అధ్యాయము 7

నిరూపక రేఖాగణితం

Prepared by : BALABHADRA SURESH , M.Sc, B.Ed
https://www.sureshmathsmaterial.com

1. నిరూపక రేఖాగణితం ను ప్రవేశపెట్టిన శాస్త్రవేత్త రెనెడెకార్టె.
2. నిరూపకతలం లో అడ్డు రేఖ XX^I ను X-అక్షము అనీ ,నిలువురేఖYY^I ను Y-అక్షము .
3. బిందువు (a , b) లో 'a' ను X-నిరూపకం అనీ 'b' ను Y- నిరూపకం అనీ అందురు .

రెండు బిందువుల మధ్య దూరం :

4. X-అక్షం పై ఉన్న బిందువులు A(x$_1$, 0), B(x$_2$, 0) ల మధ్యదూరం $= |x_2 - x_1|$
5. $Y -$ అక్షం పై ఉన్న బిందువులు$A(0, y_1)$, $B(0, y_2)$ ల మధ్యదూరం $= |y_2 - y_1|$
6. X-అక్షమునకు సమాంతరంగా ఉన్న A(x$_1$, b), B(x$_2$, b) బిందువుల మధ్య దూరం $= |x_2 - x_1|$
7. Y-అక్షమునకు సమాంతరంగా ఉన్న $A(a, y_1)$, $B(a, y_2)$ బిందువుల మధ్య దూరం $= |y_2 - y_1|$
8. రెండు బిందువులు P(x_1, y_1)మరియు Q(x_2, y_2)ల మధ్య దూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
9. మూలబిందువు (0, 0) నుండి బిందువు $P(x, y)$ ల మధ్యదూరం $= \sqrt{x^2 + y^2}$.
10. $A(a, 0)$మరియు $B(0, b)$ ల మధ్య దూరం $= \sqrt{a^2 + b^2}$

ఇవి చేయండి.

1. **(–4, 0), (2, 0), (6, 0), (–8, 0) బిందువులు నిరూపక తలంలో ఎక్కడ ఉంటాయి .**

   సాధన : అన్ని బిందువులలోనూ Y-నిరూపకం '0' . కావున అన్ని బిందువులు X-అక్షం పై ఉంటాయి .

2. **(–4, 0) , (6, 0) బిందువుల మధ్య దూరంఎంత ?**

   సాధన : $A(-4, 0) = (x_1, 0), B(6, 0) = (x_2, 0)$

   బిందువుల మధ్య దూరం $= |x_2 - x_1| = |6 - (-4)| = |6 + 4| = |10| = 10$ యూనిట్లు

ప్రయత్నించండి.

1. **(0, –3), (0, –8), (0, 6), (0, 4) బిందువులు నిరూపక తలంలో ఎక్కడ ఉంటాయి ?**

   సాధన : అన్ని బిందువులలో X-నిరూపకాలు '0'. కావున అన్ని బిందువులు Y-అక్షం పై ఉంటాయి.

2. **(0, –3), (0, –8) బిందువుల మధ్యదూరమెంత ? అలాగే Y-అక్షం పై ఉన్న బిందువుల మధ్యదూరం $|y_2 - y_1|$ అవుతుందని చెప్పగలవా ?**

   సాధన : నిరూపకతలం నుండి $(0, -3), (0, -8)$ల మధ్యదూరం $= 5$ యూనిట్లు .

   $|y_2 - y_1| = |-8 - (-3)| = |-8 + 3| = |-5| = 5$ యూనిట్లు

BALABHADRA SURESH

ఇవి చేయండి.

కింది బిందువుల మధ్యదూరం కనుగొనండి .

i. (3, 8), (6, 8)

సాధన : $(3,8) = (x_1, b), (6,8) = (x_2, b)$

$(3,8), (6,8)$ బిందువుల మధ్యదూరం $= |x_2 - x_1| = |6-3| = |3| = 3\ units$

ii. (–4,–3), (–8,–3)

సాధన: $(-4,-3) = (x_1, b), (-8,-3) = (x_2, b)$

$(-4,-3), (-8,-3)$బిందువుల మధ్యదూరం $= |x_2 - x_1| = |-8-(-4)| = |-8+4| = |-4| =$

4 యూనిట్లు

iii. (3, 4), (3, 8)

సాధన: $(3,4) = (a, y_1), (3,8) = (a, y_2)$

బిందువుల మధ్యదూరం $= |y_2 - y_1| = |8-4| = |4| = 4$ యూనిట్లు

iv. (–5, –8), (–5, –12)

సాధన: $(-5,-8) = (a, y_1), (-5,-12) = (a, y_2)$

బిందువుల మధ్యదూరం $= |y_2 - y_1| = |-12-(-8)| = |-12+8| = |-4| = 4$ యూనిట్లు

ఉదాహరణ -1. A (4,0) మరియు B (8, 0) బిందువుల మధ్యదూరం ఎంత ?.

సాధన: బిందువుల మధ్యదూరం $= |x_2 - x_1| = |8-4| = |4| = 4$ యూనిట్లు

ఉదాహరణ -2. A మరియు B బిందువులు వరుసగా (8, 3), (–4, 3). A , B ల మధ్యదూరాన్ని కనుక్కోండి .

సాధన: $A(8,3) = (x_1, b)$ మరియు $B(-4,3) = (x_2, b)$

బిందువుల మధ్యదూరం AB $= |x_2 - x_1| = |-4-8| = |-12| = 12$ యూనిట్లు

ఇవి చేయండి

కింద బిందువుల మధ్యదూరం కనుగొనండి .

(i) A = (2, 0) మరియు B(0, 4)

సాధన: $A = (2,0) = (a, 0)$ మరియు $B(0,4) = (0, b)$

BALABHADRA SURESH

బిందువుల మధ్యదూరం AB $= \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = \sqrt{4\times 5} = 2\sqrt{5}$ యూనిట్లు

(ii) P(0, 5) మరియు Q(12, 0)

సాధన: $P(0,5) = (0,b)$ మరియు $Q(12,0) = (a,0)$

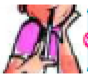
బిందువుల మధ్యదూరం PQ $= \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{12^2+5^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$ యూనిట్లు

ప్రయత్నించండి

మూలబిందువు 'O' మరియు బిందువు 'A' (7, 4) ల మధ్యదూరం కనుగొనండి .

సాధన: మూలబిందువు (O, O) మరియు $P(x,y)$ ల మధ్యదూరం = $\sqrt{x^2+y^2}$

బిందువుల మధ్యదూరం OA= $\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{7^2+4^2} = \sqrt{49+16} = \sqrt{65}$ యూనిట్లు



ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి

1. రాము ,బిందువు P(x, y) మరియు ములబిందువు O(0, 0) ల మధ్యదూరం $\sqrt{x^2+y^2}$ అని తెలిపెను. నీవు రాము తెలిపిన దానితో ఏకీభవిస్తున్నవా? లేదా ?ఎందుకు ?

సాధన: రాము తో ఏకీభవిస్తాను .

$O(0,0) = (x_1,y_1)$ మరియు $P(x,y) = (x_2,y_2)$

మధ్యదూరం OP= $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2} = \sqrt{x^2+y^2}$

2. రాము రెండు బిందువుల మధ్య దూరాన్ని ఈవిధంగా రాశాడు AB $= \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ ఎందుకు ?

సాధన: $(a-b)^2 = (b-a)^2$ అవుతుంది

కావున AB $= \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

ఉదాహరణ -3: బిందువులు A(4, 3) మరియు B(8, 6) ల మధ్యదూరాన్ని కనుగొనండి .

సాధన: $A(4,3) = (x_1,y_1)$ మరియు $B(8,6) = (x_2,y_2)$

AB మధ్యదూరం $= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

AB= $\sqrt{(8-4)^2+(6-3)^2}$

$= \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ యూనిట్లు

BALABHADRA SURESH

ఇవి చేయండి

కింద ఇవ్వబడిన బిందువుల మధ్యదూరం కనుగొనండి .

(i) $(7, 8)$ మరియు $(-2, 3)$

సాధన: $(7, 8)$ మరియు $(-2, 3)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

ఇచ్చిన బిందువుల మధ్యదూరం

$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2 - 7)^2 + (3 - 8)^2}$

$= \sqrt{(-9)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{81 + 25}$

$= \sqrt{106}$ యూనిట్లు

(ii) $(-8, 6)$ మరియు $(2, 0)$

సాధన: $(-8, 6)$మరియు $(2, 0)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

ఇచ్చిన బిందువుల మధ్యదూరం

$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(2 - (-8))^2 + (0 - 6)^2}$

$= \sqrt{(2 + 8)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{100 + 36} = \sqrt{136}$ యూనిట్లు

ప్రయత్నించండి

$A(1, -3)$ మరియు $B(-4, 4)$ బిందువుల మధ్యదూరం దగ్గరి దశాంశాలకు కనుగొనండి .

