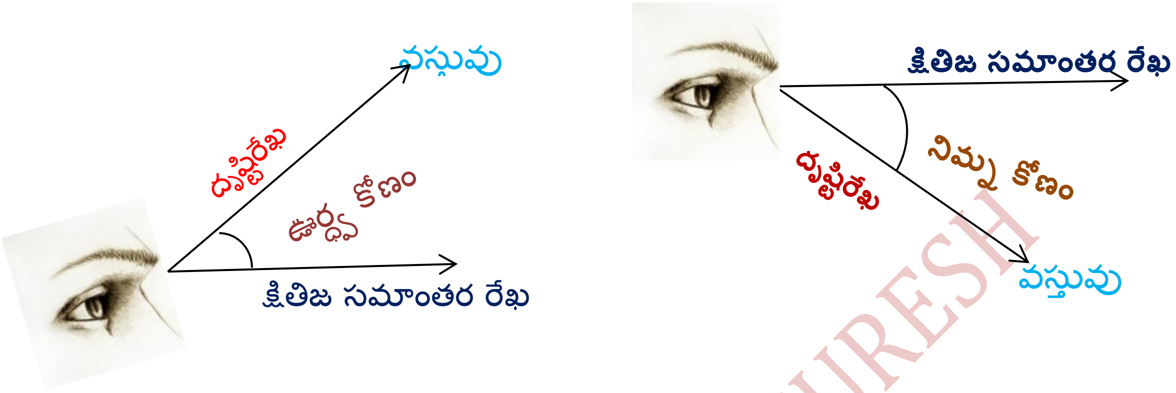
అధ్యాయము 12

త్రికోణమితి అనువర్తనాలు (నోట్స్)

(APPLICATIONS OF TRIGONOMETRY)

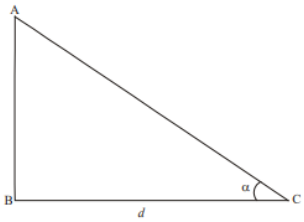
PREPARED BY: బలభద్ర సురేష్ , https://sureshmathsmaterial.com

1. ఒక వస్తువు పై ఒక బిందువు నుండి పరిశీలకుని కంటిని కలిపే సరళరేఖను దృష్టిరేఖ అంటారు .
2. "క్షితిజ సమాంతర రేఖకు పైన దృష్టిరేఖ ఉన్నప్పుడు వాటి మధ్య ఏర్పడే కోణాన్ని ఊర్ధ్వ కోణం అంటారు ".
3. " క్షితిజ సమాంతర రేఖకు క్రింద దృష్టిరేఖ ఉన్నప్పుడు వాటి మధ్య ఏర్పడే కోణాన్ని నిమ్న కోణం అంటారు".



4. సర్వే చేసే ప్రక్రియలో సర్వేయర్లు ఊర్ధ్వకోణం, నిమ్నకోణం లను కనుక్కోడానికి "థియోడలైట్" అనే పరికరం వాడతారు .

ఉదాహరణ –1. పరిశీలకుని నుండి d మీటర్లదూరంలో నున్న ఒక క్లాక్ టవర్ యొక్క కోన α^0 ఊర్ధ్వ కోణం చేస్తుంది. ఈ సందర్భానికి పటాన్ని గీయండి.



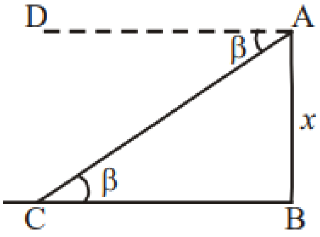
సాధన : క్లాక్ టవర్ యొక్క ఎత్తు =AB

పరిశీలకుని స్థానం =C

పరిశీలకుని నుండి టవర్ అడుగుభాగానికి దూరం =BC=d మీ

ఊర్ధ్వకోణం $=\angle ACB = \alpha$

ఉదాహరణ –2. రింకి మొదటి అంతస్థులోని బల్కనీ నుండి బయటి భూమిపై నున్న పూవును β^0 నిమ్నకోణంతో చూస్తుంది. మొదటి అంతస్థు ఎత్తు 'x'మీటర్లు . ఈ సందర్భానికి పటాన్ని గీయండి.



సాధన :మొదటి అంతస్థు ఎత్తు =AB=x మీ

పూవు స్థానం =C, నిమ్నకోణం $=\angle DAC = \beta$

$\angle DAC = \angle ACB = \beta$(ఏకాంతర కోణాలు)

ఉదాహరణ –3. ఒక పెద్ద త్రాడు సహాయంతో ఒక పెద్ద బెలూన్ గాలిలో తేలుతుంది .ఒక భవనం పై నున్న ఒక వ్యక్తి దాని పై భాగాన్ని θ_1 ఊర్ధ్వకోణం తో మరియు త్రాడు అడుగుభాగాన్ని θ_2 నిమ్నకోణంతో పరిశీలించాడు . ఆ భవనం ఎత్తు h అడుగులు . ఈ సందర్భానికి పటాన్ని గీయండి .

BALABHADRA SURESH

సాధన :

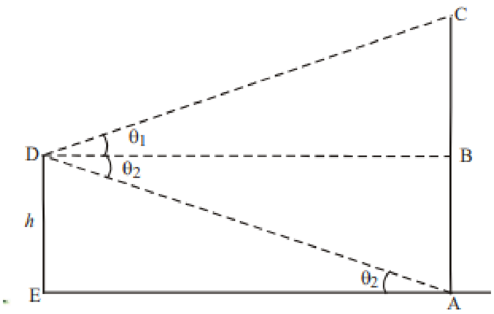
త్రాడు పొడవు $=AC$

భవనం ఎత్తు $=DE=h$ అడుగులు

ఊర్ధ్వకోణం $=\angle BDC = \theta_1$

నిమ్నకోణం$=\angle ADB = \theta_2$

$\angle ADB = \angle DAE = \theta_2$ (ఏకాంతర కోణాలు)



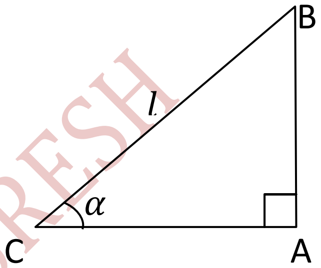
ఇవి చేయండి

(i) **ఒక వ్యక్తి 'α' ఊర్ధ్వకోణం తో ఒక గాలి పటాన్ని ఎగురవేస్తున్నాడు . గాలిపటాన్ని 'l' పొడవు గల దారం తో ఎగురవేస్తున్నాడు . ఈ సందర్భానికి పటాన్ని గీయండి**

