow \frac{PD}{DO} = \frac{PF}{FR}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి) $\rightarrow (2)$

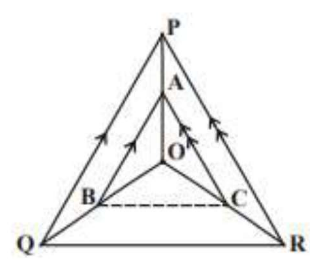
(1) మరియు (2) నుండి

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

$\Rightarrow EF \parallel QR$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంత విపర్యయం నుండి)

నిరూపించబడింది

7. ఇచ్చిన పటములో A, B మరియు C వరుసగా OP, OQ మరియు OR ల పై బిందువులు $AB \parallel PQ$ మరియు $AC \parallel PR$. అయిన $BC \parallel QR$ అని చూపండి.



సాధన:

ΔPQO లో $AB \parallel PQ$

$\Rightarrow \frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి) $\rightarrow (1)$

ΔPRO లో $AC \parallel PR$

$\Rightarrow \frac{OA}{AP} = \frac{OC}{CR}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి) $\rightarrow (2)$

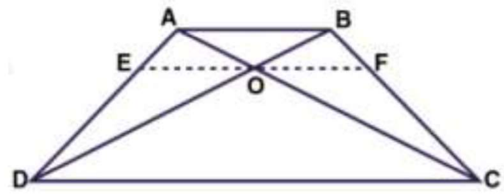
(1) మరియు (2) నుండి

$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$

$\Rightarrow BC \parallel QR$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంత విపర్యయం నుండి)

8. ట్రపీజియం ABCD లో AB||DC. దాని కర్ణములు పరస్పరం బిందువు '0" వద్ద ఖండించుకొంటాయి. అయిన $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ అని చూపండి.

సాధన:



దత్తాంశము : ట్రపీజియం ABCD లో AB||DC మరియు దాని కర్ణముల ఖండన బిందువు 'O'

సారాంశము : $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

నిర్మాణము : 'O' గుండా EF$\parallel AB \parallel DC$ అగునట్లు EF నిర్మించితిని.

ఉపపత్తి : ΔADC లో $EO \parallel DC$

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{OC} \rightarrow (1)$$

ΔADB లో $EO \parallel AB$

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BO}{OD} \rightarrow (2)$$

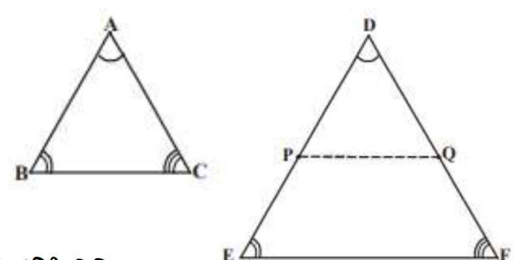
(1) మరియు (2) నుండి

$$\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD} \Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{OC}{OD} \Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$$

నిరూపించబడింది .

త్రిభుజాల సరూపకతకు కో.కో.కో నియమము

రెండు త్రిభుజాలలో అనురూప కోణాలు సమానంగా వుంటే, వాటి అనురూప భుజాల నిష్పత్తులు సమానంగా వుంటాయి (అనుపాతంలో వుంటాయి). ఇంకా ఆ రెండు భుజాలు సరూపత్రిభుజాలు అవుతాయి.



దత్తాంశము: : ΔABC , ΔDEF లలో

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ మరియు $\angle C = \angle F$

సారాంశము : $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

నిర్మాణము : $AB = DP$ మరియు $AC = DQ$ అగునట్లు DE మరియు DFల పై వరుసగా P మరియు Qలను గుర్తించి PQ కలిపితిని

ఉపపత్తి : ΔABC , ΔDPQ లలో

$AB = DP$ (నిర్మాణము)

$AC = DQ$ (నిర్మాణము)

$\angle A = \angle D$ (దత్తాంశము)

$\Delta ABC \cong \Delta DPQ$ (భు. కో. భు సర్వసమాన నియమం)

$\Rightarrow \angle B = \angle P$ (సర్వసమాన త్రిభుజాల సరూప భాగాలు సమానం)

కానీ $\angle B = \angle E$ (దత్తాంశం)

$\therefore \angle P = \angle E \Rightarrow PQ \parallel EF$

$\Rightarrow \frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF}$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి)

$\Rightarrow \frac{DP}{DP + PE} = \frac{DQ}{DQ + QF}$

$\Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$

$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

అదేవిధంగా $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

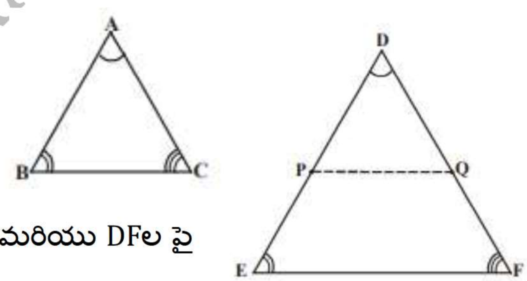
$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

నిరూపించబడింది.

కో. కో సరూపనియమం : ఒక త్రిభుజం లోని రెండు కోణాలు వరుసగా రెండవ త్రిభుజం లోని రెండు కోణాలకు సమానమైన ఆరెండు త్రిభుజాలు సరూపాలు.

త్రిభుజాల సరూపకతకు భు. భు. భు నియమము

రెండు త్రిభుజాలలో, ఒక త్రిభుజములోని భుజాలు వేరొక త్రిభుజములోని భుజాలకు అనుపాతములో వున్న ఆ రెండు త్రిభుజాలలోని అనురూప కోణాలు సమానము ఇంకా ఆ రెండు త్రిభుజాలు సరూపాలు.



దత్తాంశము : ΔABC, ΔDEF లలో

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} (< 1)$$

సారాంశము : $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

నిర్మాణము : $AB = DP$ మరియు $AC = DQ$ అగునట్లు DE మరియు DFల పై వరుసగా P మరియు Qలను గుర్తించి PQ కలిపితిని.

ఉపపత్తి: $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (దత్తాంశము)

$\Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$ (నిర్మాణము)

$\Rightarrow PQ \parallel EF$ (ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతవిపర్యయము నుండి)

$\angle P = \angle E$, $\angle Q = \angle F$ (సదృశ కోణాలు) మరియు $\angle D = \angle D$

$\Delta DPQ, \Delta DEF$ లలో అనూరుపకోణాలు సమానం

$\Rightarrow \Delta DPQ \sim \Delta DEF$

$\Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{PQ}{EF}$

$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{PQ}{EF}$ ($\because DP = AB, DQ = AC$)

$\Rightarrow \frac{BC}{EF} = \frac{PQ}{EF}$ (దత్తాంశము నుండి)

$\Rightarrow BC = PQ$

In $\Delta ABC, \Delta DPQ$

$AB = DP$ మరియు $AC = DQ$ (నిర్మాణము నుండి)

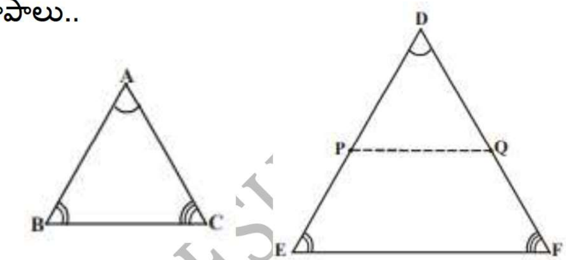
$BC = PQ$ (నిరూపించబడింది)

$\Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta DPQ$

So $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle P = \angle E$ మరియు $\angle C = \angle Q = \angle F$ (CPCT)

త్రిభుజాల సరూపకతకు భు. కో . భు నియమము

ఒక త్రిభుజములోని ఒక కోణము , వేరొక త్రిభుజములోని ఒక కోణమునకు సమానమై, ఈ కోణాలను కలిగి వున్న భుజాలు అనుపాతంలో వుంటే ఆ రెండు త్రిభుజాలు సరూపాలు..



దత్తాంశము : ΔABC , ΔDEF లలో

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} (< 1) \text{ మరియు } \angle A = \angle D$$

సారంశము : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

నిర్మాణము : $AB = DP$ మరియు $AC = DQ$ అగునట్లు DE మరియు DFల పై వరుసగా P మరియు Qలను గుర్తించి PQ కలిపితిని.

ఉపపత్తి : $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (దత్తాంశము)

$\Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$ (నిర్మాణము నుండి)

$\Rightarrow PQ \parallel EF$ మరియు $\Delta ABC \cong \Delta DPQ$

$\angle A = \angle D , \angle B = \angle P , \angle C = \angle Q$

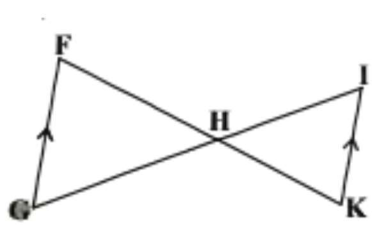
$\Rightarrow \angle A = \angle D , \angle B = \angle E , \angle C = \angle F$

$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF$ (కో. కో. కో. సరూపకత)

ప్రయత్నించండి

1. క్రింది త్రిభుజాలు సరూపాలా ? సరూపాలయితే ఏ నియమం ఆధారంగానో వివరించండి. .

(i)



ΔHFG , ΔHKI లలో

$\angle F = \angle K$ (ఏకాంతర కోణాలు)

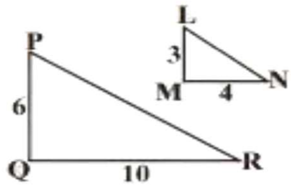
$\angle G = \angle I$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$\angle FHG = \angle KHI$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

$\Delta HFG \sim \Delta HKI$ (కో. కో. కో. సరూపకత)

(ii)

ii)

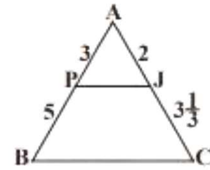


$\frac{PQ}{LM} = \frac{6}{3} = 2$ మరియు $\frac{QR}{MN} = \frac{10}{4} = 2.5$

$\frac{PQ}{LM} \neq \frac{QR}{MN}$

$\Rightarrow \Delta PQR$, ΔLMN లు సరూపాలు కావు

v)



ΔAXY , ΔABC లలో

$\frac{AX}{AB} = \frac{2}{5}$, $\frac{AY}{AC} = \frac{2}{5}$

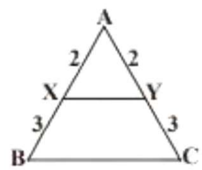
$\frac{AX}{AB} = \frac{AY}{AC}$

$\angle A = \angle A$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\Delta AXY \sim \Delta ABC$ (భు.కో.భు సరూపకత)

(iii)

(iv)



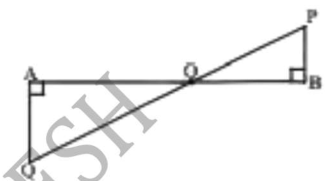
$\frac{AP}{AB} = \frac{3}{8}$; $\frac{AJ}{AC} = \frac{2}{\frac{16}{3}} = \frac{2 \times 3}{16} = \frac{3}{8}$

$\frac{AP}{AB} = \frac{AJ}{AC}$ మరియు

$\angle A = \angle A$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\Delta APJ \sim \Delta ABC$ (భు.కో.భు సరూపకత)

(v)