సాధన: $A(1, -3)$ మరియు $B(-4, 4)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

బిందువుల మధ్యదూరం AB $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-4 - 1)^2 + (4 - (-3))^2}$

$= \sqrt{(-5)^2 + (4 + 3)^2}$

$= \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74} = 8.60$ యూనిట్లు

```
        8.60
     -------
 8  | 74.00
    | 64.
     -------
166 | 10.00
    |  996
     -----
    |    4
```

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి

శ్రీధర్ రెండుబిందువులు $T(5, 2)$ మరియు $R(-4, -1)$ ల మధ్యదూరం 9.5 యూనిట్లుగా లెక్కించాడు . ఇపుడు మీరు రెండు బిందువులు P (4, 1) మరియు Q (-5, -2)ల మధ్యదూరాన్ని కనుగొనండి . మీరు కూడా శ్రీధర్ పొందిన సమాధానాన్నే పొందారా ? ఎందుకు ?

సాధన: P (4, 1) మరియు Q (-5, -2).

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

BALABHADRA SURESH

P మరియు Q ల మధ్యదూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-5-4)^2 + (-2-1)^2}$

$= \sqrt{(-9)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 9.5\ units$

	9.48
9	90.00
	81.
184	900
	736
	16400
1888	15104

నేను కూడా శ్రీధర్ పొందిన సమాధానాన్నే పొందాను .

ఉదాహరణ -4. బిందువులు A (4, 2), B (7, 5) మరియు C (9, 7) ఒకే సరాలరేఖపై ఉన్నాయని చూపండి .

సాధన : A (4, 2), B (7, 5)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(7-4)^2 + (5-2)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{9+9}$

$= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$ యూనిట్లు

B (7, 5) C (9, 7)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(9-7)^2 + (7-5)^2}$

$= \sqrt{(23)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{4+4}$

$= \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$ యూనిట్లు

A (4, 2), C (9, 7)

$AC = \sqrt{(9-4)^2 + (7-2)^2}$

$= \sqrt{(5)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{25+25}$

$= \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$ యూనిట్లు

ఇప్పుడు $AB+BC=3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} = AC$

A,B మరియు C లు ఒకే సరళరేఖపై ఉన్నాయి .(A,B మరియు C లు సరేఖీయ బిందువులు)

ఉదాహరణ -5. బిందువులు (3, 2), (−2, −3) మరియు (2, 3) లు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయా ?

సాధన : A (3, 2), B (-2, -3)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2-3)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 7.07$ యూనిట్లు

BALABHADRA SURESH

B (-2, -3) C (2, 3)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(2+2)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{(4)^2 + (6)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 7.21$ యూనిట్లు

A (3, 2), C (2, 3)

$AC = \sqrt{(2-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} = 1.41$ యూనిట్లు

ఏ రెండు భుజాముల పొడవుల మొత్తమైనా మూడవ దానికంటే ఎక్కువ కావున ఇచ్చిన బిందువులు ఒక త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయి.

ఉదాహరణ -6. బిందువులు $(1, 7), (4, 2), (-1, -1)$ మరియు $(-4, 4)$ లు ఒక చతురస్రం యొక్క శీర్షాలు అవుతాయని చూపండి .

సాధన : $A(1, 7), B(4, 2), C(-1, -1)$ మరియు $D(-4, 4)$

A(1, 7)$=(x_1, y_1)$, B(4, 2) $=(x_2, y_2)$,

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(4-1)^2 + (2-7)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$ యూనిట్లు

B (4, 2) $=(x_1, y_1)$ C (-1, -1) $=(x_2, y_2)$

$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-1-4)^2 + (-1-2)^2}$

$= \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$ యూనిట్లు

A (1, 7) $=(x_1, y_1)$ C (-1, -1) $=(x_2, y_2)$

$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-1-1)^2 + (-1-7)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (-8)^2}$

$= \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$ యూనిట్లు

C (-1, -1) $=(x_1, y_1)$ D (-4, 4) $=(x_2, y_2)$

$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-4+1)^2 + (4+1)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$ యూనిట్లు

D (-4, 4) $=(x_1, y_1)$ A(1, 7) $=(x_2, y_2)$

$DA = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(1+4)^2 + (7-4)^2}$

$= \sqrt{(5)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$ యూనిట్లు

B (4, 2) $=(x_1, y_1)$ D (-4, 4) $=(x_1, y_1)$

$BD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-4-4)^2 + (4-2)^2}$

$= \sqrt{(-8)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{64+4} = \sqrt{68}$ యూనిట్లు

భుజాలు $AB = BC = CD = DA$ మరియు కర్ణాలు $AC = BD$. నాలుగు భుజాల పొడవులు సమానం మరియు కర్ణాల పొడవులు కూడా సమానం కావున ABCD అనేది ఒక చతురస్రం అవుతుంది .

BALABHADRA SURESH

ఉదాహరణ -7: మాధురి ,మీనా ,పల్లవి లు వరుసగా $A(3,1), B(6,4)$ మరియు $C(8,6)$ స్థానాలలో కూర్చున్నారు . వారు ముగ్గురూ ఒకే సరళరేఖలో కూర్చున్నారని మీరు భావిస్తున్నారా ?

సాధన : $A(3,1), B(6,4)$
$(x_1,y_1)\ (x_2,y_2)$

$$AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6-3)^2+(4-1)^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2+(3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ యూనిట్లు}$$

$B(6,4)$, $C(8,6)$
(x_1,y_1) (x_2,y_2)

$$BC = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(8-6)^2+(6-4)^2}$$

$$= \sqrt{(2)^2+(2)^2}$$

$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ యూనిట్లు}$$

$A(3,1)$, $C(8,6)$
(x_1,y_1) (x_2,y_2)

$$AC = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(8-3)^2+(6-1)^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2+(5)^2}$$

$$= \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ యూనిట్లు}$$

ఇపుడు $AB+BC=3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=5\sqrt{2}=AC$

కాబట్టి A, B మరియు C బిందువులు సరేఖీయాలు . కావున వారు ముగ్గురు ఒకే సరళరేఖలో కూర్చున్నారు .

ఉదాహరణ -8. బిందువు (x,y) అనునది $(7,1)$ మరియు $(3,5)$ లకు సమదూరంలో ఉన్నది అయిన x మరియు y ల మధ్య సంబంధమును కనుగొనండి .

సాధన : $A(7,1)$ $B(3,5)$ లకు సమానదూరంలో ఉన్న బిందువు $P(x,y)$ అనుకొనుము

అపుడు AP=BP అగును

$A(7,1)$ $P(x,y)$
(x_1,y_1) (x_2,y_2)

$$AP = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(x-7)^2+(y-1)^2}$$

$$= \sqrt{x^2-14x+49+y^2-2y+1}$$

$$= \sqrt{x^2+y^2-14x-2y+50}$$

$B(3,5)$. $P(x,y)$
(x_1,y_1) (x_2,y_2)

$$BP = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(x-3)^2+(y-5)^2}$$

$$= \sqrt{x^2-6x+9+y^2-10y+25}$$

$$= \sqrt{x^2+y^2-6x-10y+34}$$

BALABHADRA SURESH

లెక్క ప్రకారం AP = BP ⇒ $AP^2 = BP^2$

$x^2 + y^2 - 14x - 2y + 50 = x^2 + y^2 - 6x - 10y + 34$

$x^2 + y^2 - 14x - 2y + -x^2 - y^2 + 6x + 10y = 34 - 50 = 0$

$-8x + 8y = -16 \Rightarrow x - y = 2$.

ఉదాహరణ -9. A(6, 5) మరియు B(– 4, 3) లకు సమానదూరంలో Y-అక్షం పై నున్న బిందువు నిరూపకాలు కనుగొనండి .

సాధన : A మరియు B లకు సమానదూరంలో Y- అక్షం పై ఉన్న బిందువు P(0, y) అనుకొనుము

A(6, 5), P(0, y)

$AP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(0 - 6)^2 + (y - 5)^2}$

$= \sqrt{36 + y^2 - 10y + 25}$

$= \sqrt{y^2 - 10y + 61}$

B(– 4, 3), P(0, y)

$BP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(0 + 4)^2 + (y - 3)^2}$

$= \sqrt{16 + y^2 - 6y + 9}$

$= \sqrt{y^2 - 6y + 25}$

కానీ $AP = BP \Rightarrow AP^2 = BP^2$

$y^2 - 10y + 61 = y^2 - 6y + 25$

$y^2 - 10y - y^2 + 6y = 25 - 61$

$-4y = -36 \Rightarrow y = 9$

కావలసిన బిందువు (0, 9).

BALABHADRA SURESH

అభ్యాసం 7.1

కింద ఇవ్వబడిన బిందువుల మధ్యదూరంను కనుగొనండి .