సాధన :

త్రాడు పొడవు $=BC=l$

ఊర్ధ్వకోణం $=\angle ACB = \alpha$

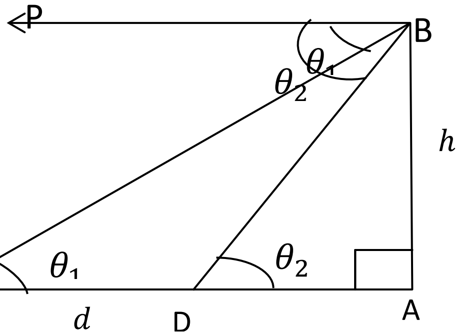


(ii) **ఒక నది యొక్క ఒక వైపు ఉన్న 'h' ఎత్తుగల చెట్టుపై నుండి నది యొక్క రెండు తీరాలను θ_1 మరియు θ_2 ($\theta_1 < \theta_2$) నిమ్నకోణాలతో ఒక వ్యక్తి పరిశీలించాడు నది వెడల్పు 'd' అయిన ఈ సందర్భానికి పటాన్ని గీయండి.**

సాధన :

చెట్టు యొక్క ఎత్తు $=AB=h$

నది వెడల్పు $=CD=d$



ఆలోచించి చర్చించి రాయండి

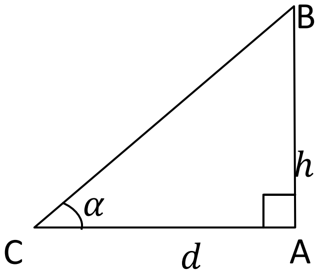
1. **మీ పాఠశాల భవనం నుండి 'd' దూరంలో గల బిందువు నుండి భవనంపై భాగాన్ని 'α' ఊర్ధ్వకోణంతో పరిశీలించారు . ఈ పాఠశాల భవనం ఎత్తు కనుగొనడానికి ఏ త్రికోణమితీయనిష్పత్తిని ఎంచుకొంటారు ?**

సాధన : భవనం ఎత్తు $=AB=h$ మీ

భవనం అడుగుభాగం నుండి పరిశీలకునకు గల దూరం $=AC=d$ మీ

α యొక్క ఎదుటి భుజం విలువ తెలుసు . ఆసన్న భుజం విలువ కనుగొనాలి

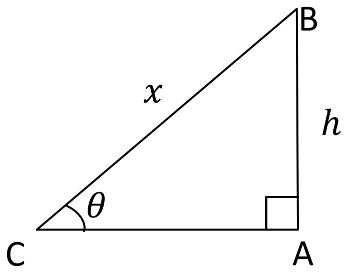
కావున **tan** నిష్పత్తిని ఎంచుకోవాలి



$$\tan\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{h}{d} \Rightarrow h = d \times \tan\alpha$$

BALABHADRA SURESH

2. ‘ x’ మీటర్ల పొడవు గల ఒక నిచ్చెన భూమితో θ కోణం చేస్తూ ఒక గోడకు వేయబడి ఉంది. నిచ్చెన పై భాగం స్పృశించిన గోడ స్థానం యొక్క ఎత్తును కనుక్కోడానికి ఏ త్రికోణమితీయనిష్పత్తిని ఎంచుకొంటారు?



సాధన : నిచ్చెన పొడవు =BC=x మీ

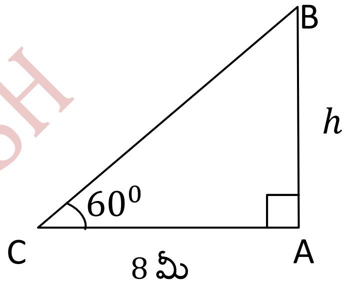
గోడ ఎత్తు =h మీ

కర్ణం యొక్క విలువ తెలుసు. θ యొక్కఎదుటి భుజం విలువ కనుగొనాలి

కావున sin నిష్పత్తిని ఎంచుకోవాలి

$$\sin\theta = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{కర్ణము}} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \times \sin\theta$$

ఉదాహరణ –4. ఒక బాలుడు ఒక విద్యుత్ స్థంభం అడుగు భాగం నుండి 8 మీటర్ల దూరంలో నున్న బిందువు నుండి విద్యుత్ స్థంభం పై భాగాన్ని 60^0 ఊర్ధ్వకోణం తో పరిశీలించాడు . ఆ స్థంభం ఎత్తును కనుక్కోండి .



సాధన : విద్యుత్ స్థంభం ఎత్తు =AB=h మీ అనుకొనుము

పరిశీలక స్థానం నుండి స్థంభం అడుగు భాగం కు గల దూరం =AC= 8 మీ

ఊర్ధ్వకోణం =$\angle ACB = 60^0$

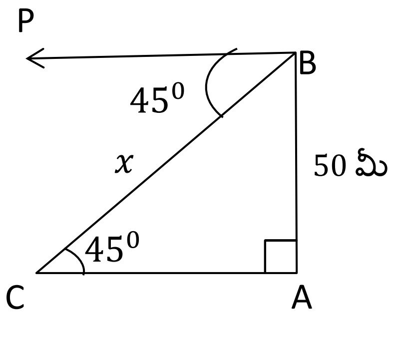
$$\tan 60^0 = \frac{\text{ఎదుటిభుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{8} \Rightarrow h = 8\sqrt{3} \text{ మీ}$$

ఉదాహరణ –5. ఒక హెలికాప్టర్లో ఉన్న రాజేందర్ భూమి పై నున్న ఒక వ్యక్తిని 45^0 నిమ్న కోణం లో పరిశీలించాడు భూమి పై నుండి హెలికాప్టర్ 50 మీ ఎత్తులో ఎగురుతూ ఉంటే,రాజేందర్ కు,ఆ వ్యక్తి ఎంత దూరం లో ఉన్నాడు ?