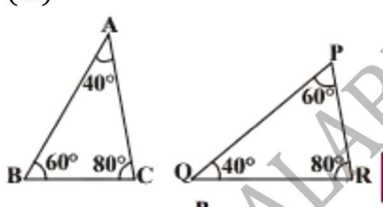
$In\ \Delta AOQ$, ΔBOP

$\angle A = \angle B = 90^0$

$\angle AOQ = \angle BOP$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

$\Delta AOQ \sim \Delta BOP$ (కో.కో. సరూపకత)

(vi)



$\angle A = \angle Q$,

$\angle B = \angle P$ మరియు

$\angle C = \angle R$

$\Delta ABC \sim \Delta QPR$ (కో.కో.కో. సరూపకత)

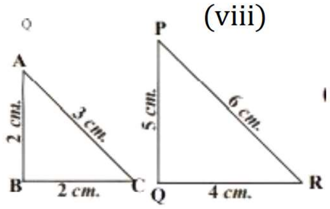
(vii)

$\frac{AB}{PQ} = \frac{2}{5}$, $\frac{BC}{QR} = \frac{2}{4}$

$\frac{AB}{PQ} \neq \frac{BC}{QR}$

ΔABC , ΔPQR లు సరూపాలు కావు

(viii)



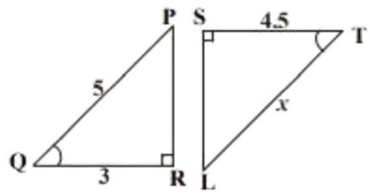
$\frac{AB}{PQ} = \frac{6}{2.5} = \frac{60}{25} = \frac{12}{5}$, $\frac{AC}{PR} = \frac{10}{5}$

$\frac{AB}{PQ} \neq \frac{AC}{PR}$

ΔABC , ΔPQR లు సరూపాలు కావు

2. ఈ క్రింది త్రిభుజాలు ఎందుకు సరూపాలో వివరించి అపుడు ‘x’ విలువను కనుగొనండి.

(i)



$\Delta PRQ, \Delta LST$ లలో

$\angle R = \angle S = 90^0$ (దత్తాంశము)

$\angle Q = \angle T$ (దత్తాంశము)

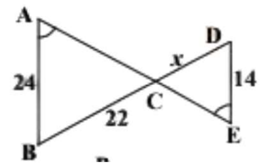
$\Delta PRQ \sim \Delta LST$ (కో. కో. సరూపకత)

$\Rightarrow \dfrac{LT}{PQ} = \dfrac{ST}{RQ}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{5} = \dfrac{4.5}{3}$

$\Rightarrow x = \dfrac{4.5}{3} \times 5 = 7.5$

(ii)



$\Delta PCQ, \Delta ACB$ లలో

$\angle C = \angle C$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\angle PQC = \angle ABC = 70^0$

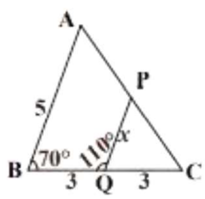
$\Delta PCQ \sim \Delta ACB$ (కో. కో. సరూపకత)

$\Rightarrow \dfrac{PQ}{AB} = \dfrac{CQ}{CB}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{5} = \dfrac{3}{6}$

$\Rightarrow x = \dfrac{3}{6} \times 5 = 2.5$

(iii)



$\Delta ABC, \ \Delta EDC$ లలో

$\angle A = \angle E$ (దత్తాంశము)

$\angle ACB = \angle ECD$ (శీర్షాభి ముఖ కోణాలు)

$\Delta ABC \sim \ \Delta EDC$ (కో. కో. సరూపకత)

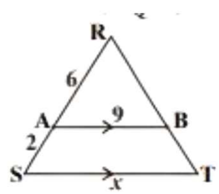
$\Rightarrow \dfrac{CD}{CB} = \dfrac{DE}{AB}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{22} = \dfrac{14}{24}$

$\Rightarrow x = \dfrac{14}{24} \times 22$

$\Rightarrow x = \dfrac{77}{6}$

(iv)



$In \ \Delta ARB, \ \Delta SRT$

$\angle R = \angle R$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\angle A = \angle S$ (సదృశ కోణాలు)

$\Delta ARB \sim \Delta SRT$ (కో. కో. సరూపకత)

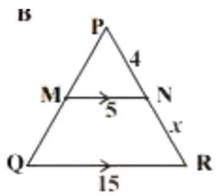
$\Rightarrow \dfrac{ST}{AB} = \dfrac{SR}{AR}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{9} = \dfrac{8}{6}$

$\Rightarrow x = \dfrac{8}{6} \times 9$

$\Rightarrow x = 12$

(v)



$\Delta PQR,\ \Delta PMN$ లలో

$\angle PQR = \angle PMN$ (సదృశ కోణాలు)

$\angle PRQ = \angle PNM$ (సదృశ కోణాలు)

$\Delta PQR \sim \Delta PMN$ (కో.కో. సరూపకత)

$\Rightarrow \dfrac{PR}{PN} = \dfrac{QR}{MN}$

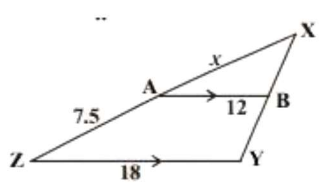
$\Rightarrow \dfrac{x+4}{4} = \dfrac{15}{5}$

$\Rightarrow x + 4 = \dfrac{15}{5} \times 4$

$\Rightarrow x + 4 = 12$

$\Rightarrow x = 8$

(vi)



ΔXZY, ΔXAB లలో

$\angle XZY = \angle XAB$ (సదృశకోణాలు)

$\angle XYZ = \angle XBA$ (సదృశ కోణాలు)

$\Delta XZY \sim \Delta XAB$ (కో.కో. సరూపకత)

$\Rightarrow \dfrac{XZ}{XA} = \dfrac{ZY}{AB}$

$\Rightarrow \dfrac{x+7.5}{x} = \dfrac{18}{12} = \dfrac{3}{2}$

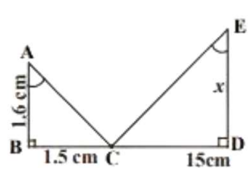
$\Rightarrow 2(x+7.5) = 3x$

$\Rightarrow 2x + 15 = 3x$

$\Rightarrow 3x - 2x = 15$

$\Rightarrow x = 15$

(vii)



$\Delta CDE, \Delta CBA$ లలో

$\angle D = \angle B = 90^0$(దత్తాంశము)

$\angle E = \angle A$ (దత్తాంశము)

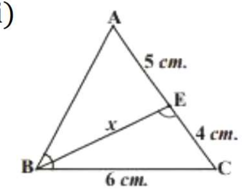
$\Delta CDE \sim \Delta CBA$ (కో.కో.సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{CD}{CB}$

$\Rightarrow \frac{x}{1.6} = \frac{15}{1.5} = 10$

$\Rightarrow x = 10 \times 1.6 = 16 \Rightarrow x = 16$

(viii)



$\Delta ABC, \Delta BEC$ లలో

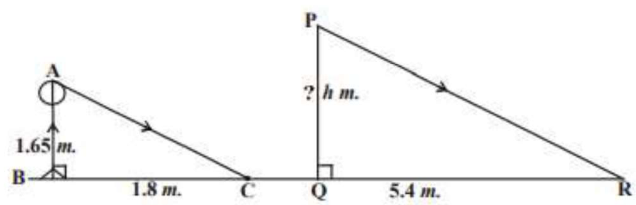
$\angle ABC = \angle BEC$ (దత్తాంశము)

$\angle C = \angle C$ (దత్తాంశము)

$\Delta ABC \sim \Delta BEC$ (కో.కో.సరూపకత)

x కనుగొనుటకు ఇచ్చిన వివరాలు సరిపోవు

ఉదాహరణ -5. 1.65మీ పొడవు గల ఒక వ్యక్తి నీడ పొడవు 1.8 మీ. అదే సమయంలో, ఒక దీపస్తంభము 5.4మీ. పొడవు గల నీడను ఏర్పరచిన, ఆ దీప స్థంభము పొడవు ఎంత?



సాధన : ΔABC మరియు ΔPQR లలో

$\angle B = \angle Q = 90^0$.

$\angle C = \angle R$ (AC || PR, ఏ సమయంలోనైనా సూర్యకిరణాలు సమాంతరాలు)

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (కో.కో.సరూపకత)

$\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC}$(సరూపత్రిభుజాల అనూరుప భుజాల నిష్పత్తులు సమానం)

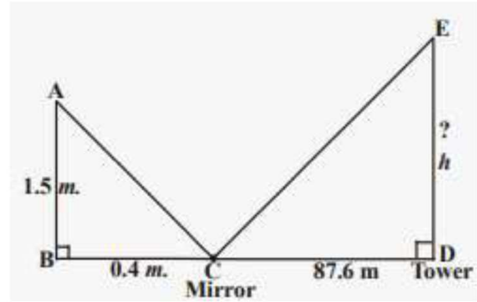
$\frac{PQ}{1.65} = \frac{5.4}{1.8} = 3$

$PQ = 3 \times 1.65 = 4.95$ మీ

ఆ దీప స్తంభము ఎత్తు =4.95 మీ

ఉదాహరణ -6. ఒక గోపురము నుండి 87.6 మీటర్ల దూరములో వుంచిన అద్దములో ఒక వ్యక్తి గోపుర శిఖరమును. చూసెను. అద్దము నేలపై ఊర్ధ్వ దిశలో వుంచబడినది మరియు ఆ వ్యక్తి అద్దము నుండి 0.4మీ దూరములో వున్నాడు. అతని కంటి చూపు భూమి నుండి 1.5 మీటర్ల ఎత్తులో నున్న ఆ గోపురము ఎత్తును కనుగొనుము?

సాధన : ΔABC మరియు ΔEDC లలో



$\angle ABC = \angle EDC = 90^0$

$\angle BCA = \angle DCE$ (పతన కోణము మరియు పరవర్తన కోణము సమానము)

$\Delta ABC \sim \Delta EDC$ (కో. కో. సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{CD}{BC}$

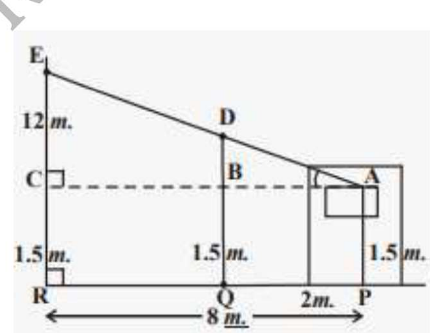
$\Rightarrow \frac{h}{1.5} = \frac{87.6}{0.4} = 219$

$h = 219 \times 1.5 = 328.5$ మీ

ఆ గోపురము ఎత్తు=328.5మీ .

ఉదాహరణ 7. గోపాల్ తన ఇంటి హాలు ప్రక్క అపార్టుమెంటు పై అంతస్థులోని కిటికీ వద్ద నిలుచునే వ్యక్తులకు ఎప్పుడూ కనిపిస్తూ వుంటోందని ఆందోళన పడుతున్నాడు. దాని కొరకు వారికి కనిపించకుండా వుండేటందుకు తన యింటి ప్రహారి గోడ ఎత్తు పెంచాలను కొన్నాడు. కొలతలు పటంలో ఈయబడ్డాయి. ప్రహారి గోడను ఎంత ఎత్తు వరకు నిర్మించాలి ?.