(i) (2, 3) మరియు (4, 1)

Sol: బిందువుల మధ్యదూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ యూనిట్లు

(ii) (–5, 7) మరియు (–1, 3)

సాధన : బిందువుల మధ్యదూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-1+5)^2 + (3-7)^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ యూనిట్లు

(iii) (–2, –3) మరియు (3, 2)

సాధన : బిందువుల మధ్యదూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(3+2)^2 + (2+3)^2}$

$= \sqrt{(5)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ యూనిట్లు

(iv) (a, b) మరియు (–a, –b)

సాధన : బిందువుల మధ్యదూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-a-a)^2 + (-b-b)^2}$

$= \sqrt{(-2a)^2 + (-2b)^2}$

$= \sqrt{4a^2 + 4a^2} = \sqrt{8a^2} = 2\sqrt{2}\,.\,a$ యూనిట్లు

2. **బిందువులు (0, 0) మరియు (36, 15)ల మధ్యదూరాన్ని కనుగొనండి .**

సాధన : బిందువులు (0, 0) మరియు (36, 15).

బిందువుల మధ్యదూరం $= \sqrt{x^2 + y^2}$

$= \sqrt{36^2 + 15^2} = \sqrt{1296 + 225} = \sqrt{1521} = 39$ యూనిట్లు

3. **బిందువులు (1, 5), (2, 3) మరియు (–2, –1) లు సరేఖీయాలో కాదో సరిచూడండి .**

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $A\ (1,5)$, $B\ (2,3)$, $C\ (-2,-1)$

$A\ (1,5) = (x_1, y_1)$ $B\ (2,3) = (x_2, y_2)$

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(2-1)^2 + (3-5)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (-2)^2}$

BALABHADRA SURESH

$= \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ యూనిట్లు

$B\ (2,3) = (x_1, y_1) \quad C\ (-2,-1) = (x_2, y_2)$

$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2-2)^2 + (-1-3)^2}$

$= \sqrt{16+16}$

$= \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} == 4\sqrt{2}$ యూనిట్లు

$A\ (1,5) = (x_1, y_1) \quad C\ (-2,-1) = (x_2, y_2)$

$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-5)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$ యూనిట్లు

ఏ రెండు భుజాల మొత్తం మూడవ భుజం నకు సమానంగా లేదు కావున .ఇచ్చిన బిందువులు సరేఖీయాలు

కాదు .

4. **బిందువులు $(5,-2), (6,4)$ మరియు $(7,-2)$ లు ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజం యొక్క శీర్షాలు అవుతాయా?**

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A $(5,-2)$, B$(6,4)$ మరియు C $(7,-2)$

A $(5,-2)$, B$(6,4)$
(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(6-5)^2 + (4+2)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (6)^2}$

$= \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$ యూనిట్లు

B(6, 4), C(7, -2)
(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(7-6)^2 + (-2-4)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$ యూనిట్లు

A(5, -2), C(7, -2)
(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(7-5)^2 + (-2+2)^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (0)^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4} = 2$ యూనిట్లు

ఇక్కడ AB=BC కావున ΔABC ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజం అవుతుంది .

BALABHADRA SURESH

5. **A(3,4) , B(6,7), C(9,4) మరియు D(6,1) బిందువులు ఒక చతురస్రం శీర్షాలు అవుతాయని చూపండి.**

సాధన : A(3,4) , B(6,7)

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(6-3)^2 + (7-4)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ యూనిట్లు

B(6,7), C(9,4)

$BC = \sqrt{(9-6)^2 + (4-7)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}\ units$

C(9,4) , D(6,1)

$CD = \sqrt{(6-9)^2 + (1-4)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ యూనిట్లు

D(6,1), A(3,4)

$\text{DA} = \sqrt{(3-6)^2 + (4-1)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ యూనిట్లు

A(3,4), C(9,4)

$\text{AC} = \sqrt{(9-3)^2 + (4-4)^2}$

$= \sqrt{(6)^2 + (0)^2}$

$= \sqrt{36+0} = \sqrt{36} = 6$ యూనిట్లు

B(6,7), D(6,1)

$\text{BD} = \sqrt{(6-6)^2 + (1-7)^2}$

$= \sqrt{(0)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{0+36} = \sqrt{36} = 6$ యూనిట్లు

AB = BC = CD = DA మరియు AC = BD.

నాలుగు భుజాల పొడవులు సమానం మరియు కర్ణాల పొడవులు సమానం కావున ABCD ఒక చతురస్రం .

6. బిందువులు $A(a,0), B(-a,0), C(0, a\sqrt{3})$ అనునవి ఒక సమబాహు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరచగలవని చూపండి .

సాధన : $A(a,0), B(-a,0)$

$(x_1, y_1) \qquad (x_2, y_2)$

$\text{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-a-a)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{(-2a)^2 + (0)^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$ యూనిట్లు

$B(-a,0), C(0, a\sqrt{3})$

$\text{BC} = \sqrt{(0+a)^2 + \left(a\sqrt{3} - 0\right)^2}$

$= \sqrt{a^2 + 3a^2}$

$= \sqrt{4a^2} = 2a$ యూనిట్లు

$A(a,0), C(0, a\sqrt{3})$

$\text{AC} = \sqrt{(0-a)^2 + \left(a\sqrt{3} - 0\right)^2}$

$= \sqrt{a^2 + 3a^2}$

$= \sqrt{4a^2} = 2a$ యూనిట్లు

AB=BC=AC=$2a$ యూనిట్లు కావున ΔABC ఒక సమబాహు త్రిభుజం .

7. బిందువులు $(-7,-3), (5,10), (15,8)$ మరియు $(3,-5)$ లు వరుసగా ఒక సమాంతర చతుర్భుజానికి శీర్షాలు అవుతాయని చూపండి.

BALABHADRA SURESH

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A(−7, −3), B(5, 10), C(15, 8) మరియు D(3, −5)

A(−7, −3), B(5, 10),
(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(5+7)^2 + (10+3)^2}$

$= \sqrt{(12)^2 + (13)^2}$

$= \sqrt{144+169} = \sqrt{313}$ యూనిట్లు

C(15, 8) , D(3, −5)

$CD = \sqrt{(3-15)^2 + (-5-8)^2}$

$= \sqrt{(-12)^2 + (-13)^2}$

$= \sqrt{144+169}$

$= \sqrt{313}$ యూనిట్లు

B(5, 10), C(15, 8)

$BC = \sqrt{(15-5)^2 + (8-10)^2}$

$= \sqrt{(10)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{100+4} = \sqrt{104}$ యూనిట్లు

D(3, −5), A(−7, −3)

$DA = \sqrt{(-7-3)^2 + (-3+5)^2}$

$= \sqrt{(-10)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{100+4}$

$= \sqrt{104}$ యూనిట్లు

ఇక్కడ AB=CD మరియు BC=AD ⇒ ఎదురెదురు భుజాలు సమానం కావున ఇచ్చిన బిందువులు ఒక సమాంతర చతుర్భుజానికి శీర్షాలు అవుతాయి.

8. బిందువులు (−4, −7), (−1, 2), (8, 5) మరియు (5, −4) లు వరుసగా ఒక సమ చతుర్భుజం (rhombus) యొక్క శీర్షాలు అవుతాయని చూపండి . దాని వైశాల్యం కనుగొనండి ..

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $A\,(-4,-7)$, $B\,(-1,2)$, $C\,(8,5)$, $D\,(5,-4)$

$A(-4,-7) = (x_1, y_1), B(-1,2) = (x_2, y_2)$

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-1+4)^2 + (2+7)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (9)^2}$

$= \sqrt{9+81} = \sqrt{90}$ యూనిట్లు

$B(-1,2) = (x_1, y_1), C(8,5) = (x_2, y_2)$

$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(8+1)^2 + (5-2)^2}$

$= \sqrt{(9)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{81+9} = \sqrt{90}$ యూనిట్లు

$A\,(-4,-7) = (x_1, y_1), C\,(8,5) = (x_2, y_2)$

$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(8+4)^2 + (5+7)^2}$

$= \sqrt{(12)^2 + (12)^2}$

$= \sqrt{144+144} = \sqrt{288}$ యూనిట్లు

$C(8,5) = (x_1, y_1), D(5,-4) = (x_2, y_2)$

$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(5-8)^2 + (-4-5)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-9)^2}$

$= \sqrt{9+81} = \sqrt{90}$ యూనిట్లు

$A(-4,-7) = (x_1, y_1)\,, D(5,-4) = (x_2, y_2)$

$AD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(5+4)^2 + (-4+7)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (9)^2}$

$= \sqrt{9+81} = \sqrt{90}$ యూనిట్లు

$B(-1,2) = (x_1, y_1), D(5,-4) = (x_2, y_2)$

BALABHADRA SURESH

$BD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(5+1)^2 + (-4-2)^2}$

$= \sqrt{(6)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{36+36} = \sqrt{72}$ యూనిట్లు

ఇక్కడ $AB = BC = CD = AD$ మరియు $AC \neq BD$

నాలుగు భుజాలు సమానం మరియు కర్ణాలు సమానం కాదు కావున ఇది ఒక సమ చతుర్భుజం .