సాధన : భూమి నుండి హెలికాప్టర్ ఎగురుతున్న ఎత్తు =AB=50 మీ

$\angle PBC = \angle ACB = 45^0$ (ఏకాంతర కోణాలు)



రాజేందర్ నుండి వ్యక్తి దూరం =BC=x

$$\sin 45^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{50}{x}$$

$$x = 50\sqrt{2}$$

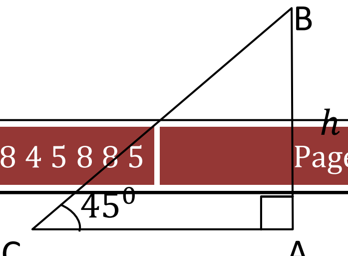
రాజేందర్ నుండి వ్యక్తి దూరం =$50\sqrt{2}$ మీ

అభ్యాసం–12.1

1. భూమి పై ఒక టవర్ నిటారుగా నిలిచి ఉంది. ఆ టవర్ అడుగు నుండి 15 మీటర్ల దూరం నుండి ఆ టవర్ పైకొన 45^0 ఊర్ధ్వకోణం లో పరిశీలించబడింది. ఆ టవర్ ఎత్తు ఎంత ?

సాధన : టవర్ ఎత్తు =AB=h మీ అనుకొనుము

పరిశీలకుని స్థానం =C



BALABHADRA SURESH

AC= 15 మీ

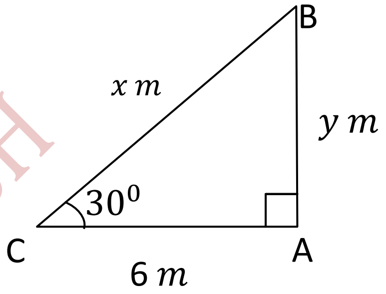
ఊర్ధ్వకోణం =$\angle ACB = 45^0$

$$\tan 45^0 = \frac{AB}{AC}$$

$$1 = \frac{h}{15} \Rightarrow h = 15$$

టవర్ ఎత్తు =15 మీ

2. **ఒక చెట్టు గాలికి విరిగి,విరిగిన పై భాగం భూమికి 30° ల కోణం చేస్తూ భూమి పై పడింది. చెట్టు అడుగు భాగం నుండి, క్రింద పడిన చెట్టు కొన మధ్య దూరం 6 మీటర్లు . చెట్టు విరగక ముందు ఆ చెట్టు ఎత్తు ఎంత ?**



సాధన :చెట్టు విరగని భాగం =AB=y మీ

చెట్టు విరిగిన భాగం =BC=x మీ

AC=6మీ

ఊర్ధ్వకోణం =$\angle ACB = 30^0$

$$\cos 30^0 = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{x} \Rightarrow x \times \sqrt{3} = 6 \times 2 \Rightarrow x = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\tan 30^0 = \frac{AB}{AC}$$

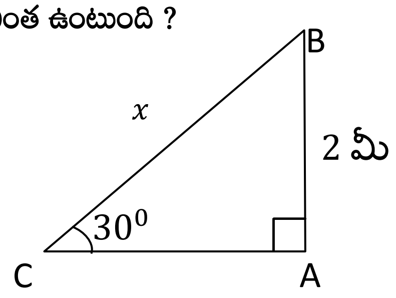
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{6} \Rightarrow y \times \sqrt{3} = 6 \times 1 \Rightarrow y = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$x + y = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

విరగక ముందు ఆ చెట్టు ఎత్తు =$6\sqrt{3}$ మీ

BALABHADRA SURESH

3. **ఒక పార్క్ లో పిల్లలు ఆడుకోవడానికి ఒక కాంట్రాక్టర్ ఒక జారుడు బల్లను ఏర్పాటు చేయాలనుకున్నారు దానిని 2 మీటర్ల ఎత్తు తో 30° ల కోణం చేసేటట్లు ఏర్పాటు చేయాలనుకుంటే ఆ జారుడు బల్ల పొడవు ఎంత ఉంటుంది ?**



సాధన : జారుడు బల్ల ఎత్తు =AB=2 మీ

జారుడు బల్ల పొడవు =BC=x మీ

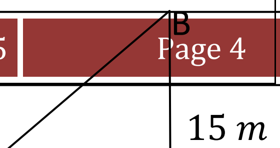
ఊర్ధ్వకోణం =$\angle ACB = 30^0$

$$\sin 30^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 2 \times 2 = 4$$

జారుడు బల్ల పొడవు =4 మీ

4. **ఉదయం 7 గంటలకు 15 మీటర్ల ఎత్తు గల స్థంభం యొక్క నీడ పొడవు 15 $\sqrt{3}$ మీటర్లు ఆసమయంలో సూర్యకిరణాలు,**



భూమి తో ఎంత కోణం చేస్తున్నాయి ?

సాధన : స్థంభం యొక్క ఎత్తు =AB=15 మీ

స్థంభం యొక్క నీడ పొడవు =AC=$15\sqrt{3}$మీ

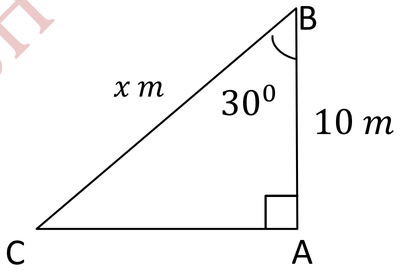
ఊర్ధ్వకోణం =$\angle ACB = \theta$

$$\tan\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{15}{15\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \theta = 30^0$$

సూర్యకిరణాలు, భూమి తో 30^0 కోణం చేస్తున్నాయి

5. **పవన్ 10 మీటర్ల ఎత్తు గల స్థంభాన్ని 3 బలమైన తాళ్ల సహాయంతో నిలబెట్టాలనుకున్నాడు. ఒక్కొక్క త్రాడు స్థంభంతో 30° కోణం చేయాల్సి ఉంటే ఎంత పొడవు తాడు తీసుకోవాలి ?**



సాధన : స్థంభం యొక్క ఎత్తు =AB=10 మీ

ఒక్కొక్క త్రాడు పొడవు =BC=x మీ

ఒక్కొక్క త్రాడు స్థంభంతో చేయు కోణం =30^0

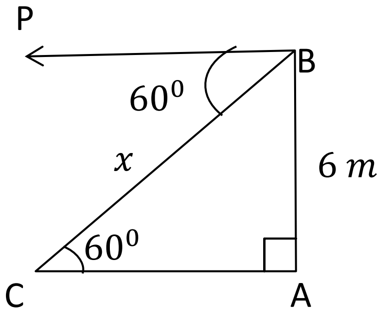
$$\cos 30^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{x} \Rightarrow \sqrt{3} \times x = 2 \times 10 \Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

ఒక్కొక్క త్రాడు పొడవు =$\frac{20}{\sqrt{3}}$ మీ

$$\text{మొత్తం తాడు పొడవు} = 3 \times \frac{20}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \frac{20}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}m$$