సాధన : ΔABD మరియు ΔACE లలో



$\angle B = \angle C = 90°$

$\angle A = \angle A$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\therefore \Delta ABD \sim \Delta ACE$ (కో. కో. సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AC}$

$\Rightarrow \frac{BD}{12} = \frac{2}{8}$

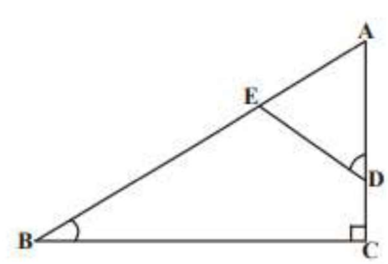
$\Rightarrow BD = \frac{2 \times 1.2}{8} = 0.3$ మీ.

ప్రహారీ గోడ ఎత్తు =1.5 మీ . + 0.3 మీ . = 1.8 మీ

అభ్యాసము -8.2

1. ఇచ్చిన పటంలో , $\angle ADE = \angle B$ (i) $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ అని చూపండి (ii) AD = 3.8 సెం .మీ., AE = 3.6సెం .మీ.BE = 2.1 సెం .మీ.BC = 4.2 సెం .మీ.అయిన DE పొడవును కనుగొనుము .

సాధన :



(i) ΔABC మరియు ΔADE లలో

$\angle ADE = \angle B$ (దత్తాంశము)

$\angle A = \angle A$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADE$ (కో. కో. సరూపకత)

(ii) $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

$$\Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$
$$\Rightarrow \frac{DE}{4.2} = \frac{3.8}{3.6 + 2.1}$$
$$\Rightarrow \frac{DE}{4.2} = \frac{3.8}{5.7}$$
$$\Rightarrow DE = \frac{38}{57} \times 4.2 = 2 \times 1.4 = 2.8 \text{ మీ.}$$

2. రెండు సరూప త్రిభుజాల చుట్టు కొలతలు వరుసగా 30 సెం.మీ మరియు 20 సెం.మీ మొదటి త్రిభుజములోని ఒక భుజము కొలత 12 సెం.మీ అయిన రెండవ త్రిభుజములో దాని అనురూపభుజము కొలతను కనుగొనండి.

సాధన : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ అనుకొనుము

ΔABC యొక్కచుట్టు కొలత $= AB + BC + CA = 30$సెం. మీ

ΔDEF యొక్క చుట్టు కొలత $= DE + EF + FD = 20$సెం. మీ

AB=12సెం .మీ. అనుకొనుము

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$
$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{AB + BC + AC}{DE + EF + DF} = \frac{30}{20}$$
$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{30}{20}$$
$$\Rightarrow DE = \frac{20}{30} \times 12 = 8 \text{సెం. మీ.}$$

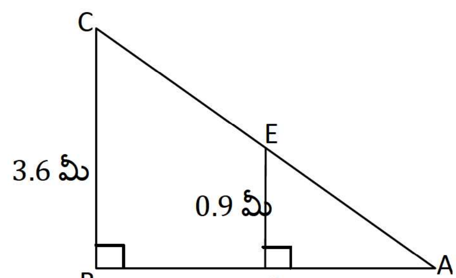
రెండవ త్రిభుజములో దాని అనురూపభుజము కొలత=8సెం .మీ.

$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r} = k$ అయితే
$\Rightarrow a = pk, b = qk, c = rk$
$\Rightarrow a + b + c = pk + qk + rk$
$\Rightarrow a + b + c = k(p + q + r)$
$\Rightarrow k = \frac{a + b + c}{p + q + r}$

రెండు సరూప త్రిభుజాల చుట్టు కొలతల నిష్పత్తి వాటి అనూరుప భుజాల నిష్పత్తి కి సమానం

3. 90 సెం.మీ ఎత్తు గల ఒక బాలిక దీపస్తంభము నుండి దూరముగా 1.2 మీ/సె. వేగముతో నడుచు చున్నది. దీప స్తంభము ఎత్తు 3.6 మీ అయిన 4 సెకండ్ల తరువాత ఏర్పడే ఆ బాలిక నీడ పొడవును కనుగొనుము.

సాధన :



దీపస్తంభము (BC)=3.6 మీ

బాలిక ఎత్తు (DE)=90సెం .మీ.=0.9 మీ

బాలిక నీడ పొడవు =AD

4 సెకండ్ల తరువాత దీపస్తంభము నుండి బాలికకు గల దూరం (BD)=వేగము × కాలం

$= 1.2 \times 4 = 4.8$ మీ

ΔADE మరియు ΔABC లలో

$\angle A = \angle A$ (ఉమ్మడి కోణం)

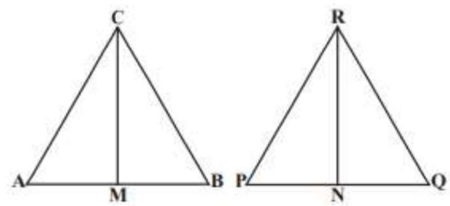
$\angle D = \angle B = 90^0$

$\Delta ADE \sim \Delta ABC$(కో. కో. సరూపకత)
$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AD+BD} = \frac{DE}{BC}$$
$$\Rightarrow \frac{AD}{AD+4.8} = \frac{0.9}{3.6} = \frac{1}{4}$$
$\Rightarrow 4AD = AD + 4.8$
$\Rightarrow 3AD = 4.8$
$\Rightarrow AD = 1.6$

4 సెకండ్ల తరువాత ఏర్పడే ఆ బాలిక నీడ పొడవు =1.6 m

4. CM మరియు RN లు వరుసగా సరూప త్రిభుజాలు ΔABC మరియు ΔPQR లలో గీయ బడిన మధ్యగత రేఖలు . అయిన



(i) $\Delta AMC \sim \Delta PNR$

(ii) $\frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ}$ (iii) $\Delta CMB \sim \Delta RNQ$ అని చూపండి

సాధన : $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \rightarrow (1)$$

CM మరియు RN లు ΔABC మరియు ΔPQR లలో గీయ బడిన మధ్యగత రేఖలు

$$AM = MB = \frac{AB}{2} \quad AB = 2AM = 2MB \rightarrow (2)$$
$$PN = NQ = \frac{PQ}{2} \quad PQ = 2PN = 2NQ \rightarrow (3)$$

(1),(2) మరియు (3) నుండి

$$\frac{2AM}{2PN} = \frac{AC}{PR} \quad \frac{AM}{PN} = \frac{AC}{PR} \rightarrow (4)$$

ΔAMC , ΔPNR లలో

$\angle A = \angle P$ ($\Delta ABC \sim \Delta PQR$)

$\frac{AM}{PN} = \frac{AC}{PR}$ ((4) నుండి)

$\therefore \Delta AMC \sim \Delta PNR$ (భు. కో. భు సరూపకత)-→(i)

$\Delta AMC \sim \Delta PNR$
$$\Rightarrow \frac{CM}{RN} = \frac{AC}{PR} = \frac{AM}{PN}$$
$$\Rightarrow \frac{CM}{RN} = \frac{2AM}{2PN} \Rightarrow \frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ} \rightarrow (ii)$$

ΔCMB , ΔRNQ లలో

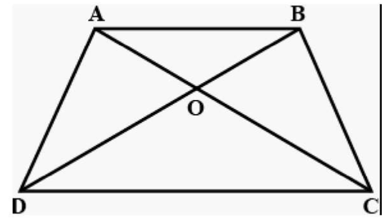
$\angle B = \angle Q$ ($\Delta ABC \sim \Delta PQR$)
$$\Rightarrow \frac{BM}{QN} = \frac{BC}{QR}$$

$\Delta CMB \sim \Delta RNQ$ (భు.కో.భు సరూపకత) →(iii)

5. ట్రెపీజియం ABCD లో AB || DC కర్ణములు AC మరియు BDలు బిందువు 'O'. వద్ద ఖండించుకొనును. త్రిభుజాల

సరూప నియమాలను ఉపయోగించుకొని $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ అని చూపండి.

సాధన : ΔOAB మరియు ΔOCD లలో



$\angle AOB = \angle COD$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

$\angle ABO = \angle CDO$ (ఏకాంతర కోణాలు)

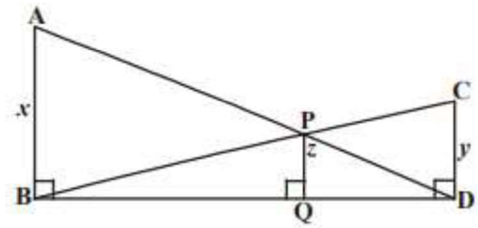
$\angle BAO = \angle DCO$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$\therefore\ \Delta OAB \sim \Delta OCD$ (కో.కో.కో సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ (సరూప త్రిభుజాల అనూరుప భుజాల నిష్పత్తులు సమానం)

6. AB, CD, PQ లు BD కి గీసిన లంబాలు. $AB = x$, $CD = y$ మరియు $PQ = Z$ అయిన $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$ అని చూపండి

సాధన :



ΔPQD మరియు ΔABD లలో

$\angle Q = \angle B = 90^0$

$\angle D = \angle D$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\Delta PQD \sim \Delta ABD$ (కో.కో.సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{PQ}{AB} = \frac{QD}{BD} \Rightarrow \frac{z}{x} = \frac{QD}{BD} \rightarrow (1)$

ΔPQB మరియు ΔCDB లలో

$\angle Q = \angle D = 90^0$

$\angle B = \angle B$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\Delta PQB \sim \Delta CDB$ (కో.కో.సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{PQ}{CD} = \frac{BQ}{BD} \Rightarrow \frac{z}{y} = \frac{BQ}{BD} \rightarrow (2)$

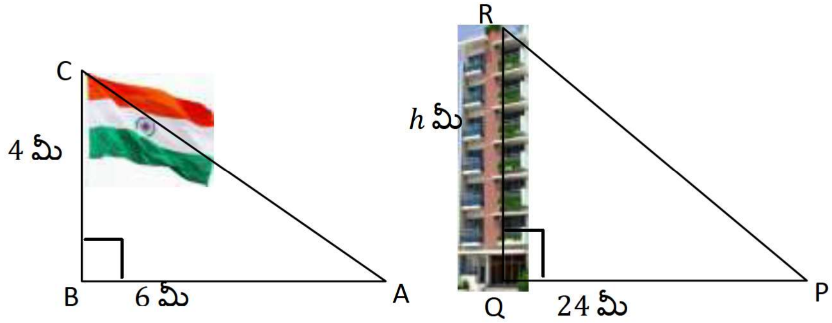
(1) + (2) నుండి

$$\frac{z}{x}+\frac{z}{y}=\frac{QD}{BD}+\frac{BQ}{BD}$$

$$\Rightarrow z\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{QD+BQ}{BD}=\frac{BD}{BD}=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$$

7. 4మీ. పొడవు గల ఒక జెండా స్తంభము మీ, పొడవు గల నీడను వర్చరచును. అదే సమయంలో దగ్గరలో గల ఒక భవనం 24మీ. పొడవు గల నీడను ఏర్పరచిన, ఆ భవనము ఎత్తు ఎంత?



సాధన :

ΔPQR మరియు ΔABC లలో

$\angle PQR = \angle ABC = 90^0$

$\angle P = \angle A$ (సూర్యకిరణాలు ఒకే సమయంలో సమాంతరంగా ఉంటాయి . $PR \parallel AC$)

$\Delta PQR \sim \Delta ABC$ (కో. కో. సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{QR}{BC} = \frac{PQ}{AB}$

$\Rightarrow \frac{h}{4} = \frac{24}{6}$

$\Rightarrow h = 4 \times 4 = 16$ మీ.