సమ చతుర్భుజం వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times \sqrt{288} \times \sqrt{72}$

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{144 \times 2} \times \sqrt{36 \times 2} = \frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{2} \times 6 \times \sqrt{2} = 72$ చదరపు యూనిట్లు

9. కింద ఇవ్వబడిన బిందువులతో ఏర్పడే చతుర్భుజం ఏ రకమైనదో ? దాని పేరు తెలపండి .

(i) (−1, −2), (1, 0), (−1, 2), (−3, 0).

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A(−1, −2), B (1, 0), C (−1, 2), D(−3, 0).

A(−1, −2), B (1, 0)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(1+1)^2 + (0+2)^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ యూనిట్లు

C (−1, 2), D(−3, 0).

$CD = \sqrt{(-3+1)^2 + (0-2)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ యూనిట్లు

D(−3, 0), A(−1, −2)

$DA = \sqrt{(-1+3)^2 + (-2-0)^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ యూనిట్లు

B (1, 0), C (−1, 2)

$BC = \sqrt{(-1-1)^2 + (2-0)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ యూనిట్లు

A(−1, −2), C (-1, 2)

$AC = \sqrt{(-1+1)^2 + (2+2)^2}$

$= \sqrt{(0)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{16} = 4$ యూనిట్లు

B (1, 0), D (−3, 0)

$BC = \sqrt{(-3-1)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (0)^2}$

$= \sqrt{16} = 4$ యూనిట్లు

AB = BC = CD = DA మరియు AC = BD. నాలుగు భుజాలు సమానం మరియు కర్ణాలు సమానం

కావున ABCD ఒక చతురస్రం .

(ii) (−3, 5), (1, 10), (3, 1), (−1, −4)

BALABHADRA SURESH

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A(−3, 5), B(1, 10), C(3, 1), D(−1, −4)

A(−3, 5), B (1, 10)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(1+3)^2 + (10-5)^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (5)^2}$

$= \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$ యూనిట్లు

B(1, 10), C(3, 1)

$BC = \sqrt{(3-1)^2 + (1-10)^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (-9)^2}$

$= \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$ యూనిట్లు

C(3, 1), D(−1, −4)

$CD = \sqrt{(-1-3)^2 + (-4-1)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$ యూనిట్లు

$D(-1, -4), A(-3, 5)$

$DA = \sqrt{(-3+1)^2 + (5+4)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (9)^2}$

$= \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$ యూనిట్లు

A(−3, 5), C (3, 1)

$AC = \sqrt{(3+3)^2 + (1-5)^2}$

$= \sqrt{(6)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$ యూనిట్లు

B (1, 10), D (−1, −4)

$BD = \sqrt{(-1-1)^2 + (-4-10)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (-14)^2}$

$= \sqrt{4+196} = \sqrt{200}$ యూనిట్లు

AB =CD, BC =DA *మరియు* AC ≠ BD.

నాలుగు భుజాలు సమానం మరియు కర్ణాలు సమానం కాదు .కావున ఇచ్చిన బిందువులు ఒక సమ చతుర్భుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయి

(iii) (4, 5), (7, 6), (4, 3), (1, 2)

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A(4, 5), B(7, 6), C(4, 3), D(1, 2)

A(4, 5), B(7, 6),

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(7-4)^2 + (6-5)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (1)^2}$

$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ యూనిట్లు

B(7, 6), C(4, 3),

$BC = \sqrt{(4-7)^2 + (3-6)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ యూనిట్లు

C(4, 3), D(1, 2)

$CD = \sqrt{(1-4)^2 + (2-3)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2}$

$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ యూనిట్లు

$D(1, 2), A(4, 5)$

$DA = \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2}$

BALABHADRA SURESH

$= \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$

A(4, 5), C (4, 3)

$AC = \sqrt{(4-4)^2 + (3-5)^2}$

$= \sqrt{(0)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{4} = 2$ యూనిట్లు

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}\ units$

$B\ (7, 6), D\ (1, 2)$

$BD = \sqrt{(1-7)^2 + (2-6)^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$ యూనిట్లు

AB =CD, BC =DA మరియు $AC \neq BD$.

నాలుగు భుజాలు సమానం మరియు కర్ణాలు సమానం కాదు .కావున ఇచ్చిన బిందువులు ఒక సమ చతుర్భుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయి

10. X-అక్షం పై ఉంటూ బిందువులు (2, −5) మరియు (−2, 9) లకు సమాన దూరంలో నున్న బిందువును కనుగొనండి .

సాధన :ఇచ్చిన బిందువులు A(2, −5) మరియు B(−2, 9).

Aమరియు B లకు సమాన దూరంలో X-అక్షం పై నున్న బిందువు $P(x, o)$ అనుకొనుము

$A(2,-5), P(x, o)$

$AP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(x-2)^2 + (0+5)^2}$

$= \sqrt{x^2 - 4x + 4 + 25}$

$= \sqrt{x^2 - 4x + 29}$

$B(-2, 9), P(x, o)$

$BP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(x+2)^2 + (0-9)^2}$

$= \sqrt{x^2 + 4x + 4 + 81}$

$= \sqrt{x^2 + 4x + 85}$

లెక్క ప్రకారం AP=BP⇒ $AP^2 = BP^2$

$x^2 - 4x + 29 = x^2 + 4x + 85$

$x^2 - 4x - x^2 - 4x = 85 - 29$

$-8x = 56 \Rightarrow x = \frac{56}{-8} = -7$

కావలసిన బిందువు (−7, 0).

BALABHADRA SURESH

11. బిందువులు (x, 7) మరియు (1, 15) ల మధ్య దూరం 10 యూనిట్లు , అయిన x విలువ ఎంత ?

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $(x, 7)$, $(1,15)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

ఇచ్చిన బిందువుల మధ్య దూరం = 10

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 10$

$\sqrt{(1 - x)^2 + (15 - 7)^2} = 10$

ఇరువైపులా వర్గం చేయగా

$(x - 1)^2 + 8^2 = 10^2$

$(x - 1)^2 + 64 = 100$

$(x - 1)^2 = 100 - 64 = 36$

$(x - 1) = \sqrt{36} = \pm 6$

$x = 6 + 1$ లేదా $-6 + 1$

$x = 7$ లేదా -5

12. బిందువులు P(2, −3) మరియు Q(10, y) ల మధ్య దూరం 10 యూనిట్లు అయిన y విలువ ఎంత ?

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు P $(2, -3)$, Q $(10, y)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

ఇచ్చిన బిందువుల మధ్య దూరం = 10

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 10$

$\sqrt{(10 - 2)^2 + (y + 3)^2} = 10$

ఇరువైపులా వర్గం చేయగా

$(8)^2 + (y + 3)^2 = 10^2$

$(y + 3)^2 = 10^2 - (8)^2 = 100 - 64 = 36$

$y + 3 = \sqrt{36} = \pm 6$

$y + 3 = 6$ లేదా $y + 3 = -6$

$y = 6 - 3$ లేదా $y = -6 - 3$

$y = 3$ లేదా -9

13. బిందువు (−5, 6) గుండా పోవు వృత్తం యొక్క కేంద్రం (3, 2) అయిన దాని వ్యాసార్ధంను కనుగొనండి ?

Sol: వృత్త కేంద్రం $O = (3,2)$ వృత్తం పై ఒక బిందువు $A = (-5,6)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

వృత్త వ్యాసార్ధం (OA) = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

BALABHADRA SURESH

$= \sqrt{(-5-3)^2 + (6-2)^2}$

$= \sqrt{(-8)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{64+16}$

$= \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$ యూనిట్లు $(-5, 6)$.

14. బిందువులు (1, 5), (5, 8) మరియు (13, 14)లతో త్రిభుజమును గీయగలమా? కారణం తెలపండి .

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $A\ (1,5)$, $B\ (5,8)$, $C\ (13,14)$

$A\ (1,5) = (x_1, y_1), B\ (5,8) = (x_2, y_2)$

$AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(5-1)^2 + (8-5)^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ యూనిట్లు

$B\ (5,8) = (x_1, y_1), C\ (13,14) = (x_2, y_2)$

$BC = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(13-5)^2 + (14-8)^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$

$= \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ యూనిట్లు

$A\ (1,5) = (x_1, y_1), C\ (13,14) = (x_2, y_2)$

$AC = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(13-1)^2 + (14-5)^2}$

$= \sqrt{(12)^2 + (9)^2}$

$= \sqrt{144+81} = \sqrt{225} = 15$ యూనిట్లు

AB = 5 యూనిట్లు, BC = 10 యూనిట్లు , AC = 15 యూనిట్లు

$AB + BC = 5 + 10 = 15$ యూనిట్లు

$AB + BC = AC \Rightarrow A, B, C$ లు సరేఖీయ బిందువులు

∴ ఇచ్చిన బిందువులతో త్రిభుజమును గీయలేము .