6. **విజయ్ భూమి నుండి 6 మీటర్ల ఎత్తు గల భవనం పై నుండి భూమి పై నున్న ఒక లక్ష్యాన్ని 60^oనిమ్నకోణం తో భాణం తో ఛేదించాలనుకున్నాడు. విజయ్ నుండి లక్ష్యం ఎంతదూరం లో ఉంటుంది ?**



సాధన : భవనం ఎత్తు =AB=6 మీ

లక్ష్యం యొక్క స్థానం =C

నిమ్న కోణం =60^0

$$\angle PBC = \angle ACB = 60^0 \text{ (ఏకాంతర కోణాలు)}$$

$$\sin 60^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{x}$$

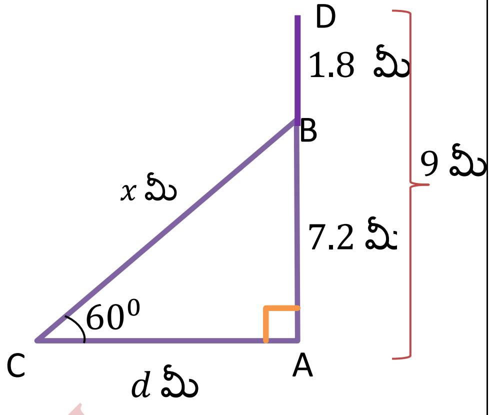
$$\Rightarrow x = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

విజయ్ నుండి లక్ష్యం $4\sqrt{3}$ మీ దూరం లో ఉంటుంది

BALABHADRA SURESH

7. 9 మీటర్ల ఎత్తు గల విద్యుత్ స్థంభం పై ఒక ఎలక్ట్రీషియన్ మరమ్మత్తు పని చేయాల్సి ఉంది . మరమ్మత్తు చేయడానికి ఆ స్థంభం పై నుండి 1.8 మీటర్ల తక్కువ ఎత్తు కు చేరాలి. ఒక నిచ్చెనను భూమి పై 60° కోణంతో పెట్టాల్సి వస్తే ఎంత పొడవుగల నిచ్చెనను తీసుకోవాలి . నిచ్చెన అడుగు భాగం నుండి స్థంభం అడుగుభాగం దూరం ఎంత ?

సాధన :స్థంభం యొక్క ఎత్తు =AD=9 మీ



ఎలక్ట్రీషియన్ చేరాల్సిన స్థానం =B

$BD = 1.8$ మీ మరియు $AB = 9 - 1.8 = 7.2$ మీ

నిచ్చెన పొడవు =BC=x మీ మరియు AC= d మీ

$$\sin 60^0 = \frac{\text{AB}}{\text{BC}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7.2}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7.2 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{7.2 \times 2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{7.2 \times 2 \times \sqrt{3}}{3} = 2.4 \times 2 \times \sqrt{3} = 4.8\sqrt{3}$$

$$\tan 60^0 = \frac{AB}{AC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{7.2}{d}$$

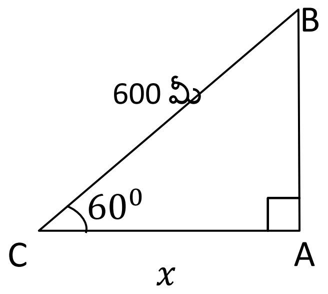
$$\Rightarrow d = \frac{7.2}{\sqrt{3}} = \frac{7.2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{7.2 \times \sqrt{3}}{3} = 2.4\sqrt{3}$$

నిచ్చెన పొడవు $= 4.8\sqrt{3}$ మీ

నిచ్చెన అడుగు భాగం నుండి స్థంభం అడుగుభాగం దూరం $= 2.4\sqrt{3}$ మీ

8. **ఒక నావ ఒక నదిని దాటాల్సి ఉంది . నదీ ప్రవాహం కారణంగా ఆ నదీ తీరంతో 60° ల కోణం చేస్తున్న ఆ నావ 600 మీటర్లు ప్రయాణించి అవతలి తీరాన్ని చేరింది. ఆ నది వెడల్పు ఎంత ?**

సాధన :నది వెడల్పు =AC=x మీ



నావ ప్రయాణించిన దూరం =BC=600 మీ

ఊర్ధ్వకోణం =$\angle ACB = 60^0$

$$\cos 60^0 = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{600}$$

$$\Rightarrow x = \frac{600}{2} = 300$$

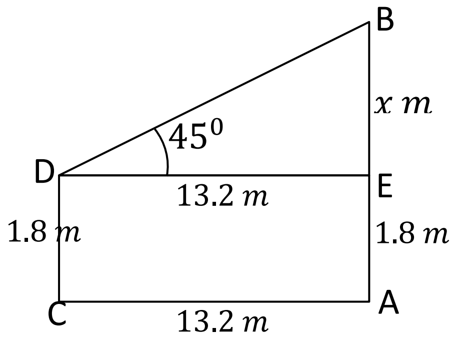
నది వెడల్పు =300 మీ

9. **1.8 మీటర్లు ఎత్తు ఉన్న ఒక పరిశీలకుడు ఒక తాటి చెట్టు నుండి 13.2 మీటర్ల దూరం లో ఉన్నాడు. ఆ చెట్టు పై పరిశీలకుడి కంటినుండి 45^oఊర్ధ్వ కోణం చేస్తుంది. ఆ చెట్టు ఎత్తు ఎంత ?**

BALABHADRA SURESH

సాధన :పరిశీలకుని ఎత్తు =CD=AE=1.8 మీ

చెట్టు నుండి పరిశీలకుని దూరం =AC=DE=13.2 మీ



$$\tan 45^0 = \frac{BE}{DE}$$

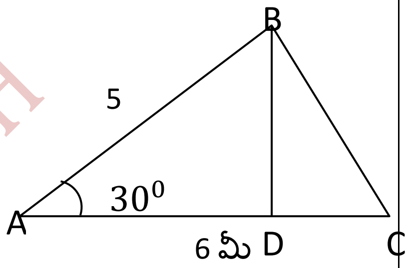
$$1 = \frac{x}{13.2}$$

$$\Rightarrow x = 13.2$$

తాటి చెట్టు ఎత్తు =AB=$x + 1.8 = 13.2 + 1.8 = 15$ మీ

10. **ప్రక్క నున్న పటం లో AC = 6 సెం. మీ., AB = 5 సెం. మీ. మరియు ∠BAC = 30°. అయిన త్రిభుజ వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము.**