భవనం ఎత్తు =16మీ.

8. ΔABC మరియు ΔFEG లలో AB మరియు FE భుజాలపై D మరియు H బిందువులు వరుసగా ఏర్పడునట్లు $\angle$ACB మరియు $\angle$EGF లకు గీసిన కోణ సమద్విఖండన రేఖలు వరుసగా CD మరియు GH లు ఇంకా $\Delta ABC \sim \Delta FEG$ అయిన

$(i) \frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$ (ii) $\Delta DCB \sim \Delta HGE$ (iii) $\Delta DCA \sim \Delta HGF$

సాధన :CD మరియు GH లు $\angle ACB$ మరియు $\angle EGF$ యొక్క కోణ సమద్విఖండన రేఖలు

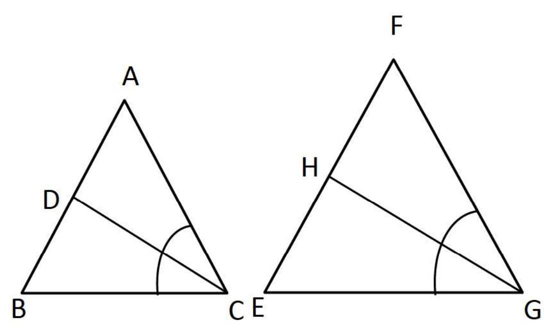
$\angle ACD = \angle BCD = \frac{1}{2}\angle ACB$

$\angle FGH = \angle EGH = \frac{1}{2}\angle FGE$

$\Delta ABC \sim \Delta FEG \Rightarrow \angle ACB = \angle FGE$ (స. త్రి. అ. కో. స)

$\Rightarrow \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2}\angle FGE$

$\Rightarrow \angle ACD = \angle BCD = \angle FGH = \angle EGH$->(1)



(i)

ΔACD మరియు ΔFGH

$\angle ACD = \angle FGH$ ((1) నుండి)

$\angle A = \angle F$ ($\Delta ABC \sim \Delta FEG$)

$\Delta ACD \sim \Delta FGH$ (కో. కో. సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$ (స. త్రి. అ. భు. ని. స.)

(ii) ΔDCB మరియు ΔHGE లలో

$\angle BCD = \angle EGH$ ((1) నుండి)

$\angle B = \angle E$ ($\Delta ABC \sim \Delta FEG$)

$\therefore \Delta DCB \sim \Delta HGE$ (కో. కో. సరూపకత)

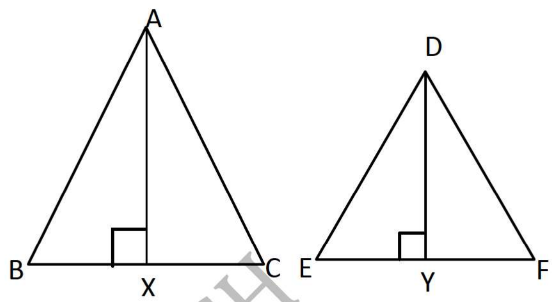
(iii) ΔDCA మరియు ΔHGF లలో

$\angle ACD = \angle FGH$ ((1) నుండి)

$\angle A = \angle F$ ($\Delta ABC \sim \Delta FEG$)

$\therefore \Delta DCA \sim \Delta HGF$ (కో.కో.సరూపకత)

9. ΔABC మరియు ΔDEF సరూప త్రిభుజాలలో గీసిన లంబాలు AX మరియు DY అయిన $AX : DY = AB : DE$ అని చూపుము.



సాధన : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ (దత్తాంశము)

$AX \perp BC$ మరియు $DY \perp EF$

ΔAXB మరియు ΔDYE లలో

$\angle AXB = \angle DYE = 90^0$

$\angle B = \angle E$ ($\Delta ABC \sim \Delta DEF$)

$\therefore \Delta AXB \sim \Delta DYE$ (కో.కో.సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{AX}{DY} = \frac{AB}{DE} \Rightarrow AX : DY = AB : DE$

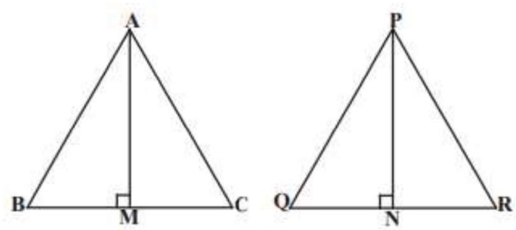
సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాలు

సిద్ధాంతము -8.6 : రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాటి అనూరుప భుజాల నిష్పత్తి వర్గమునకు సమానము .

దత్తాంశము : $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

సారంశము: $\frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta PQR)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{RP}\right)^2$

నిర్మాణము : $AM \perp BC$ మరియు $PN \perp QR$



ఉపపత్తి : $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (దత్తాంశము)

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \rightarrow (1)$

ΔABM మరియు ΔPQN లలో

$\angle B = \angle Q$ ($\because \Delta ABC \sim \Delta PQR$)

$\angle M = \angle N = 90^0$

$\therefore \Delta ABM \sim \Delta PQN$ (కో. కో. సరూపకత)

$\Rightarrow \frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ} \rightarrow (2)$

$$\frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta PQR)\text{వైశాల్యం}} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN} = \frac{BC}{QR} \times \frac{AM}{PN}$$

$$= \frac{BC}{QR} \times \frac{AB}{PQ} \text{ ((2)నుండి)}$$

$$= \frac{BC}{QR} \times \frac{BC}{QR}$$

$$\frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta PQR)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 \rightarrow (3)$$

(1),(3) ల నుండి

$$\frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta PQR)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{RP}\right)^2$$

ఉదాహరణ -8. రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాలు సమానమైన అవి సర్వసమాన త్రిభుజాలని చూపండి .

సాధన : $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$$\Rightarrow \frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta PQR)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{RP}\right)^2$$

కానీ (ΔABC) వైశాల్యం $=$ (ΔPQR) వైశాల్యం (దత్తాంశము)

$$\frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta PQR)\text{వైశాల్యం}} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{RP}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow AB^2 = PQ^2\,;\;\; BC^2 = QR^2;\;\; AC^2 = PR^2$$

$$\Rightarrow AB = PQ;\;\; BC = QR;\;\; AC = PR$$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR$ (భు.భు.భు. సర్వసమాన నియమం)

ఉదాహరణ -9. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ మరియు వాటి వైశాల్యాలు వరుసగా 64సెం .మీ.^{2} మరియు 121 సెం .మీ.^{2} . ఇంకా EF = 15.4 సెం .మీ., అయిన BC కొలతను కనుగొనుము .

సాధన : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta DEF)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2$$

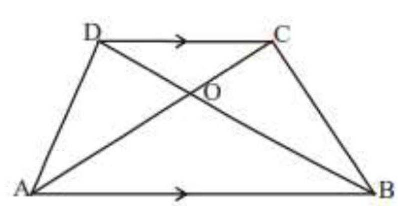
$$\frac{BC}{EF} = \sqrt{\frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta DEF)\text{వైశాల్యం}}} = \sqrt{\frac{64}{121}} = \frac{8}{11}$$

$$\frac{BC}{15.4} = \frac{8}{11}$$

$$BC = \frac{8}{11} \times 15.4 = 8 \times 1.4 = 11.2 \text{ సెం.మీ}$$

ఉదాహరణ -10. ట్రెపీజియం ABCD లో AB || DC, ఇంకా కర్ణములు ACమరియు BD లు ‘O’వద్ద ఖండించు కొంటాయి. AB = 2CD అయిన త్రిభుజములు AOB మరియు COD ల వైశాల్యముల నిష్పత్తిని కనుగొనండి

సాధన : ట్రెపీజియం ABCD, AB || DC మరియు AB = 2CD.



ΔAOB మరియు ΔCOD లలో

$\angle AOB = \angle COD$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

$\angle$ OAB = $\angle$OCD (ఏకాంతర కోణాలు)

ΔAOB ~ ΔCOD (కో. కో. సరూపకత)

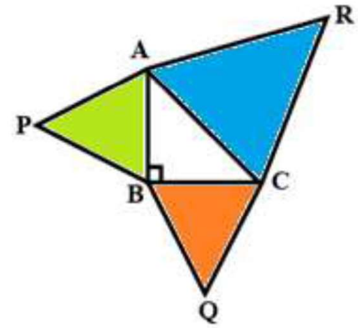
$$\frac{(\Delta AOB)\ \text{వైశాల్యం}}{(\Delta COD)\ \text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \left(\frac{2CD}{CD}\right)^2 = 2^2 = 4 = 4:1$$

(ΔAOB)వైశాల్యం: (ΔCOD)వైశాల్యం $= 4:1$

EXERCISE - 8.3

1. ఒక లంబకోణ త్రిభుజము మూడు భుజాలపై సమబాహు త్రిభుజాలు గీయబడ్డాయి.. కర్ణము మీద గీసిన త్రిభుజవైశాల్యము మిగిలిన రెండు భుజాల మీద గీసిన త్రిభుజాల వైశాల్యాల మొత్తమునకు సమానమని చూపండి.

సాధన :



భుజము"a" గా కలిగిన సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో

$\angle B = 90^0$ మరియు AB = c , BC = a, AC = b

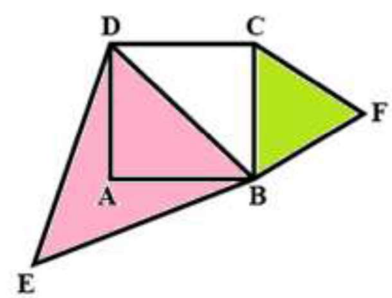
$b^2 = a^2 + c^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతము) $\rightarrow$ (1)

(ΔAPB)వైశాల్యం + (ΔBQC)వైశాల్యం $= \frac{\sqrt{3}}{4}c^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(c^2 + a^2) = \frac{\sqrt{3}}{4}b^2 = (\Delta ARC)$వైశాల్యం

2. ఒక చతురస్రము భుజముపై గీసిన సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యము, ఆ చతురస్ర కర్ణముపై గీసిన సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యములో సగము వుంటుందని చూపండి.