14. బిందువు (x, y) అనేది (−2, 8) మరియు (−3, −5) లకు సమానదూరం లో ఉన్నది . అయిన xమరియు y ల మధ్య సంబంధమును కనుక్కోండి .

సాధన : A (−2, 8) మరియు B(−3, −5) అనుకొనుము

P(x,y) అనేది A మరియు B లకు సమాన దూరంలో ఉన్నది .కావున AP=BP

$AP = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(x+2)^2 + (y-8)^2}$

$= \sqrt{x^2+4x+4+y^2-16y+64}$

$= \sqrt{x^2+y^2+4x-16y+68}$

$BP = \sqrt{(x+3)^2 + (y+5)^2}$

$= \sqrt{x^2+6x+9+y^2+10y+25}$

$= \sqrt{x^2+y^2+6x+10y+34}$

AP=BP⇒ $AP^2 = BP^2$

BALABHADRA SURESH

$x^2 + y^2 + 4x - 16y + 68 = x^2 + y^2 + 6x + 10y + 34$

$x^2 + y^2 + 4x - 16y - x^2 - y^2 - 6x - 10y = 34 - 68$

$-2x - 26y = -34$

$\Rightarrow x + 13y = 17$ అనేది కావలసిన సంబంధము .

విభజన సూత్రం :

1) $A(x_1, y_1)$ మరియు $B(x_2, y_2)$ బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాన్ని P(x, y) బిందువు అంతరంగా $m_1 : m_2$ నిష్పత్తి లో విభజిస్తే

$$P(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right).$$

2) $A(x_1, y_1)$ మరియు $B(x_2, y_2)$ లచే ఏర్పడు రేఖాఖండం మధ్యబిందువు $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

ఉదాహరణ -10. బిందువులు (4, −3) మరియు (8, 5) లచే ఏర్పడు రేఖఖండమును 3 : 1 నిష్పత్తి లో అంతరంగా విభజించు బిందువు నిరూపకాలను కనుగొనండి .

సాధన: ఇచ్చిన బిందువులు $A\ (4, -3)$, $B\ (8,5)$ నిష్పత్తి $= 3 : 1$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) $m_1 : m_2$

$$= \left(\frac{3 \times 8 + 1 \times (4)}{3 + 1}, \frac{3 \times (5) + 1 \times (-3)}{3 + 1}\right)$$

$$= \left(\frac{24 + 4}{4}, \frac{15 - 3}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{28}{4}, \frac{12}{4}\right) = (7,3)$$

కావలసిన బిందువు = (7,3)

ఉదాహరణ -11. బిందువులు (3, 0) మరియు (-1, 4) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండం యొక్క మధ్యబిందువును కనుగొనండి .

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $(3, 0)$, $(-1,4)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$\text{మధ్యబిందువు} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{3 - 1}{2}, \frac{0 + 4}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{4}{2}\right) = (1,2)$$

ఇవి చేయండి

BALABHADRA SURESH

1. **బిందువు (3, 5) మరియు (8, 10) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండమును 2 : 3 నిష్పత్తిలో అంతరంగా విభజించు బిందువును కనుగొనండి .**

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $A\ (3,5)$, $B\ (8,10)$ నిష్పత్తి $= 2 : 3$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) $m_1 : m_2$

$$P(x,y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{2 \times 8 + 3 \times 3}{2 + 3}, \frac{3 \times 10 + 2 \times 5}{2 + 3}\right)$$

$$= \left(\frac{16 + 9}{5}, \frac{30 + 10}{5}\right)$$

$$= \left(\frac{25}{5}, \frac{40}{5}\right) = (5,8)$$

కావలసిన బిందువు $= (5,8)$

2. **బిందువులు (2, 7) మరియు (12, −7) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండం యొక్క మధ్యబిందువును కనుగొనండి .**

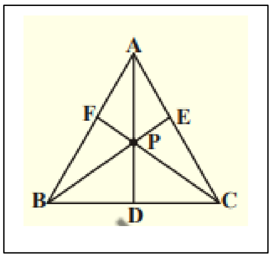
సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $(2,7)$, $(12,-7)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

మధ్యబిందువు $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{2 + 12}{2}, \frac{7 - 7}{2}\right) = \left(\frac{14}{2}, \frac{0}{2}\right) = (7,0)$

కృత్యము

బిందువులు A(4, 2), B(6, 5) మరియు C(1, 4) లు ΔABC యొక్క శీర్షాలు



1. A నుండి BC పైకి గీసిన మధ్యగత రేఖ D వద్ద కలుస్తుంది .అయిన D బిందువు నిరూపకలు కనుగొనండి

సాధన : $D =$ BC మధ్య బిందువు $= \left(\frac{6 + 1}{2}, \frac{5 + 4}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right)$

2. AP : PD = 2 : 1 అయ్యేవిధంగా AD రేఖపై P బిందువు నిరూపకాలను కనుగొనండి .

సాధన : A(4, 2)= (x_1, y_1) ,$D\ \left(\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right) = (x_2, y_2)$ నిష్పత్తి $=2:1= m_1 : m_2$

$$P(x,y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{2 \times \frac{7}{2} + 1 \times 4}{2 + 1}, \frac{2 \times \frac{9}{2} + 1 \times 2}{2 + 1}\right) = \left(\frac{7 + 4}{3}, \frac{9 + 2}{2}\right) = \left(\frac{11}{3}, \frac{11}{3}\right)$$

BALABHADRA SURESH

3. BE రేఖను 2 : 1 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువును మరియు CF రేఖను 2 : 1 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువును కనుగొనండి .

సాధన : E= AC మధ్యబిందువు $=\left(\frac{4+1}{2},\frac{2+4}{2}\right)=\left(\frac{5}{2},\frac{6}{2}\right)=\left(\frac{5}{2},3\right)$

$B(6,5)=(x_1,y_1)$ $E=\left(\frac{5}{2},3\right)=(x_2,y_2)$ నిష్పత్తి $=2:1=m_1:m_2$

$$Q(x,y)=\left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2},\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$$

$$=\left(\frac{2\times\frac{5}{2}+1\times 6}{2+1},\frac{2\times 3+1\times 5}{2+1}\right)=\left(\frac{5+6}{3},\frac{6+5}{2}\right)=\left(\frac{11}{3},\frac{11}{3}\right)$$

F = AB మధ్య బిందువు $=\left(\frac{4+6}{2},\frac{2+5}{2}\right)=\left(\frac{10}{2},\frac{7}{2}\right)=\left(5,\frac{7}{2}\right)$

$C(1,4)=(x_1,y_1)$, $F\left(5,\frac{7}{2}\right)=(x_2,y_2)$ నిష్పత్తి $=2:1=m_1:m_2$

$$R(x,y)=\left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2},\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$$

$$=\left(\frac{2\times 5+1\times 1}{2+1},\frac{2\times\frac{7}{2}+1\times 4}{2+1}\right)=\left(\frac{10+1}{3},\frac{7+4}{3}\right)=\left(\frac{11}{3},\frac{11}{3}\right)$$

4. మీరేమి గమనించారు ?

సాధన : ఒక త్రిభుజంలోని ప్రతి మధ్యగతరేఖను 2:1 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువు ఆ త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం అవుతుంది .

త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం:

$A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$మరియు $C(x_3,y_3)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ గురుత్వ కేంద్రం యొక్క నిరూపకాలు

$$=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

ఉదాహరణ -12. బిందువులు $(3,-5),(-7,4),(10,-2)$లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వకేంద్రం ను కనుగొనండి .

సాధన : త్రిభుజ శీర్షాలు $(3,-5)$, $(-7,4)$, $(10,-2)$

(x_1,y_1) (x_2,y_2) (x_3,y_3)

గురుత్వకేంద్రం నిరూపకాలు $=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

BALABHADRA SURESH

$$= \left(\frac{3-7+10}{3}, \frac{-5+4-2}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{6}{3}, \frac{-3}{3}\right) = (2, -1)$$

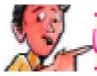
ఇవి చేయండి

బిందువులు (−4, 6), (2, −2) మరియు (2, 5) లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం ను కనుగొనండి .

సాధన : గురుత్వకేంద్రం నిరూపకాలు $= \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

$$= \left(\frac{-4+2+2}{3}, \frac{6-2+5}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{-4+4}{3}, \frac{11-2}{3}\right) = \left(\frac{0}{3}, \frac{9}{3}\right) = (0,3)$$



ప్రయత్నించండి

బిందువులు (2, 3), (x, y), (3, −2) లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వకేంద్రం మూలబిందువు అయిన (x, y) ని కనుగొనండి .