సాధన : $BD \perp AC$ అనుకొనుము



ΔADB నుండి

$$\sin 30^0 = \frac{BD}{AB}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{BD}{5}$$

$$BD = \frac{5}{2} \text{ మీ}$$

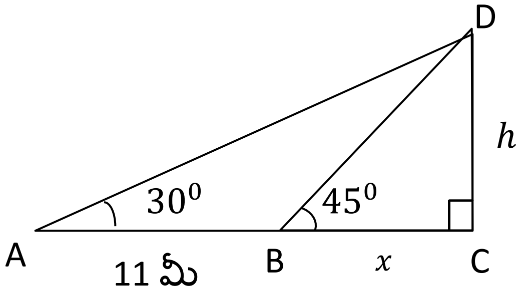
$$\Delta ABC \text{ వైశాల్యం } = \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{5}{2} = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ మీ }^2$$

రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలతో కూడిన సమస్యలు

ఉదా :మీరు ఒక తాటి చెట్టు ను కొంత దూరం నుండి 45° ఊర్ధ్వ కోణం తో పరిశీలించారు. ఆ చెట్టునుండి ఇంకా 11 మీ దూరం పోయిన తరువాత ఊర్ధ్వకోణం 30° కు మారిన ఆ చెట్టు ఎత్తు కనుగొనుము.

సాధన : తాటి చెట్టు ఎత్తు =CD=h మీ ,$BC = x$ మీ . అనుకొనుము

పరిశీలన స్థానాలు =A,B



$AB = 11$మీ ,$AC = (x + 11)$మీ

ΔBCD నుండి

$$\tan 45^0 = \frac{CD}{BC}$$

$$1 = \frac{h}{x} \Rightarrow x = h \rightarrow (1)$$

ΔACD నుండి

$$\tan 30^0 = \frac{CD}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{11 + x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{11 + h} \quad ((1)\text{నుండి } x = h)$$

BALABHADRA SURESH

$\Rightarrow \sqrt{3}h = 11 + h$

$\Rightarrow \sqrt{3}h - h = 11$

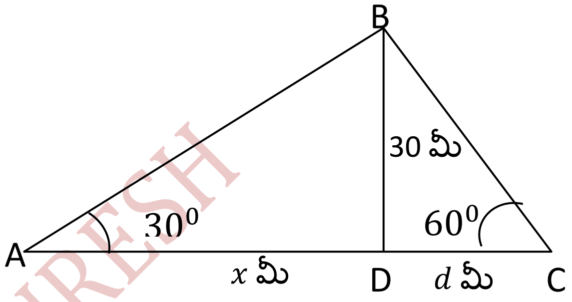
$\Rightarrow h(\sqrt{3} - 1) = 11$

$\Rightarrow h = \dfrac{11}{\sqrt{3} - 1}$

తాటి చెట్టు ఎత్తు $= \dfrac{11}{\sqrt{3} - 1}$ మీ

ఉదాహరణ –6. 30 మీటర్ల ఎత్తు గల ఒక గుడి పై భాగాన్ని, దాని ఇరువైపులా నున్న ఇద్దరు వ్యక్తులు 30° మరియు 60° ఊర్ధ్వ కోణాలలో పరిశీలించారు. ఆ ఇద్దరు వ్యక్తుల మధ్య దూరం ఎంత ?

సాధన :గుడి ఎత్తు =BD=30 మీ



ఇద్దరు వ్యక్తుల స్థానాలు =A,C

$\angle BAD = 30^0, \angle BCD = 60^0$

$AD = x$ మీ మరియు $CD = d$ మీ

ΔBAD నుండి

$\tan 30^0 = \dfrac{BD}{AD}$

$\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{30}{x}$

$x = 30\sqrt{3}$

ΔBCD నుండి

$\tan 60^0 = \dfrac{BD}{CD}$

$\sqrt{3} = \dfrac{30}{d}$

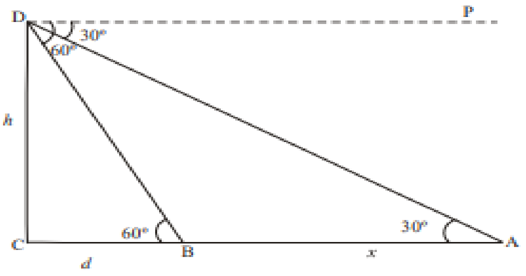
$d = \dfrac{30}{\sqrt{3}} = \dfrac{30 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{30 \times \sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$

ఇద్దరు వ్యక్తుల మధ్య దూరం $= x + d = 30\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$ మీ

ఉదాహరణ –7. ఒక టవర్ పాదం వరకు చక్కని (straight)రహదారి ఉంది . ఆ టవర్ పై నిలబడి ఉన్న రామయ్య అనే వ్యక్తి దూరం నుండి వస్తున్న కారును 30°. నిమ్న కోణం లో చూసాడు. సమావేగంతో వస్తున్న ఆ కారును 6 సెకండ్ల తర్వాత 60° నిమ్నకోణం లో గమనించాడు. ఈ స్థానం నుండి కారు టవర్ ను చేరడానికి పట్టు కాలం ఎంత ?

సాధన : 6 సెకండ్ల లో కారు ప్రయాణించిన దూరం = AB = x మీ

టవర్ ఎత్తు =CD = h మీ



కారు ప్రయాణించవలసిన మిగిన దూరం =BC = d మీ

$AC = (x + d)$మీ

$\angle PDA = \angle DAC = 30^0$ (ఏకాంతర కోణాలు)

$\angle PDB = \angle DBC = 60^0$ (ఏకాంతర కోణాలు)

BALABHADRA SURESH

ΔBCD నుండి

$\tan 60^0 = \frac{CD}{BC}$

$\sqrt{3} = \frac{h}{d}$

$h = \sqrt{3}d \rightarrow (1)$

ΔACD నుండి

$\tan 30^0 = \frac{CD}{AC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+d}$

$h = \frac{x+d}{\sqrt{3}} \rightarrow (2)$

(1)మరియు (2)ల నుండి

$\sqrt{3}d = \frac{x+d}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{3} \times \sqrt{3}d = x + d$

$3d = x + d$

$3d - d = x$

$2d = x$

$d = \frac{x}{2}$

'x' మీటర్ల దూరం ప్రయాణించడానికి పట్టు కాలం $= 6$ సెకండ్లు .