సాధన :



ABCD ఒక చతురస్రము మరియు BD కర్ణము

చతురస్ర భుజము $=a$;కర్ణము $=\sqrt{2}a$

ΔBCF మరియు ΔBDE లు సమబాహు త్రిభుజాలు

$\Delta BCF \sim \Delta BDE$

$$\Rightarrow \frac{(\Delta BCF)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta BDE)\text{వైశాల్యం}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}a)^2} = \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2}$$

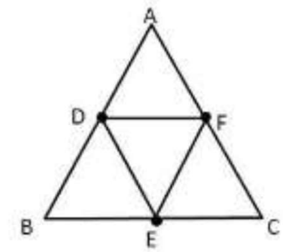
$\Rightarrow (\Delta BCF)$వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times (\Delta BDE)$వైశాల్యం

3. ΔABC లో BC, CA, AB భుజాల మధ్య బిందువులు వరుసగా D, E, F అయిన ΔDEF మరియు ΔABC ల వైశాల్యాల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

సాధన :

"ఒక త్రిభుజం లోని రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండం మూడవ భుజానికి

సమాంతరంగాను మరియు అందులో సగం ఉంటుంది "



ΔABC లో D, E, F లు వరుసగా BC, CA, AB భుజాల మధ్యబిందువులు

$$\Rightarrow DF = \frac{1}{2}BC; \quad EF = \frac{1}{2}AB; \quad DE = \frac{1}{2}AC$$

$$\Rightarrow \frac{DF}{BC} = \frac{1}{2}; \ \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2}; \ \frac{DE}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{DF}{BC} = \frac{EF}{AB} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{2}$$

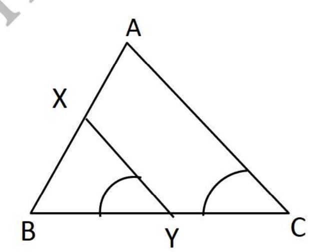
$\Rightarrow \Delta DEF \sim \Delta ABC$ (భు. భు. భు. సరూపకత)

$$\Rightarrow \frac{ar(\Delta DEF)}{ar(\Delta ABC)} = \left(\frac{DF}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$\therefore$ (ΔDEF) వైశాల్యం : (ΔABC)వైశాల్యం $= 1:4$

4. ΔABC లో $XY \parallel AC$ మరియు XY ఆ త్రిభుజాన్ని రెండు సమాన వైశాల్యాలు కల భాగాలుగా విభజించును.

అయిన $\frac{AX}{XB}$ నిష్పత్తిని కనుగొనండి.



సాధన :ΔABC లో $XY \parallel AC$ మరియు

XY ఆ త్రిభుజాన్ని రెండు సమాన వైశాల్యాలు కల భాగాలుగా విభజించును

(ΔBXY)వైశాల్యం $= (AXYC)$వైశాల్యం $\rightarrow (1)$

ΔABC మరియు ΔXBY లలో

$\angle ABC = \angle XBY$(ఉమ్మడి కోణం)

$\angle BCA = \angle BYX$ ($XY \parallel AC$,సదృశ కోణాలు)

$\Delta ABC \sim \Delta XBY$ (కో. కో. సరూపకత)

సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాటి అనూరుప భుజాల నిష్పత్తి వర్గమునకు సమానము కావున

$$\frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta XBY)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AB}{XB}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{(\Delta XBY)\text{వైశాల్యం} + (AXYC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta XBY)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AB}{XB}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{(\Delta XBY)\text{వైశాల్యం} + (\Delta XBY)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta XBY)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AB}{XB}\right)^2 \quad ((1) \text{ నుండి })$$

$$\Rightarrow \frac{2 \times (\Delta XBY)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta XBY)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AB}{XB}\right)^2$$

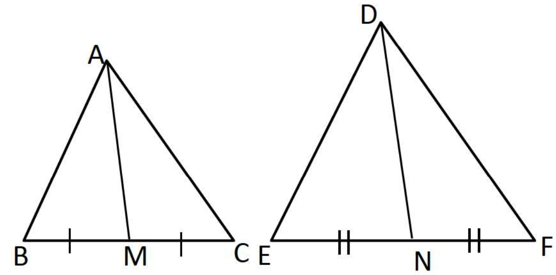
$$\Rightarrow \left(\frac{AB}{XB}\right)^2 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{XB} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{XB} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{AB - XB}{XB} = \frac{\sqrt{2} - 1}{1}$$
$$\Rightarrow \frac{AX}{XB} = \sqrt{2} - 1$$

5. రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాటి అనూరుప మధ్యగతాల నిష్పత్తి వర్గమునకు సమానమని చూపండి.



సాధన : దత్తాంశము $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ మరియు

AO మరియు DP మధ్యగతాలు

సారాంశము : $\frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta DEF)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AM}{DN}\right)^2$

ఉపపత్తి : AO మరియు DP మధ్యగతాలు

$$\Rightarrow BM = MC = \frac{BC}{2} \text{ మరియు } EN = NF = \frac{EF}{2} \rightarrow (1)$$
$$\Rightarrow 2BM = 2MC = BC \text{ మరియు } 2EN = 2NF = EF \rightarrow (2)$$
$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$ (సరూప త్రిభుజాల అనూరుప భుజాల నిష్పత్తులు సమానము)
$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{2BM}{2EN}$$ ((2)నుండి)
$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN} \rightarrow (3)$$

ΔABM మరియు ΔDEN లలో

$\angle B = \angle E$ ($\Delta ABC \sim \Delta DEF$)

$\frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN}$ ((1)నుండి)

$\Delta ABM \sim \Delta DEN$ (భు.కో.భు.సరూపకత)

$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN} \rightarrow (4)$$

సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాటి అనూరుప భుజాల నిష్పత్తి వర్గమునకు సమానము కావున

$$\Rightarrow \frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta DEF)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2$$
$$\Rightarrow \frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta DEF)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{AM}{DN}\right)^2$$ ((4) నుండి)

6. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. $BC = 3$సెం .మీ.$EF = 4$సెం .మీ.మరియు ΔABC వైశాల్యం $= 54$ చ.సెం .మీ.అయిన ΔDEF వైశాల్యమును కనుగొనుము.

సాధన : రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాటి అనూరుప భుజాల నిష్పత్తి వర్గమునకు సమానము కావున

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$
$$\Rightarrow \frac{(\Delta ABC)\text{ వైశాల్యం}}{(\Delta DEF)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2$$

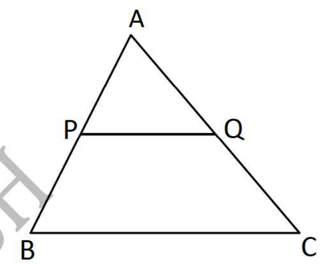
$$\Rightarrow \frac{54}{(\Delta DEF)\text{వైశాల్యం}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow (\Delta DEF)\text{వైశాల్యం} = \frac{54 \times 16}{9} = 96$$

ΔDEF వైశాల్యము=96చ. సెం .మీ.

7. త్రిభుజం ABC లో AB భుజాన్ని P వద్ద , AC భుజాన్ని Q వద్ద తాకునట్లు PQ ఒక సరళ రేఖ ఇంకా AP = 1 సెం .మీ.. మరియు BP = 3సెం .మీ.., AQ = 1.5 సెం .మీ.., CQ = 4.5 సెం .మీ.. అయిన ΔAPQ వైశాల్యం $= \frac{1}{16}$(ΔABC వైశాల్యము) అని చూపండి.

సాధన $\frac{AP}{BP} = \frac{1}{3}$ మరియు $\frac{AQ}{QC} = \frac{1.5}{4.5} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$



$$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతవిపర్యయము నుండి .

$PQ \parallel BC$

ΔAPQ , ΔABC లలో

$\angle A = \angle A$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\angle APQ = \angle ABC$ ($PQ \parallel BC$, సదృశ కోణాలు)

$\therefore \Delta APQ \sim \Delta ABC$ (కో.కో. సరూపకత)

$$\Rightarrow \frac{(\Delta APQ)\text{వైశాల్యము}}{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యము}} = \left(\frac{AP}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow (\Delta APQ)\text{వైశాల్యము} = \frac{1}{16} \times (\Delta ABC)\text{వైశాల్యము}$$

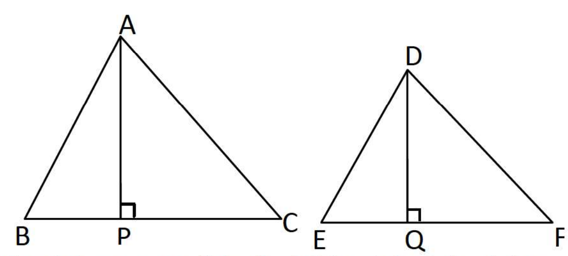
8. రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాలు 81చ.సెం .మీ. మరియు 49చ. సెం .మీ. పెద్ద త్రిభుజములో గీసిన లంబము పొడవు 4.5 సెం .మీఅయిన చిన్న త్రిభుజము లో దాని అనూరుప లంబము పొడవును కనుగొనండి.

సాధన : Let (ΔABC)వైశాల్యము =81చ.సెం .మీ.

(ΔDEF) వైశాల్యము =49 చ.సెం .మీ.

ΔABC యొక్క లంబము =AP=4.5 సెం .మీ.

ΔDEF యొక్క లంబము =DQ=?



రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాటి అనూరుప లంబాల నిష్పత్తి వర్గమునకు సమానము.

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\Rightarrow \frac{(\Delta ABC)\text{వైశాల్యము}}{(\Delta DEF)\text{వైశాల్యము}} = \left(\frac{AP}{DQ}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{81}{49} = \left(\frac{4.5}{DQ}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{4.5}{DQ} = \sqrt{\frac{81}{49}} = \frac{9}{7}$$

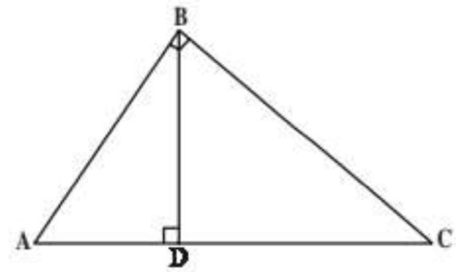
$$\Rightarrow DQ = \frac{4.5 \times 7}{9} = 3.5$$

చిన్న త్రిభుజము లో దాని అనూరుప లంబము పొడవు=3.5 సెం .మీ.

1. **బౌధాయన సిద్ధాంతము (పైథాగరస్ సిద్ధాంతము) వ్రాసి నిరూపించుము .**

సాధన : బౌధాయన సిద్ధాంతము (పైథాగరస్ సిద్ధాంతము)

"ఒక లంబ కోన త్రిభుజంలో కర్ణము మీది వర్గము, మిగిలిన రెండు భుజాల వర్గాల మొత్తానికి సమానం ".



దత్తాంశము : ΔABC లో $\angle B = 90^0$

సారాంశము : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

నిర్మాణము : $BD \perp AC$ గీచితిని

ఉపపత్తి : $\Delta ADB, \Delta ABC$ లలో

$\angle A = \angle A$ (ఉమ్మడి కోణం)

$\angle ADB = \angle ABC = 90^0$

$\Delta ADB \sim \Delta ABC$ (కో .కో సరూపత నియమం)

$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ (సరూప త్రిభుజాల భుజాలు అనుపాతం లో ఉంటాయి)

$\Rightarrow AD \times AC = AB^2 \rightarrow (1)$

అదే విధంగా

$\Delta BDC \sim \Delta ABC$ (కో .కో సరూపత నియమం)

$\Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow DC \times AC = BC^2 \rightarrow (2)$

$(1)+(2) \Rightarrow AD \times AC + DC \times AC = AB^2 + BC^2$

$AC \times (AD + DC) = AB^2 + BC^2$

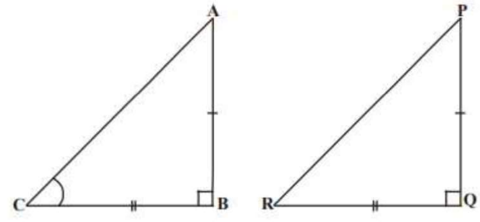
$AC \times (AC) = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

2. **బౌధాయన సిద్ధాంతము (పైథాగరస్ సిద్ధాంతము)యొక్క విపర్యయ సిద్ధాంతం వ్రాసి నిరూపించుము .**

సాధన : బౌధాయన సిద్ధాంతము (పైథాగరస్ సిద్ధాంతము)యొక్క విపర్యయ సిద్ధాంతం:

"ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజము మీది వర్గము మిగిలిన రెండు భుజాల వర్గాల మొత్తానికి సమానమైన, మొదటి భుజానికి ఎదురుగా వుండే కోణము లంబకోణము అనగా ఆ త్రిభుజము లంబకోణ త్రిభుజంఅవుతుంది ".