సాధన : త్రిభుజ శీర్షాలు (2, 3), (x, y), (3, −2)

$(x_1, y_1)(x_2, y_2)(x_3, y_3)$

గురుత్వకేంద్రం నిరూపకాలు $= (0,0)$

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right) = (0,0)$$

$$\left(\frac{2+x+3}{3}, \frac{3+y-2}{3}\right) = (0,0)$$

$$\left(\frac{5+x}{3}, \frac{1+y}{3}\right) = (0,0)$$

$\frac{5+x}{3} = 0$ మరియు $\frac{1+y}{3} = 0$

$5 + x = 0$ మరియు $1 + y = 0$

$x = -5$ మరియు $y = -1$

ఉదాహరణ -13. బిందువులు A(− 6, 10) మరియు B(3, − 8)ల చే ఏర్పడు రేఖాఖండమును బిందువు (− 4, 6) ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది ?

సాధన : A(− 6, 10) మరియు B(3, − 8) P (− 4, 6)

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x, y)

AB రేఖాఖండమును బిందువు P విభజించే నిష్పత్తి $m_1 : m_2$ అనుకొనుము

BALABHADRA SURESH

$$P = (-4,6)$$

$$\left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right) = (-4,6)$$

$$\left(\frac{m_1(3) + m_2(-6)}{m_1 + m_2}, \frac{m_1(-8) + m_2(10)}{m_1 + m_2}\right) = (-4,6)$$

$$\frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2} = -4$$

$$3m_1 - 6m_2 = -4(m_1 + m_2)$$

$$3m_1 - 6m_2 = -4m_1 - 4m_2$$

$$3m_1 + 4m_1 = -4m_2 + 6m_2$$

$$7m_1 = 2m_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{7} \Rightarrow m_1 : m_2 = 2:7$$

ఆలోచించి , చర్చించి ,రాయండి :

బిందువులు A(6, 9) మరియు B(−6, −9) లను కలుపు రేఖాఖండమును

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

(a) మూలబిందువు ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది ? $\overline{AB}$ రేఖాఖండమునకు మూలబిందువును ఏ మంటారు ?

సాధన : $\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2} = 0 \Rightarrow m_1(-6) + m_2(6) = 0 \Rightarrow -6m_1 = -6m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{-6}{-6} \Rightarrow m_1 : m_2 = 1:1$

AB రేఖాఖండమునకు మూలబిందువును మధ్య బిందువు అందురు .

(b) బిందువు P(2, 3)ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది ?

సాధన : $\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2} = 2 \Rightarrow \frac{m_1(-6) + m_2(6)}{m_1 + m_2} = 2$

$$-6m_1 + 6m_2 = 2(m_1 + m_2)$$

$$-6m_1 + 6m_2 = 2m_1 + 2m_2$$

$$-6m_1 - 2m_1 = 2m_2 - 6m_2$$

$$-8m_1 = -4m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_1 : m_2 = 1:2$$

(c) బిందువు Q(−2, −3) ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది ?

సాధన : $\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2} = -2 \Rightarrow \frac{m_1(-6) + m_2(6)}{m_1 + m_2} = -2$

$$-6m_1 + 6m_2 = -2(m_1 + m_2)$$

$$-6m_1 + 6m_2 = -2m_1 - 2m_2$$

$$-6m_1 + 2m_1 = -2m_2 - 6m_2$$

$$-4m_1 = -8m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{-8}{-4} = \frac{2}{1} \Rightarrow m_1 : m_2 = 2:1$$

BALABHADRA SURESH

(d) బిందువులు P , Q లు $\overline{AB}$ ని ఎన్ని సమానభాగాలుగా విభజిస్తాయి ?

సాధన : $\overline{AB}$ రేఖాఖండాన్ని P ,Q బిందువులు 3 సమానభాగాలుగా విభజిస్తాయి .

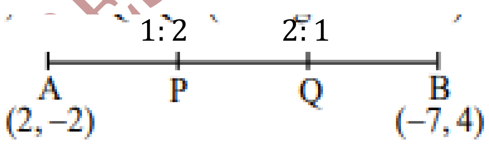
(e) P , Q లను ఏమంటారు?

సాధన : AB రేఖాఖండానికి P , Q లను త్రిధాకరణ బిందువులు అందురు .

రేఖ యొక్క త్రిధాకరణ బిందువులు:

1) ఒక రేఖాఖండమును మూడు సమానభాగాలుగా విభజించు బిందువులను "త్రిధాకరణ బిందువులు" అందురు .
2) ఒక రేఖాఖండమును 1:2 మరియు 2:1 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువులను "త్రిధాకరణ బిందువులు" అందురు .

ఉదాహరణ -14. బిందువులు A(2,–2) మరియు B(–7, 4) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండము యొక్క త్రిధాకరణ బిందువులు కనుగొనండి .



సాధన : A(2,–2) మరియు B(–7, 4).

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

AB రేఖాఖండాన్ని బిందువు P అంతరంగా 1: 2.= $m_1: m_2$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది

$$P(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$
$$= \left(\frac{1(-7) + 2(2)}{1 + 2}, \frac{1(4) + 2(-2)}{1 + 2}\right)$$
$$= \left(\frac{-7 + 4}{3}, \frac{4 - 4}{3}\right) = \left(\frac{-3}{3}, \frac{0}{3}\right) = (-1,0)$$

AB రేఖాఖండాన్ని బిందువు Q అంతరంగా 2: 1.= $m_1: m_2$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది

$$Q(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$
$$= \left(\frac{2(-7) + 1(2)}{2 + 1}, \frac{2(4) + 1(-2)}{2 + 1}\right)$$
$$= \left(\frac{-14 + 2}{3}, \frac{8 - 2}{3}\right) = \left(\frac{-12}{3}, \frac{6}{3}\right) = (-4,2)$$

AB రేఖాఖండం యొక్క త్రిధాకరణ బిందువులు P(-1, 0) మరియు Q(-4, 2).

ఇవి చేయండి.

1. బిందువులు (2, 6) మరియు (–4, 8) లను కలుపు రేఖాఖండంయొక్క త్రిధాకరణ బిందువులను కనుగొనండి

BALABHADRA SURESH

సాధన : A(2, 6) మరియు B(−4, 8).

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

AB రేఖాఖండాన్ని అంతరంగా 1 : 2.= $m_1 : m_2$ నిష్పత్తి లో విభజించు బిందువు

$$P(x,y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{1(-4) + 2(2)}{1 + 2}, \frac{1(8) + 2(6)}{1 + 2}\right)$$

$$= \left(\frac{-4 + 4}{3}, \frac{8 + 12}{3}\right) = \left(\frac{0}{3}, \frac{20}{3}\right) = \left(0, \frac{20}{3}\right)$$

AB రేఖాఖండాన్ని అంతరంగా 2 : 1.= $m_1 : m_2$ నిష్పత్తి లో విభజించు బిందువు

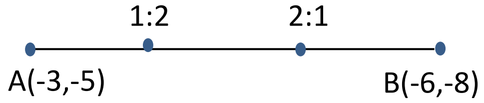
$$Q(x,y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{2(-4) + 1(2)}{2 + 1}, \frac{2(8) + 1(6)}{2 + 1}\right)$$

$$= \left(\frac{-8 + 2}{3}, \frac{16 + 6}{3}\right) = \left(\frac{-6}{3}, \frac{22}{3}\right) = \left(-2, \frac{22}{3}\right)$$

కావలసిన త్రిథాకరణ బిందువులు $\left(0, \frac{20}{3}\right)$ మరియు $\left(-2, \frac{22}{3}\right)$

2. బిందువులు (−3, −5) , (−6, −8) లను కలుపు రేఖాఖండం యొక్క త్రిథాకరణ బిందువులను కనుగొనుము.



సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A=(-3,-5) మరియు B=(-6,-8)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

AB రేఖాఖండం యొక్క త్రిథాకరణ బిందువులు P మరియు Q అనుకొనుము

AB రేఖాఖండాన్ని బిందువు P అంతరంగా 1: 2.= $m_1 : m_2$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది

$$P(x,y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{1\times(-6)+2\times(-3)}{1+2}, \frac{1\times(-8)+2\times(-5)}{1+2}\right)$$

$$= \left(\frac{-6 - 6}{3}, \frac{-8 - 10}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{-12}{3}, \frac{-18}{3}\right) = (-4, -6)$$

AB రేఖాఖండాన్ని బిందువు Q అంతరంగా 2: 1.= $m_1 : m_2$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది

$$Q(x,y) = \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{2\times(-6)+1\times(-3)}{1+2}, \frac{2\times(-8)+1\times(-5)}{1+2}\right)$$

$$= \left(\frac{-12-3}{3}, \frac{-16-5}{3}\right)$$

BALABHADRA SURESH

$= \left(\frac{-15}{3}, \frac{-21}{3}\right) = (-5, -7)$

త్రిధాకరణ బిందువులు $(-4, -6)$ and $(-5, -7)$.