'd' మీటర్ల దూరం ప్రయాణించడానికి పట్టు కాలం $= \frac{x}{2} = \frac{6}{2} = 3$ సెకండ్లు

అభ్యాసం –12.2

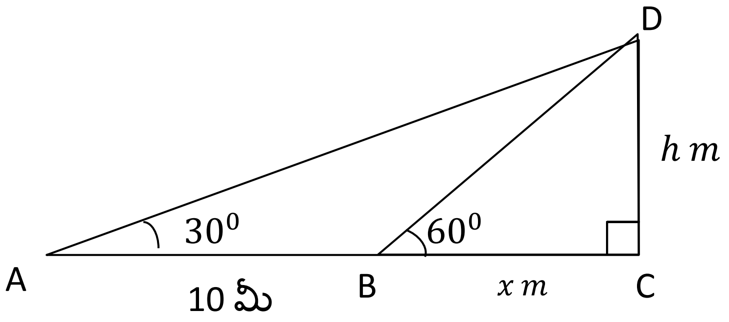
1. **ఒక TV టవర్ ఒక రోడ్డు ప్రక్కన నిటారుగా నిలబెట్టబడి ఉంది. రోడ్డుకు అవతలి వైపు నుండి టవర్ పై కొనను పరిశీలించిన 60^0 ఊర్ధ్వకోణం చేస్తుంది .ఇంకా టవర్ పాదం మరియు ఈ స్థానాన్ని కలిపే సరళరేఖపై 10 మీటర్ల దూరం జరిగిన పిదప టవర్ పైకొన 30^0 ఊర్ధ్వకోణం చేస్తుంది. టవర్ ఎత్తును మరియు రోడ్డు వెడల్పును కనుగొనండి .**

సాధన : టవర్ ఎత్తు=CD=h మీ

రోడ్డు వెడల్పు=BC=x మీ అనుకొనుము

పరిశీలక స్థానాలు = B,A

$AB = 10$ మీ , $AC = (10 + x)$మీ



ΔBCD నుండి

$\tan 60^0 = \frac{CD}{BC}$

$\sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3}x \rightarrow (1)$

ΔACD నుండి

$\tan 30^0 = \frac{CD}{AC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{10+x} \Rightarrow h = \frac{10+x}{\sqrt{3}} \rightarrow (2)$

BALABHADRA SURESH

(1) మరియు (2)ల నుండి

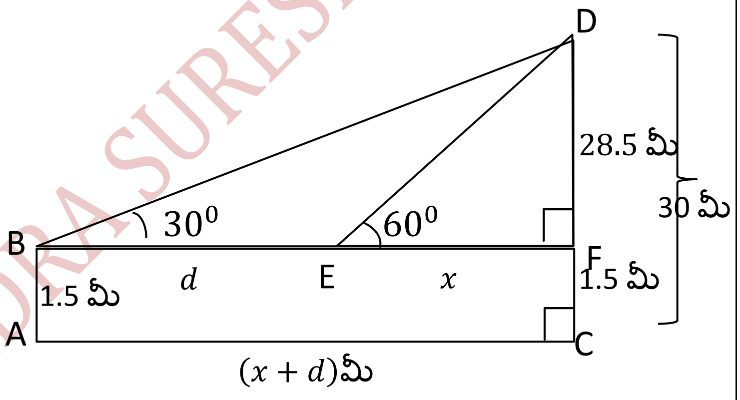
$$\sqrt{3}x = \frac{10+x}{\sqrt{3}}$$
$$\sqrt{3} \times \sqrt{3}x = 10 + x$$
$$3x = 10 + x$$
$$3x - x = 10$$
$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2} = 5$$

(1)నుండి $h = \sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 5 = 5\sqrt{3}$

∴ రోడ్డు వెడల్పు = 5 మీ

టవర్ యొక్క ఎత్తు $= 5\sqrt{3}$ మీ

2. **1.5 మీటర్లు ఎత్తుగల ఒక బాలుడు 30 మీటర్ల ఎత్తు గల గుడి పై కొనను కొంతదూరం నుండి పరిశీలిస్తున్నాడు. అతడు ఉన్న చోటు నుండి ముందుకు నడిచిన గుడి గోపురం కొన అతని కంటితో చేయు కోణం 30^0 నుండి 60^0 లకు మారింది. అతడు నడిచిన దూరం ఎంత ?**



సాధన : బాలుని ఎత్తు =AB=CF=1.5 మీ

గుడి గోపురం కొన ఎత్తు =CD=30 మీ

బాలుడు నడిచిన దూరం =BE=d మీ

$DF = 30 - 1.5 = 28.5$ మీ

ΔDEF నుండి

$$\tan 60^0 = \frac{DF}{EF}$$
$$\sqrt{3} = \frac{28.5}{x} \Rightarrow x = \frac{28.5}{\sqrt{3}} = \frac{28.5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{28.5\sqrt{3}}{3} = 9.5\sqrt{3} \rightarrow (1)$$

ΔBFD నుండి

$$\tan 30^0 = \frac{DF}{BF}$$
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{28.5}{x+d}$$
$$\Rightarrow x + d = 28.5\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow 9.5\sqrt{3} + d = 28.5\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow d = 28.5\sqrt{3} - 9.5\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow d = 19\sqrt{3}$$

బాలుడు నడిచిన దూరం $=19\sqrt{3}$ మీ

3. **ఒక విగ్రహం 2 మీటర్ల ఎత్తు గల పీఠం పై నిలబెట్టబడి ఉంది. దానిని కొంతదూరం నుండి పరిశీలించిన విగ్రహం పై భాగం 60^0 మరియు పీఠం పై భాగం 45^0 ఊర్ధ్వకోణాలు చేస్తున్నాయి. విగ్రహం ఎత్తు ఎంత .**

సాధన : పీఠం ఎత్తు =AB=2 మీ

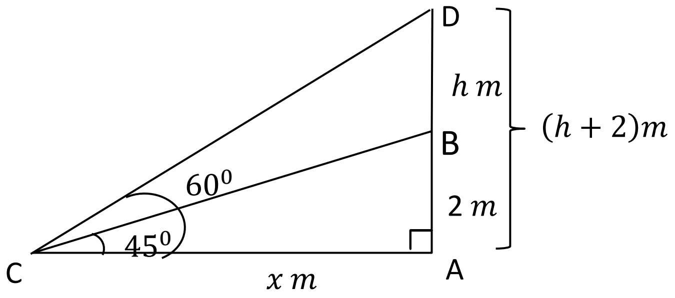
విగ్రహం ఎత్తు =BD=h మీ అనుకొనుము

BALABHADRA SURESH

$AD = (h+2)$మీ

పరిశీలక స్థానం =C

AC=x మీ



ΔABC నుండి

$$\tan 45^0 = \frac{AB}{AC}$$

$$1 = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 2$$

ΔADC నుండి

$$\tan 60^0 = \frac{AD}{AC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h+2}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h+2}{2}$$

$$h + 2 = 2\sqrt{3}$$

$$h = 2\sqrt{3} - 2 = 2(\sqrt{3} - 1) = 2(1.732 - 1) = 2 \times 0.732 = 1.454 \text{ మీ}$$