దత్తాంశము : ΔABC లో $AC^2 = AB^2 + BC^2$

సారాంశము : $\angle B = 90^0$

నిర్మాణము : $PQ = AB$, $QR = BC$ మరియు $\angle Q = 90^0$.

అగునట్లు ΔPQR ని నిర్మించితిని

ఉపపత్తి :ΔPQR లో $\angle Q = 90^0$

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

$PR^2 = AB^2 + BC^2$ (నిర్మాణము నుండి)

$= AC^2$ (దత్తాంశము నుండి $AC^2 = AB^2 + BC^2$)

$\therefore$ PR= AC

ΔABC మరియు ΔPQR లలో

$AB = PQ$ (నిర్మాణము)

$BC = QR$ (నిర్మాణము)

$AC = PR$ (నిరూపించబడింది)

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR$ (భు.భు.భు.సర్వసమానత్వ నియమం)

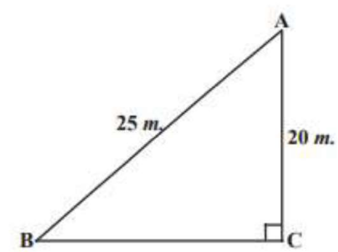
$\therefore \angle B = \angle Q$ (సర్వసమాన త్రిభుజాల సదృశ భాగాలు)

కానీ $\angle Q = 90°$ (నిర్మాణం నుండి)

$\therefore \angle B = 90°$.

ఉదాహరణ -11. 25మీ పొడవుగల ఒక నిచ్చెన, గోడపై 20మీ ఎత్తున గల ఒక కిటికీని తాకుచున్నది. అయిన ఆ నిచ్చెన అడుగు భాగము నేలపై గిడా నుండి ఎంత దూరము లో నున్నది.

సాధన : In ΔABC, $\angle C = 90°$



$\Rightarrow AC^2 + BC^2 = AB^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

$\Rightarrow 20^2 + BC^2 = 25^2$

$\Rightarrow 400 + BC^2 = 625$

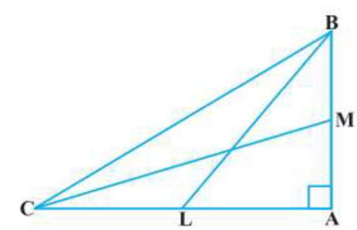
$\Rightarrow BC^2 = 625 - 400 = 225$

$\Rightarrow BC = \sqrt{225} = 15$

నిచ్చెన అడుగు భాగము నేలపై గోడ నుండి 15మీ. దూరములో నున్నది.

ఉదాహరణ -12. లంబకోణ త్రిభుజము ABC లో శీర్షము 'A'వద్ద లంబకోణము కలదు.BL మరియు CM లు దీనిలో మధ్యగత రేఖలు అయిన

$4(BL^2 + CM^2) = 5BC^2$ అనిచూపండి .



సాధన : BL మరియు CM లు ΔABC యొక్క మధ్యగత రేఖలు

$\Rightarrow$ L, M అనేవి AC, AB ల మధ్య బిందువులు

$\Rightarrow CL = AL = \frac{AC}{2}$ మరియు $BM = AM = \frac{AB}{2}$

ΔABC లో $\angle A = 90°$

$BC^2 = AC^2 + AB^2$(పైథాగరస్ సిద్ధాంతం) $\rightarrow (1)$

ΔABC లో $\angle A = 90^0$.

$BL^2 = AL^2 + AB^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

$\Rightarrow BL^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + AB^2$

$\Rightarrow BL^2 = \frac{AC^2}{4} + AB^2$

$\Rightarrow 4BL^2 = AC^2 + 4AB^2 \rightarrow (2)$

ΔMAC లో $\angle A = 90^0$.

$CM^2 = AC^2 + AM^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

$\Rightarrow CM^2 = AC^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$

$\Rightarrow CM^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4}$

$\Rightarrow 4CM^2 = 4AC^2 + AB^2 \rightarrow (3)$

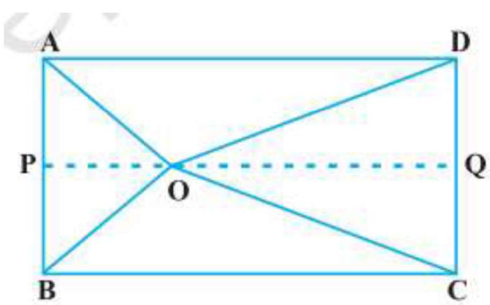
(2)+(3)$\Rightarrow 4BL^2 + 4CM^2 = AC^2 + 4AB^2 + 4AC^2 + AB^2$

$\Rightarrow 4(BL^2 + CM^2) = 5AC^2 + 5AB^2$

$\Rightarrow 4(BL^2 + CM^2) = 5(AC^2 + AB^2)$

$\Rightarrow 4(BL^2 + CM^2) = 5BC^2$ ((1)నుండి)

ఉదాహరణ -13. దీర్ఘచతురస్రం ABCD అంతరంలో ఏదైనా బిందువు 'O'అయిన $OB^2 + OD^2 = OA^2 + OC^2$ అని చూపండి.



సాధన : PQ || BC అగునట్లు 'O' బిందువు గుండా PQ రేఖను గీచితిని

$\therefore PQ \perp AB$ & $PQ \perp DC$ ($\because \angle B = \angle C = 90°$)

కావున , $\angle BPQ = 90^0$ & $\angle CQP = 90^0$

$\therefore$ BPQC మరియు APQD లు రెండు దీర్ఘచతురస్రాలు

ΔOPB లో $\angle P = 90°$

$OB^2 = BP^2 + OP^2 \rightarrow (1)$

ఆదేవిధంగా

ΔOQD నుండి $OD^2 = OQ^2 + DQ^2 \rightarrow (2)$

ΔOQC నుండి $OC^2 = OQ^2 + CQ^2 \rightarrow (3)$

ΔOPA నుండి $OA^2 = AP^2 + OP^2 \rightarrow (4)$

(1)+(2)$\Rightarrow OB^2 + OD^2 = BP^2 + OP^2 + OQ^2 + DQ^2$

$= CQ^2 + OP^2 + OQ^2 + AP^2$ ($\because BP = CQ$ మరియు $DQ = AP$)

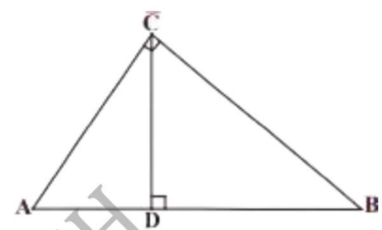
$= (AP^2 + OP^2) + (OQ^2 + CQ^2)$

$= OA^2 + OC^2$ ((3) &(4) ల నుండి)

ఇవి చేయండి

1. ΔACB లో $\angle C = 90^0$, $CD \perp AB$ అయిన $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$ అని నిరూపించండి .

సాధన : ΔACB , ΔADC లలో



$\angle ACB = \angle ADC = 90^0$

$\angle A = \angle A$

$\therefore \Delta ACB \sim \Delta ADC$ (కో. కో. సరూపత నియమం)

$\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC^2 = AB \times AD \rightarrow (1)$

ΔACB , ΔCDB లలో

$\angle ACB = \angle CDB = 90^0$

$\angle B = \angle B$

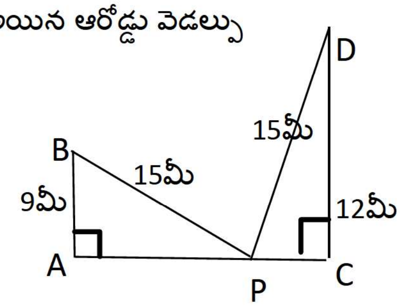
$\therefore \Delta ACB \sim \Delta CDB$ (కో. కో. సరూపత నియమం)

$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BD} \Rightarrow BC^2 = AB \times BD \rightarrow (2)$

$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{BC^2}{AC^2} = \frac{AB \times BD}{AB \times AD}$

$\Rightarrow \frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$

2. 15మీ పొడవు గల ఒక నిచ్చెన రోడ్డుపై ఒక వైపు నున్న భవనంపై నేలనుండి 9 మీ ఎత్తున గల కిటికీని తాకును. నిచ్చెన అడుగుభాగమును అదే ప్రదేశములో ఉంచి నిచ్చెనను రోడ్డుకు అవతలి వైపున ఉన్న భవనము వైపునకు తిప్పిన దానిపై నేలనుండి 12 మీ ఎత్తున గల కిటికీని తాకును. అయిన ఆరోడ్డు వెడల్పు ను కనుగొనుము.



సాధన :

నిచ్చెన పొడవు =PD=PB=15మీ

మొదటి కిటికీ ఎత్తు =AB=9మీ

రెండవ కిటికీ ఎత్తు =PD=12మీ

ΔPAB నుండి

$AP^2 + AB^2 = PB^2$

$\Rightarrow AP^2 + 9^2 = 15^2$

$\Rightarrow AP^2 + 81 = 225$

$\Rightarrow AP^2 = 225 - 81 = 144$

$\Rightarrow AP = 12$మీ

ΔPCD నుండి

$PC^2 + CD^2 = PD^2$

$\Rightarrow PC^2 + 12^2 = 15^2$

$\Rightarrow PC^2 + 144 = 225$

$\Rightarrow PC^2 = 225 - 144 = 81$

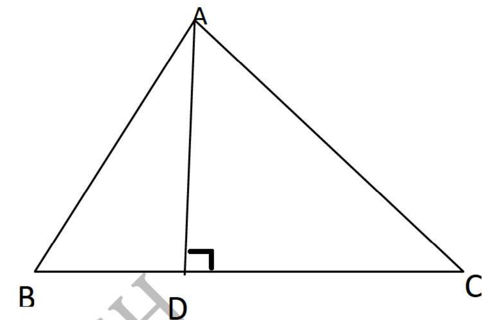
$\Rightarrow PC = 9$మీ

AC=AP+PC=12+9=21మీ .

ఆరోడ్డు వెడల్పు =21మీ

3. ఇచ్చిన పటంలో $AD \perp BC$ అయిన $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$ అని చూపండి.

సాధన : ΔADB లో $\angle D = 90^0$



$AD^2 + BD^2 = AB^2$

$\Rightarrow AD^2 = AB^2 - BD^2 \rightarrow (1)$

ΔADC లో $\angle D = 90^0$

$AD^2 + CD^2 = AC^2$

$\Rightarrow AD^2 = AC^2 - CD^2 \rightarrow (2)$

(1) మరియు (2)ల నుండి

$AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$

$AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$

ఉదాహరణ -14. ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణము, దాని అతి చిన్న భుజము రెట్టింపుకన్న 6మీ ఎక్కువ మూడవ భుజము కర్ణము కన్నా 2 మీ తక్కువ అయిన ఆ త్రిభుజ భుజాలను కనుగొనుము .