ఉదాహరణ -15. బిందువులు (5, −6) మరియు (−1, −4) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండమును Y-అక్షము ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది ? ఆ ఖండన బిందువును కనుగొనండి .

సాధన : A(5, −6) మరియు B (−1, −4) అనుకొనుము .

(x_1, y_1) $\quad\quad$ (x_2, y_2)

AB రేఖాఖండమును Y-అక్షము విభజించు నిష్పత్తి K:1.= $m_1 : m_2$ అనుకొనుము

Y- అక్షము పై x −నిరూపకం =0

$$\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} = 0$$

$$\frac{K \times (-1) + 1 \times (5)}{K + 1} = 0 \Rightarrow -K + 5 = 0 \Rightarrow K = 5$$

కావలసిన నిష్పత్తి =5:1=$m_1 : m_2$

$$y - \text{నిరూపకం} = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{5(-4) + 1(-6)}{5 + 1} = \frac{-20 - 6}{6} = \frac{-26}{6} = \frac{-13}{3}$$

ఖండన బిందువు $= \left(0, \frac{-13}{3}\right)$

ఉదాహరణ -16. బిందువులు A(7, 3), B(6, 1), C(8, 2) మరియు D(9, 4) లు వరుసగా సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాలని చూపండి .

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A(7, 3), B(6, 1), C(8, 2) మరియు D(9, 4)

$A\,(-7, -3) = (x_1, y_1) \quad C\,(15,8) = (x_2, y_2)$

కర్ణం AC మధ్యబిందువు $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$$= \left(\frac{-7 + 15}{2}, \frac{-3 + 8}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{8}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left(4, \frac{5}{2}\right)$$

$B\,(5,10) = (x_1, y_1) \quad D\,(3, -5)$

కర్ణం BD మధ్యబిందువు $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$$= \left(\frac{5 + 3}{2}, \frac{10 - 5}{2}\right)$$

BALABHADRA SURESH

$= \left(\frac{8}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left(4, \frac{5}{2}\right)$

కర్ణం AC మధ్యబిందువు = కర్ణం BD మధ్యబిందువు

కర్ణాలు పరస్పరం సమద్విఖండన చేసుకుంటున్నాయి .

కావున A, B, C, D లు సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాలు అవుతాయి .

ఉదాహరణ -17. బిందువులు A (6, 1), B(8, 2), C(9, 4) మరియు D(p, 3) లు వరుసగా సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాలయిన P యొక్క విలువను కనుగొనండి .

సాధన : సమాంతర చతుర్భుజం లోని కర్ణాలు పరస్పరం సమద్విఖండన చేసుకుంటాయి

కర్ణం AC మధ్యబిందువు = కర్ణం BD మధ్యబిందువు.

$$\left(\frac{6+9}{2}, \frac{1+4}{2}\right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{2+3}{2}\right)$$

$$\left(\frac{15}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$\Rightarrow 8 + P = 15$

$\Rightarrow p = 15 - 8 = 7$

అభ్యాసం - 7.2

1. బిందువులు (−1, 7) మరియు (4, −3) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండమును 2 : 3 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువు నిరూపకాలను కనుగొనండి .

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $A(-1, 7)$, $B(4, -3)$ నిష్పత్తి $= 2 : 3$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) $= m_1 : m_2$

$$P(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{2\times4+3\times(-1)}{2+3}, \frac{2\times(-3)+3\times7}{2+3}\right)$$

$$= \left(\frac{8-3}{5}, \frac{-6+21}{5}\right)$$

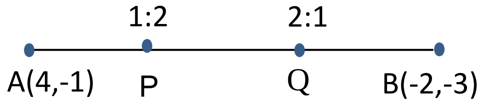
$$= \left(\frac{5}{5}, \frac{15}{5}\right) = (1,3)$$

AB రేఖాఖండాన్ని 2:3 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువు నిరూపకాలు = (1,3)

2. బిందువులు (4, −1) మరియు (−2, −3)లచే ఏర్పడు రేఖాఖండం యొక్క త్రిధాకరణ బిందువులను కనుగొనుము.

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A(4, −1) and B(−2, −3)

(x_1, y_1) (x_2, y_2)



BALABHADRA SURESH

AB రేఖాఖండం యొక్క త్రిధాకరణ బిందువులు P మరియు Q అనుకొనుము

AB రేఖాఖండాన్ని బిందువు P అంతరంగా 1: 2.= $m_1 : m_2$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది

$$P(x,y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{1(-2) + 2(4)}{1 + 2}, \frac{1(-3) + 2(-1)}{1 + 2}\right)$$

$$= \left(\frac{-2 + 8}{3}, \frac{-3 - 2}{3}\right) = \left(\frac{6}{3}, \frac{-5}{3}\right) = \left(2, \frac{-5}{3}\right)$$

AB రేఖాఖండాన్ని బిందువు Q అంతరంగా 2:1= $m_1 : m_2$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది

$$Q(x,y) = \left(\frac{2(-2) + 1(4)}{2 + 1}, \frac{2(-3) + 1(-1)}{2 + 1}\right)$$

$$= \left(\frac{-4 + 4}{3}, \frac{-6 - 1}{3}\right) = \left(\frac{0}{3}, \frac{-7}{3}\right) = \left(0, \frac{-7}{3}\right)$$

త్రిధాకరణ బిందువులు $\left(2, \frac{-5}{3}\right)$ మరియు $\left(0, \frac{-7}{3}\right)$

3. బిందువులు (−3, 10) మరియు (6, −8)లచే ఏర్పడు రేఖాఖండమును బిందువు (−1, 6) ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుందో కనుగొనుము .

సాధన : A(−3, 10) మరియు B(6, −8) P(−1, 6).

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x, y)

AB రేఖాఖండాన్ని బిందువు Pవిభజించే నిష్పత్తి $m_1 : m_2$అనుకొనుము

$$\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2} = -1$$

$$m_1(6) + m_2(-3) = -1(m_1 + m_2)$$

$$6m_1 - 3m_2 = -m_1 - m_2$$

$$6m_1 + m_1 = -m_2 + 3m_2$$

$$7m_1 = 2m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{7} \Rightarrow m_1 : m_2 = 2 : 7$$

4. బిందువులు (1, 2), (4, y), (x, 6) మరియు (3, 5) లు వరుసగా ఒక సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాలయిన x, y ల విలువలు కనుగొనండి .

సాధన : సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాలు A(1, 2), B(4, y), C(x, 6) మరియు D(3, 5)

సమాంతర చతుర్భుజం లోని కర్ణాలు పరస్పరం సమద్విఖండన చేసుకుంటాయి కావున

కర్ణం AC మధ్యబిందువు = కర్ణం BD మధ్యబిందువు

BALABHADRA SURESH

$$\left(\frac{1+x}{2}, \frac{2+6}{2}\right) = \left(\frac{4+3}{2}, \frac{y+5}{2}\right)$$

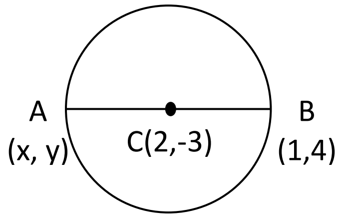
$$\left(\frac{1+x}{2}, \frac{8}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{y+5}{2}\right)$$

$1 + x = 7$ మరియు $y + 5 = 8$

$x = 7 - 1$ మరియు $y = 8 - 5$

$x = 6$ మరియు $y = 3$

5. AB వ్యాసంగా గల వృత్తం యొక్క కేంద్రం $(2, -3)$ మరియు వృత్తంపైనున్న ఒక బిందువు $B(1, 4)$ అయిన A బిందువు యొక్క నిరూపకాలు కనుగొనండి .



సాధన : వ్యాసం యొక్క మధ్యబిందువు = వృత్తకేంద్రం కావున

AB యొక్క మధ్యబిందువు = C

$$\left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2}\right) = (2, -3)$$

$\frac{x+1}{2} = 2$ మరియు $\frac{y+4}{2} = -3$

$x + 1 = 2 \times 2$ మరియు $y + 4 = -3 \times 2$

$x + 1 = 4$ మరియు $y + 4 = -6$

$x = 4 - 1$ మరియు $y = -6 - 4$

$x = 3$ మరియు $y = -10$

$\therefore A = (3, -10)$

6. బిందువులు A , B లు వరుసగా $(-2, -2)$ మరియు $(2, -4)$. AB రేఖాఖండంపై AP = $\frac{3}{7}$AB అయ్యే విధంగా P బిందువు నిరూపకాలను కనుగొనండి .