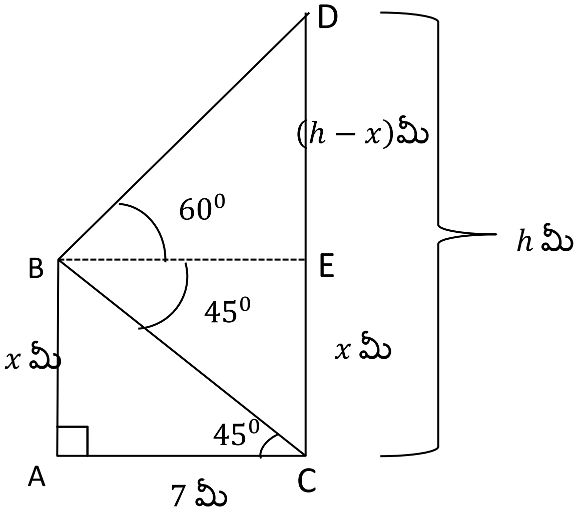
$\therefore$ విగ్రహం ఎత్తు $= 1.454$ మీ

4. ఒక భవనం పై నుండి ఒక సెల్ టవర్ పై భాగాన్ని పరిశీలించిన 60^0 ఊర్ధ్వకోణం, దాని పాదం 45^0 నిమ్నకోణం చేస్తుంది. భవనం నుండి టవర్ కు గల మధ్యదూరం 7 మీటర్లు అయిన టవర్ ఎత్తును కనుగొనండి.

సాధన : భవనం ఎత్తు =AB=CE=x మీ

టవర్ ఎత్తు =CD=h మీ అనుకొనుము

భవనం నుండి టవర్ కు గల మధ్యదూరం =AC=BE=7 మీ



ΔABC నుండి

$$\tan 45^0 = \frac{AB}{AC}$$

$$1 = \frac{x}{7} \Rightarrow x = 7$$

ΔBDE నుండి

$$\tan 60^0 = \frac{DE}{BE}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h-x}{7}$$

$$h - x = 7\sqrt{3}$$

$$h - 7 = 7\sqrt{3}$$

$$h = 7\sqrt{3} + 7 = 7(\sqrt{3} + 1) = 7(1.732 + 1) = 7 \times 2.732 = 19.124\ m$$

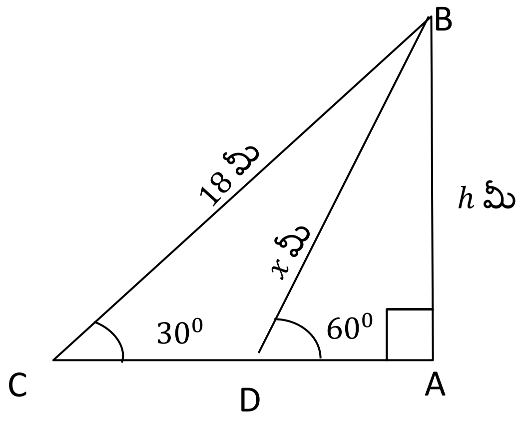
$\therefore$ టవర్ ఎత్తు $= 19.124$ మీ

5. భూమి తో 30^0 ల ఊర్ధ్వకోణం చేస్తూ 18 మీటర్ల పొడవున్న ఒక ధృడమైన లోహపు తీగ ఆధారంగా ఒక విద్యుత్ స్థంభం నిలబెట్టబడి ఉంది. తీగపొడవు చాలా ఎక్కువ ఉన్న కారణంగా తీగలో కొంత భాగం కత్తిరించి, మిగిలిన దానిని భూమితో 60^0 కోణం చేస్తూ అమర్చబడింది. తీగలో కత్తిరించిగా మిగిలిన తీగ పొడవు ఎంత ?

BALABHADRA SURESH

సాధన : విద్యుత్ స్థంభం =AB=h మీ

కత్తిరించిన తీగ పొడవు =BD=x మీ అనుకొనుము



ΔBAC నుండి

$$\sin 30^0 = \frac{h}{18}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{h}{18}$$

$$h = \frac{18}{2} = 9 \rightarrow (1)$$

ΔBAD నుండి

$$\sin 60^0 = \frac{h}{x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{x}$$

$$x = \frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3} = 6 \times 1.732 = 10.392 \text{ మీ}$$

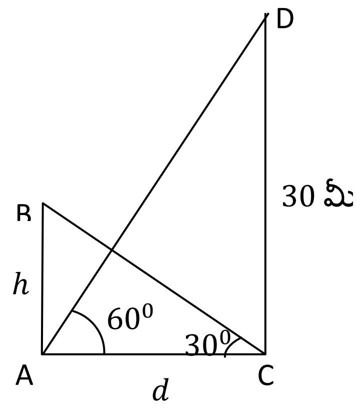
కత్తిరించిగా మిగిలిన తీగ పొడవు $=18 - x = 18 - 10.392 = 7.608$ మీ

6. ఒక టవర్ అడుగు భాగం నుండి భవనం పైభాగం 30° ఊర్ధ్వకోణం చేస్తుంది. భవనం అడుగుభాగం నుండి టవర్ పై భాగం 60^oఊర్ధ్వకోణం చేస్తుంది. టవర్ ఎత్తు 30 మీటర్లు అయిన, భవనం ఎత్తు కనుగొనుము.

సాధన : భవనం ఎత్తు =AB=h మీ

టవర్ ఎత్తు =CD=30మీ

AC= d మీ



ΔACD నుండి

$$\tan 60^0 = \frac{30}{d}$$

$$\sqrt{3} = \frac{30}{d}$$

$$d = \frac{30}{\sqrt{3}}$$

ΔBAC నుండి

$$\tan 30^0 = \frac{h}{d}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{d}$$

$$h = d \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{30}{3} = 10$$

$\therefore$ భవనం ఎత్తు $= 10$ మీ

7. 120 అడుగుల వెడల్పైన రోడ్డుకు 'సమాన ఎత్తు కలిగిన రెండు స్థంభాలు నిలబెట్టబడి ఉన్నాయి. వాటి మధ్యలో బిందువు నుండి రోడ్డు పై ఒక బిందువు నుండి వాటిపై భాగాలను పరిశీలించిన అవి 60^0.మరియు 30^0 ఊర్ధ్వ కోణాలు చేస్తున్నాయి.