సాధన : అతిచిన్న భుజము $= x$ మీ అనుకొనుము

కర్ణము $= (2x + 6)$మీ

మూడవ భుజము $= (2x + 6 - 2)$మీ $= (2x + 4)$మీ .

పైథాగరస్ సిద్ధాంతము నుండి

$(\text{భుజము})^2 + (\text{భుజము})^2 = (\text{కర్ణము})^2$

$(x)^2 + (2x+4)^2 = (2x+6)^2$

$x^2 + 4x^2 + 16x + 16 = 4x^2 + 24x + 36$

$x^2 + 4x^2 + 16x + 16 - 4x^2 - 24x - 36 = 0$

$x^2 - 8x - 20 = 0$

$(x-10)(x+2) = 0$

$x - 10 = 0$ లేదా $x + 2 = 0$

$x = 10$ లేదా $x = -2$

$\Rightarrow x = 10$ (త్రిభుజ భుజము ఋణ విలువ కాదు)

అతిచిన్న భుజము $= x$ m=10m

కర్ణము $= (2x + 6)$మీ $= (2 \times 10 + 6)$మీ $= 26$మీ

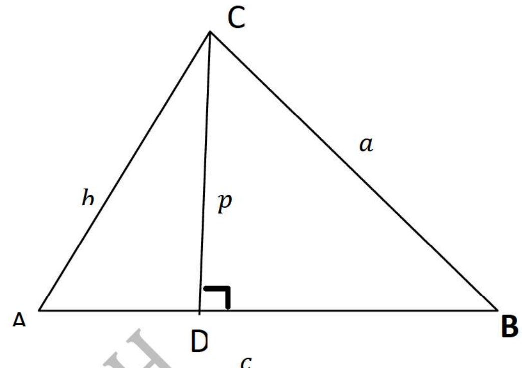
మూడవ భుజము $=(2x + 4)$మీ $= (2 \times 10 + 4)$మీ $= 24$మీ .

కావలసిన త్రిభుజ భుజాలు 10మీ , 26మీ మరియు 24మీ .

ఉదాహరణ -15. లంబకోణ త్రిభుజము ABC లో లంబకోణము శీర్షము 'C' వద్ద కలదు . BC = a, CA = b, AB = c అనుకొనుము. ఇంకా శీర్షము 'C' నుండి AB కి గీసిన లంబము పొడవు p అయిన

(i) pc = ab (ii) $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ అని చూపండి

సాధన :



(i) $CD \perp AB$ మరియు $CD = p$

AB ని భూమి గా తీసుకుంటే

ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times AB \times CD$

$= \frac{1}{2} \times c \times p = \frac{1}{2} cp \rightarrow (1)$

BC భూమి గా తీసుకుంటే

ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times BC \times AC$

$= \frac{1}{2} \times a \times b = \frac{1}{2} ab \rightarrow (2)$

(1), (2) ల నుండి

$\frac{1}{2} cp = \frac{1}{2} ab$

$\Rightarrow cp = ab$

(ii) In $\Delta ABC, \angle C = 90^0$

$AB^2 = BC^2 + AC^2$

$c^2 = a^2 + b^2$

$\left(\frac{ab}{p}\right)^2 = a^2 + b^2$

$\frac{a^2 b^2}{p^2} = a^2 + b^2$

$\frac{1}{p^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}$

$\frac{1}{p^2} = \frac{a^2}{a^2 b^2} + \frac{b^2}{a^2 b^2}$

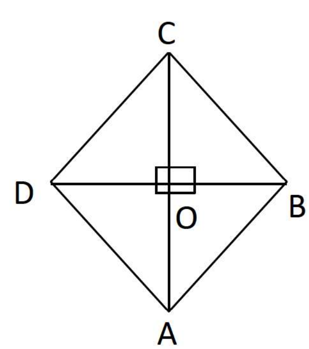
$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} \quad \Rightarrow \frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

(i)నుండి cp=ab $\Rightarrow$ c= $\frac{ab}{p}$

అభ్యాసము - 8.4

1. ఒక రాంబస్ లో భుజాల వర్గాల మొత్తము, దాని కర్ణముల వర్గముల మొత్తమునకు సమానము .

సాధన : ABCD ఒక రాంబస్



రాంబస్ లో కర్ణాలు పరస్పరం లంబ సమద్విఖండన చేసుకుంటాయి

$OA = OC = \frac{AC}{2}$ మరియు $OB = OD = \frac{BD}{2}$

ΔAOB లో $\angle O = 90^0$

$AB^2 = OA^2 + OB^2$------------(1)

అదే విధంగా

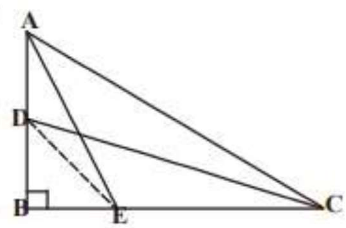
$BC^2 = OC^2 + OB^2$------------(2)

$CD^2 = OC^2 + OD^2$------------(3)
$AD^2 = OA^2 + OD^2$------------(4)
(1)+(2)+(3)+(4) నుండి

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2 = 2OA^2 + 2OB^2 + 2OC^2 + 2OD^2$$
$$= 2 \times \frac{AC^2}{4} + 2 \times \frac{BD^2}{4} + 2 \times \frac{AC^2}{4} + 2 \times \frac{BD^2}{4}$$
$$= \frac{AC^2}{2} + \frac{BD^2}{2} + \frac{AC^2}{2} + \frac{BD^2}{2}$$
$$= 2 \times \frac{AC^2}{2} + 2 \times \frac{BD^2}{2}$$
$$= AC^2 + BD^2$$

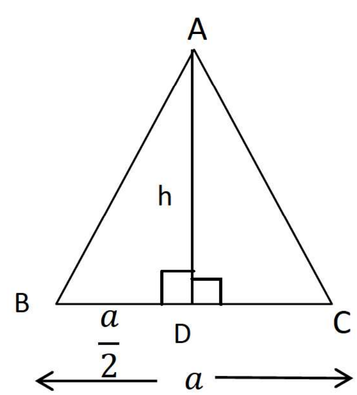
2. లంబ కోణ త్రిభుజం ABC లో లంబకోణము శీర్షము Bవద్ద కలదు . D మరియు E బిందువులు వరుసగా AB , BC లపై కలవు అనుకొనుము అయిన $AE^2 + CD^2 = AC^2 + DE^2$ అని చూపండి .

సాధన : ΔABE లో $\angle B = 90^0$



$$AE^2 = AB^2 + BE^2 \rightarrow (1)$$
ΔDBC లో $\angle B = 90^0$
$$CD^2 = BD^2 + BC^2 \rightarrow (2)$$
ΔDBE లో $\angle B = 90^0$
$$DE^2 = BD^2 + BE^2 \rightarrow (3)$$
ΔABC లో $\angle B = 90^0$
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \rightarrow (4)$$
(1)+(2)⇒ $AE^2 + CD^2 = AB^2 + BE^2 + BD^2 + BC^2$
$$= (AB^2 + BC^2) + (BD^2 + BE^2)$$
$= AC^2 + DE^2$ ((3), (4) ల నుండి)

3. ఒక సమబాహు త్రిభుజములో భుజము వర్గమునకు మూడు రెట్లు దాని ఉన్నతి (లంబము)వర్గమునకు నాలుగు రెట్లు అని చూపండి .



సాధన : ΔABC ఒక సమబాహు త్రిభుజము , AD దాని ఉన్నతి (లంబము).

AB=BC=CA=a మరియు AD=h అనుకొనుము

ΔADB, ΔADC లలో
$\angle ADB = \angle ADC = 90^0$ $(AD \perp BC)$
AB = AC
AD = AD(ఉమ్మడి భుజం)
ΔADB ≅ ΔADC (లం. క. భు. సర్వ సమానత్వ నియమం)
BD = DC(సర్వ సమాన త్రిభుజాల సదృశ భాగాలు)
$BD = DC = \frac{a}{2}$
ΔADB లో $\angle D = 90^0$
$AB^2 = AD^2 + BD^2$
$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

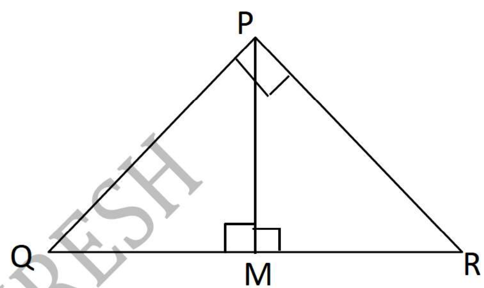
$$a^2 = h^2 + \frac{a^2}{4}$$
$$4a^2 = 4h^2 + a^2$$
$$4a^2 - a^2 = 4h^2$$
$$3a^2 = 4h^2$$

4. PQR త్రిభుజంలో లంబకోణము శీర్షము P వద్ద కలదు. $PM \perp QR$ అగునట్లు QR పై బిందువు M అయిన

$PM^2 = QM . MR$ అని చూపండి .

సాధన : ΔPQR లో $\angle P = 90^0$

$PM \perp QR \Rightarrow \angle PMQ = 90^0$ మరియు $\Rightarrow \angle PMR = 90^0$



ΔQPR మరియు ΔQMP లలో

$\angle QPR = \angle QMP = 90^0$

$\angle Q = \angle Q$

$\Delta QPR \sim \Delta QMP$ (కో.కో.సరూపత నియమం) $\rightarrow (1)$

ΔQPR మరియు ΔPMR

$\angle QPR = \angle PMR = 90^0$

$\angle R = \angle R$

$\Delta QPR \sim \Delta PMR$ (కో.కో.సరూపత నియమం) $\rightarrow (2)$

(1) మరియు (2)ల నుండి

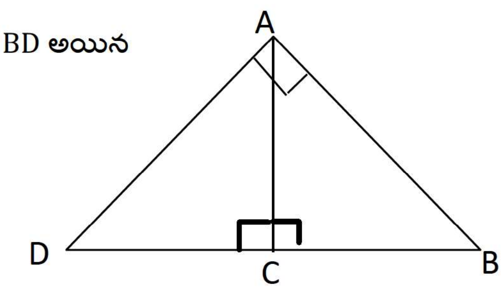
$\Delta QMP \sim \Delta PMR$

$\frac{QM}{PM} = \frac{MP}{MR}$ (సరూప త్రిభుజాల అనూరుప భుజాల నిష్పత్తులు సమానం)

$PM \times PM = QM \times MR$

$PM^2 = QM.MR$

5. త్రిభుజం ABD లో లంబకోణము A వద్ద కలదు. మరియు $AC \perp BD$ అయిన



$(i) AB^2 = BC.BD$ $(ii) AC^2 = BC.DC$

(iii) $AD^2 = BD.CD$ అని చూపండి

సాధన : ΔDAB మరియు ΔDCA లలో

$\angle DAB = \angle DCA = 90^0$

$\angle D = \angle D$

$\Delta DAB \sim \Delta DCA$ (కో.కో.సరూపత నియమం) $\rightarrow (1)$

ΔDAB మరియు ΔACB

$\angle DAB = \angle ACB = 90^0$

$\angle B = \angle B$

$\Delta DAB \sim \Delta ACB$ (కో.కో.సరూపత నియమం) $\rightarrow (2)$

(1) మరియు (2)ల నుండి

$\Delta DAB \sim \Delta DCA \sim \Delta ACB$

(i) $\Delta DAB \sim \Delta ACB$

$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow AB^2 = BC.BD$

(ii) $\Delta DCA \sim \Delta ACB$

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ అయిన
$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$

$$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow AC^2 = BC.DC$$

$$(iii)\ \Delta DAB \sim \Delta DCA \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{BD}{AD} \Rightarrow AD^2 = BD.CD$$

6. సమద్విబాహు త్రిభుజం ABC లో లంబకోణము Cవద్ద కలదు . అయిన $AB^2 = 2AC^2$ అని చూపండి .

సాధన : ΔABC లో $\angle C = 90^0$ మరియు $AC = BC$

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం నుండి

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

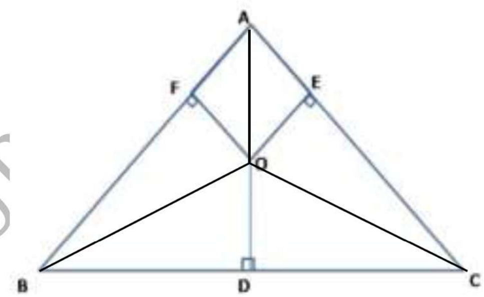
$AB^2 = AC^2 + AC^2$ $(\ \ AC = BC)$

$AB^2 = 2AC^2$

7. త్రిభుజం ABC అంతరంలో ఏదైనా బిందువు 'O', $OD \perp BC, OE \perp AC$ మరియు $OF \perp AB$ అయిన

(i) $OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2 = AF^2 + BD^2 + CE^2$

(ii) $AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$



సాధన : (i) ΔAFO లో $\angle F = 90^0$

$OA^2 = AF^2 + OF^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

$\Rightarrow OA^2 - OF^2 = AF^2 \rightarrow (1)$

ΔBDO లో $\angle D = 90^0$

$OB^2 = BD^2 + OD^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

$\Rightarrow OB^2 - OD^2 = BD^2 \rightarrow (2)$

ΔCEO లో $\angle E = 90^0$

$OC^2 = CE^2 + OE^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

$\Rightarrow OC^2 - OE^2 = CE^2 \rightarrow (3)$

$(1) + (2) + (3)$

$\Rightarrow OA^2 - OF^2 + OB^2 - OD^2 + OC^2 - OE^2 = AF^2 + BD^2 + CE^2$

$\Rightarrow OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2 = AF^2 + BD^2 + CE^2$

(ii) ΔAEO నుండి $OA^2 = AE^2 + OE^2$

$\Rightarrow OA^2 - OE^2 = AE^2 \rightarrow (3)$

ΔBFO నుండి $OB^2 = BF^2 + OF^2$

$\Rightarrow OB^2 - OF^2 = BF^2 \rightarrow (4)$

ΔCDO నుండి $OC^2 = CD^2 + OD^2$

$\Rightarrow OC^2 - OD^2 = CD^2 \rightarrow (5)$

$(3) + (4) + (5)$

$\Rightarrow OA^2 - OE^2 + OB^2 - OF^2 + OC^2 - OD^2 = AE^2 + BF^2 + CD^2$

$\Rightarrow OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$

$\Rightarrow AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$ ((i)నుండి)

8. 18మీ పొడవు గల ఒక నిలువు స్థంబంకు 24మీ పొడవుగల ఒక తీగ కట్టబడినది. తీగ రెండవ చివరకు ఒక మేకు కట్టబడినది. భూమి పై స్థంబం నుండి ఎంత దూరములో ఆ మేకు ను పాతిన ఆతీగ బిగుతుగా నుండును

సాధన : నిలువు స్థంబం పొడవు (AB)=18మీ

తీగ పొడవు (BC)=24మీ

ΔABC లో $\angle A = 90^0$

$AB^2 + AC^2 = BC^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

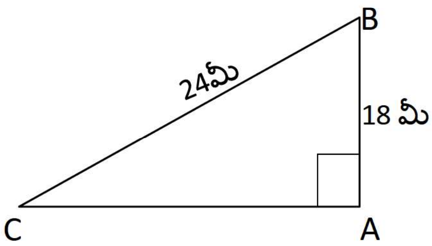
$(18)^2 + AC^2 = (24)^2$

$324 + AC^2 = 576$

$AC^2 = 576 - 324 = 252$

$AC = \sqrt{252} = \sqrt{36 \times 7} = 6\sqrt{7}$

భూమి పై స్థంబం నుండి మేకుకు గల దూరం $=6\sqrt{7}$ మీ .



9. 6మీ మరియు 11మీ పొడవుగల స్థంబాలు ఒక చదునైన నేలపై కలవు. నేల పై ఆ రెండు స్థంబాల అడుగు భాగముల మధ్య దూరము 12మీ అయిన ఆ రెండు స్థంబాల పై భాగముల మధ్య దూరము ఎంత ?

సాధన : మొదటి స్థంబం ఎత్తు (AB) =6మీ

రెండవ స్థంబం ఎత్తు (CD)=11మీ

రెండు స్థంబాల అడుగు భాగముల మధ్య దూరము (AC)=12మీ

$BE \parallel AC$ అనుకొనుము

BE=AC=12మీ ; AB=CE=6మీ

DE=11−6=5మీ

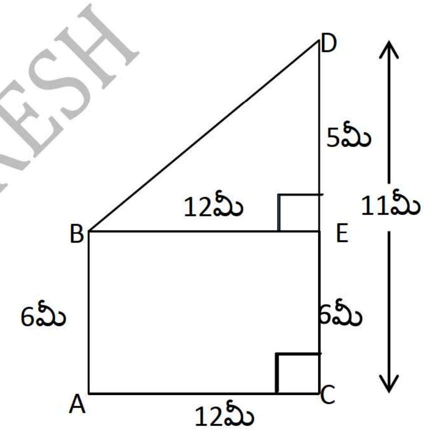
ΔBED లో $\angle E = 90^0$

$BD^2 = BE^2 + DE^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

$BD^2 = (12)^2 + (5)^2 = 144 + 25 = 169$

$BD = \sqrt{169} = 13$

ఆ రెండు స్థంబాల పై భాగముల మధ్య దూరము =13మీ



10. సమబాహు త్రిభుజం ABCలో ,భుజం BC పై బిందువు D ఇంకా $BD = \frac{1}{3}BC$ అయిన $9AD^2 = 7AB^2$ అని చూపండి.

సాధన : ΔABC ఒక సమబాహు త్రిభుజము $\Rightarrow AB = BC = AC$

$BD = \frac{1}{3}BC$

$AE \perp BC$ అనుకొనుము

$\Rightarrow BE = CE = \frac{1}{2}BC$

$DE = BE - BD = \frac{1}{2}BC - \frac{1}{3}BC = \frac{1}{6}BC = \frac{1}{6}AB$

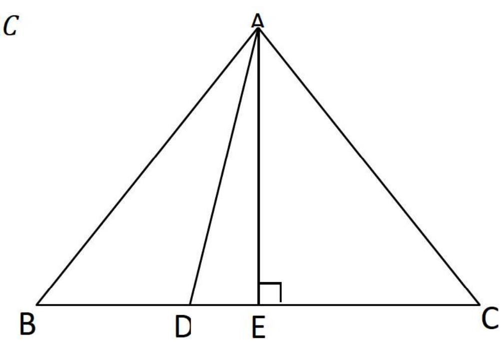
$\Rightarrow DE^2 = \frac{1}{36}AB^2$

ΔAEC లో $\angle E = 90^0$

$AE^2 + CE^2 = AC^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

$\Rightarrow AE^2 = AC^2 - CE^2$

$\Rightarrow AE^2 = AB^2 - \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 \quad (AB = BC = AC)$



$\Rightarrow AE^2 = AB^2 - \frac{1}{4}AB^2 = \frac{3}{4}AB^2$

ΔAED లో $\angle E = 90^0$

$AD^2 = AE^2 + DE^2$ (పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

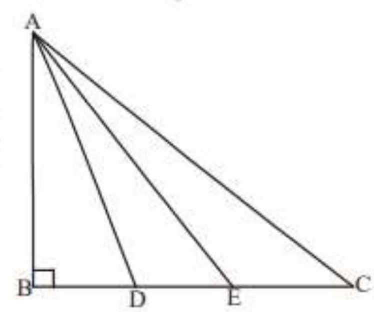
$= \frac{3}{4}AB^2 + \frac{1}{36}AB^2 = \frac{27+1}{36}AB^2 = \frac{28}{36}AB^2 = \frac{7}{9}AB^2$

$AD^2 = \frac{7}{9}AB^2$

$9AD^2 = 7AB^2$

11. ఇచ్చిన పటంలో Δ ABC ఒక లంబకోణ త్రిభుజము. శీర్షము Bవద్ద లంబకోణము కలదు .BC భుజాన్ని D మరియు E బిందువులు సమత్రిఖండన చేయును అయిన $8AE^2 = 3AC^2 + 5AD^2$ అని చూపండి

సాధన : ΔABCలో $\angle B = 90^0$ మరియు $BD = DE = EC = \frac{1}{3}BC$



$BD = DE = EC = x$ అనుకొనుము $\Rightarrow BE = 2x, BC = 3x$

ΔABC లో $\angle B = 90^0$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$((పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

ΔABD లో $\angle B = 90^0$

$AD^2 = AB^2 + BD^2$(పైథాగరస్ సిద్ధాంతం)

ΔABE లో $\angle B = 90^0$

$AE^2 = AB^2 + BE^2 = AB^2 + 4x^2$

$3AC^2 + 5AD^2 = 3(AB^2 + BC^2) + 5(AB^2 + BD^2)$

$= 3AB^2 + 3BC^2 + 5AB^2 + 5BD^2$

$= 8AB^2 + 3BC^2 + 5BD^2$

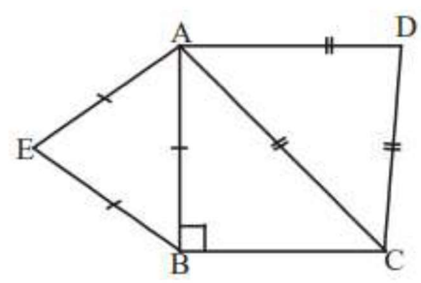
$= 8AB^2 + 3(3x)^2 + 5(x)^2$

$= 8AB^2 + 3 \times 9x^2 + 5x^2$

$= 8AB^2 + 27x^2 + 5x^2$

$= 8AB^2 + 32x^2 = 8(AB^2 + 4x^2) = AE^2$

12. సమద్విబాహు త్రిభుజం ABC లో,లంబకోణము 'B' వద్ద కలదు . AC మరియు ABభుజాల పై సమబహు త్రిభుజాలు ACD మరియు ABE నిర్మింపబడినవి . అయిన ΔABE మరియు ΔACDల వైశాల్యాల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.



సాధన : ABC ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజం,$\angle B = 90^0$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = AB^2 + AB^2$

$AC^2 = 2AB^2 \rightarrow (1)$

$\Delta ABE \sim \Delta ACD$(భు. భు. భు. సరూపత నియమం)

రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాటి అనూరూప భుజాల వర్గాల నిష్పత్తికి సమానం

$$\frac{(\Delta ABE)\text{వైశాల్యం}}{(\Delta ACD)\text{వైశాల్యం}} = \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{AB^2}{2AB^2} = \frac{1}{2}$$

ΔABE మరియు ΔACDల వైశాల్యాల నిష్పత్తి=1:2