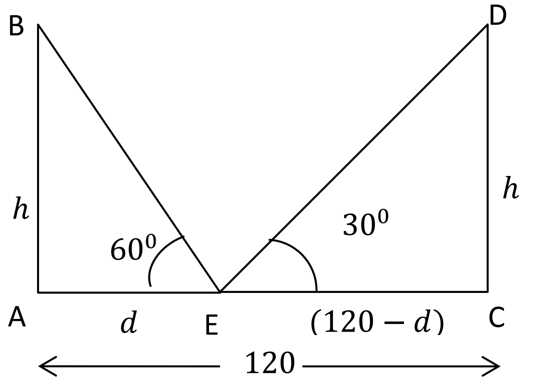
BALABHADRA SURESH

అయిన ఆ స్థంభాల ఎత్తు కనుగొనుము మరియు ప్రతిస్థంభంఅడుగుభాగం నుండి బిందువుకు గల దూరమును కనుగొనుము?

సాధన : స్థంభాల ఎత్తులు =AB=CD=h అడుగులు

పరిశీలక స్థానం =E

రెండు స్థంభాల మధ్య దూరం =AC=120 అడుగులు



$AE = d$ అడుగులు , $CE = (120-d)$అడుగులు

ΔBAE నుండి

$$\tan 60^0 = \frac{h}{d}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{d} \Rightarrow h = d\sqrt{3} \rightarrow (1)$$

ΔDCE నుండి

$$\tan 30^0 = \frac{h}{120-d}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{120-d} \Rightarrow h = \frac{120-d}{\sqrt{3}} \rightarrow (2)$$

(1) ,(2) ల నుండి

$$d\sqrt{3} = \frac{120-d}{\sqrt{3}}$$

$$d\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 120 - d$$

$$3d = 120 - d$$

$$4d = 120$$

$$d = 30$$

$$h = d\sqrt{3} = 30\sqrt{3} = 30 \times 1.731 = 51.96$$

∴ స్థంభాల ఎత్తు $= 51.96$ అడుగులు

మొదటి స్థంభం నుండి బిందువుకు గల దూరం =30 అడుగులు ,

రెండవ స్థంభం నుండి బిందువుకు గల దూరం $= 120 - 30 = 90$ అడుగులు

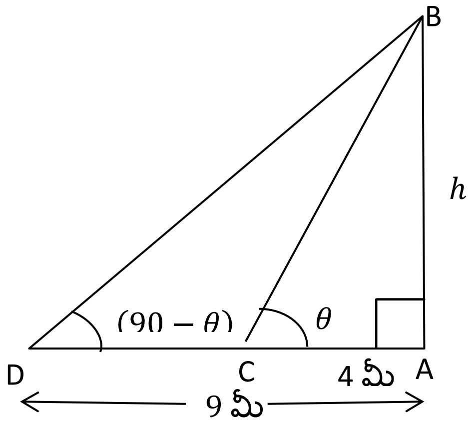
BALABHADRA SURESH

8. **టవర్ తో ఒకే సరళరేఖపై ఉండే 4 మీటర్లు మరియు 9 మీటర్లు దూరంలో నున్న రెండు బిందువుల నుండి టవర్ కొనను పరిశీలించిన చేసే ఊర్ధ్వ కోణాలు పూరకాలు. టవర్ ఎత్తును కనుగొనుము.**

సాధన : టవర్ ఎత్తు=h

పరిశీలన స్థానాలు =C,D

AC=4 మీ , AD=9 మీ



$\angle ACB = \theta$ అనుకొనుము అపుడు $\angle ADB = 90 - \theta$

ΔBAC నుండి

$$\tan\theta = \frac{h}{4} \rightarrow (1)$$

ΔBAD నుండి

$$\tan(90-\theta) = \frac{h}{9}$$

$\cot\theta = \frac{h}{9} \Rightarrow \tan\theta = \frac{9}{h} \to (2)$

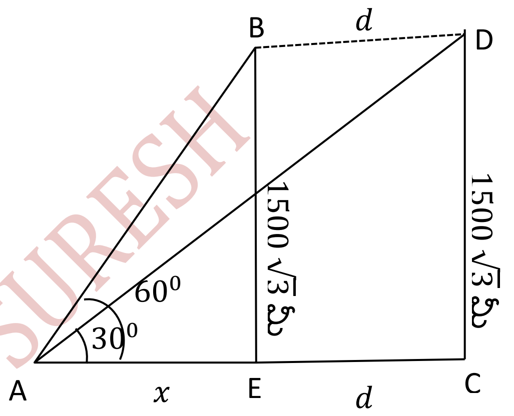
(1) , (2) ల నుండి

$\frac{h}{4} = \frac{9}{h} \Rightarrow h^2 = 36 \Rightarrow h = 6$ మీ

$\therefore$ టవర్ ఎత్తు $= 6$ మీ

9. **భూమి పై నున్న A బిందువు నుండి ఒక జెట్ విమానాన్ని పరిశీలిస్తే 60^oఊర్ధ్వకోణం చేస్తుంది.15 సెకన్ల తర్వాత దాని ఊర్ధ్వకోణం 30° గా మారుతుంది. ఆ జెట్ విమానం $1500\sqrt{3}$ మీటర్ల స్థిర ఎత్తులో ఎగురుతూ ఉంటే దాని వేగాన్ని కనుక్కోండి.($\sqrt{3} = 1.732$)**

సాధన : జెట్ విమానం ఎగురు తున్న ఎత్తు =BE=CD=$1500\sqrt{3}$ మీ



ΔABE నుండి

$\tan 60^0 = \frac{BE}{AE}$

$\sqrt{3} = \frac{1500\sqrt{3}}{x}$

$x = 1500$

ΔACD నుండి

$\tan 30^0 = \frac{CD}{AC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1500\sqrt{3}}{x+d}$

$x + d = 1500\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 1500 \times 3 = 4500$

$1500 + d = 4500$

$d = 3000$

జెట్ విమానం 3000 మీ దూరం ప్రయాణించుటకు పట్టు కాలం 15 సెకన్లు

జెట్ విమానం వేగం $= \frac{\text{దూరము}}{\text{కాలం}} = \frac{3000}{15} = 200$ మీ /సె

BALABHADRA SURESH