BALABHADRA SURESH

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $A\,(-2, -2)$, $B\,(2, -4)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$AP = \frac{3}{7}\,AB \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{AB - AP} = \frac{3}{7-3} \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{3}{4}$$

$\therefore$ AB రేఖాఖండాన్ని P బిందువు విభజించే నిష్పత్తి $= 3:4 = m_1 : m_2$

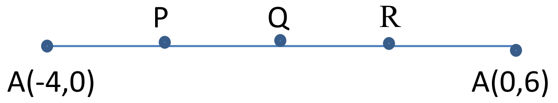
$$P(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{3 \times 2 + 4(-2)}{3+4}, \frac{3 \times (-4) + 4 \times (-2)}{3+4}\right)$$

$$= \left(\frac{6-8}{7}, \frac{-12-8}{7}\right) = \left(\frac{-2}{7}, \frac{-20}{7}\right)$$

కావలసిన బిందువు $P = \left(\frac{-2}{7}, \frac{-20}{7}\right)$

7. బిందువులు A(−4, 0) మరియు B(0, 6) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండమును నాలుగు సమభాగాలుగా విభజించు బిందువుల నిరూపకాలను కనుగొనండి .



సాధన : A(−4, 0) మరియు B(0, 6)

AB రేఖాఖండాన్ని నాలుగు సమభాగాలుగా విభజించు బిందువులు P,Q మరియు R అనుకొనుము.

$$Q = AB \text{ మధ్యబిందువు } = \left(\frac{-4+0}{2}, \frac{0+6}{2}\right) = \left(\frac{-4}{2}, \frac{6}{2}\right) = (-2,3)$$

$$P = AQ \text{ మధ్యబిందువు } = \left(\frac{-4-2}{2}, \frac{0+3}{2}\right) = \left(\frac{-6}{2}, \frac{3}{2}\right) = \left(-3, \frac{3}{2}\right)$$

$$R = QB \text{ మధ్యబిందువు } = \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{3+6}{2}\right) = \left(\frac{-2}{2}, \frac{9}{2}\right) = \left(-1, \frac{9}{2}\right)$$

కావలసిన బిందువులు $(-2,3), \left(-3, \frac{3}{2}\right)$ మరియు $\left(-1, \frac{9}{2}\right)$

8. బిందువులు A(−2, 2) మరియు B(2, 8) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండమును నాలుగు సమభాగాలుగా విభజించు బిందువుల నిరూపకాలను కనుగొనండి .

సాధన: A(−2, 2) మరియు B(2, 8)

AB రేఖాఖండాన్ని నాలుగు సమభాగాలుగా విభజించు బిందువులు P,Q మరియు R అనుకొనుము.

$$Q = AB \text{ మధ్యబిందువు } = \left(\frac{-2+2}{2}, \frac{2+8}{2}\right) = \left(\frac{0}{2}, \frac{10}{2}\right) = (0,5)$$

$$P = AQ \text{ మధ్యబిందువు } = \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{2+5}{2}\right) = \left(\frac{-2}{2}, \frac{7}{2}\right) = \left(-1, \frac{7}{2}\right)$$

$$R = QB \text{ మధ్యబిందువు } = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{5+8}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{13}{2}\right) = \left(1, \frac{13}{2}\right)$$

AB రేఖాఖండమును నాలుగు సమభాగాలుగా విభజించు బిందువుల నిరూపకాలు

$(0,5), \left(-1, \frac{7}{2}\right)$ మరియు $\left(1, \frac{13}{2}\right)$

9. బిందువులు (a + b, a − b) మరియు (a − b, a + b) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండమును అంతరంగా 3 : 2 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువు నిరూపకాలు కనుగొనండి .

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A (a + b, a − b) మరియు B (a − b, a + b) నిష్పత్తి =3 : 2

(x_1, y_1) (x_2, y_2) $= m_1 : m_2$

BALABHADRA SURESH

$$P(x,y)=\left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2},\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$$
$$=\left(\frac{3(a-b)+2(a+b)}{3+2},\frac{3(a+b)+2(a-b)}{3+2}\right)$$
$$=\left(\frac{3a-3b+2a+2b}{5},\frac{3a+3b+2a-2b}{5}\right)$$
$$=\left(\frac{5a-b}{5},\frac{5a+b}{5}\right)$$

కావలసిన బిందువు $=\left(\frac{5a-b}{5},\frac{5a+b}{5}\right)$

10. కింద ఇవ్వబడిన బిందువులతో ఏర్పడు త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రమును కనుగొనండి :

i. (-1, 3), (6, -3) మరియు (-3, 6)

సాధన : గురుత్వ కేంద్రము $=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

$$=\left(\frac{-1+6-3}{3},\frac{3-3+6}{3}\right)=\left(\frac{6-4}{3},\frac{6}{3}\right)=\left(\frac{2}{3},2\right)$$

ii. (6, 2), (0, 0) మరియు (4, -7)

సాధన: గురుత్వ కేంద్రము $=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

$$=\left(\frac{6+0+4}{3},\frac{2+0-7}{3}\right)=\left(\frac{10}{3},\frac{-5}{3}\right)$$

iii. (1, -1), (0, 6) మరియు (-3, 0)

సాధన: గురుత్వ కేంద్రము $=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

$$=\left(\frac{1+0-3}{3},\frac{-1+6+0}{3}\right)=\left(\frac{-2}{3},\frac{5}{3}\right)$$

త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం

1) X-అక్షం పై బిందువు A$(a,0)$,Y-అక్షంపై బిందువు B$(0,b)$మూలబిందువు O(0,0) లతో ఏర్పడే

ΔAOB వైశాల్యం $=\frac{1}{2}|a\times b|$

2) $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ మరియు $C(x_3,y_3)$ శీర్షాలుగా గల ABC త్రిభుజ వైశాల్యం

$$\Delta=\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|$$

3) $|a|$ అనేది ఎల్లప్పుడూ ధనసంఖ్య . $|3|=3,|-5|=5,|0|=0$

ఉదాహరణ -18. బిందువులు $(1,-1),(-4,6)$ మరియు $(-3,-5)$ శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ వైశాల్యం కనుగొనండి.

BALABHADRA SURESH

సాధన : త్రిభుజ శీర్షాలు A$(1,-1)$, B$(-4,6)$ మరియు C $(-3,-5)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

$$\Delta ABC \text{ వైశాల్యం } = \frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|$$

$$= \frac{1}{2}|1[6-(-5]-4[-5-(-1)]-3[-1-6]|$$

$$= \frac{1}{2}|1[6+5]-4[-5+1]-3[-1-6]|$$

$$= \frac{1}{2}|1(11)-4(-4)-3(-7)|$$

$$= \frac{1}{2}|11+16+21| = \frac{1}{2}|48| = \frac{1}{2}\times 48 = 24 \text{ చదరపు యూనిట్లు}$$

ఉదాహరణ -19. బిందువులు A$(5,2)$, B$(4,7)$ మరియు C$(7,-4)$ శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ వైశాల్యం కనుగొనండి .

సాధన : త్రిభుజ శీర్షాలు A$(5,2)$, B$(4,7)$ మరియు C$(7,-4)$.

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

$$\Delta ABC \text{ వైశాల్యం } = \frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|$$

$$= \frac{1}{2}|5[7+4]+4[-4-2]+7[2-7]|$$

$$= \frac{1}{2}|5(11)+4(-6)+7(-5)|$$

$$= \frac{1}{2}|55-24-35| = \frac{1}{2}|55-59| = \frac{1}{2}|-4| = \frac{1}{2}\times 4 = 2 \text{ చదరపు యూనిట్లు}$$

ఇవి చేయండి

1. $(5,2)$ $(3,-5)$ మరియు $(-5,-1)$ శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ వైశాల్యం కనుగొనండి.

సాధన: త్రిభుజ శీర్షాలు A$(5,2)$,B $(3,-5)$ మరియు C $(-5,-1)$.

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

$$\Delta ABC \text{ వైశాల్యం } = \frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|$$

$$= \frac{1}{2}|5[-5+1]+3[-1-2]-5[2+5]|$$

$$= \frac{1}{2}|5(-4)+3(-3)-5(7)|$$

$$= \frac{1}{2}|-20-12-35| = \frac{1}{2}|-67| = \frac{1}{2}\times 67 = 33.5 \text{ చదరపు యూనిట్లు}$$

2. A $(6,-6)$,B $(3,-7)$ మరియు C $(3,3)$ శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ వైశాల్యం కనుగొనండి.

BALABHADRA SURESH

సాధన: త్రిభుజ శీర్షాలు A (6, −6),B (3, −7) మరియు C (3, 3)

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

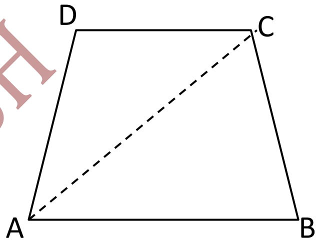
ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|6[-7 - 3] + 3[3 + 6] + 3[-6 + 7]|$

$= \frac{1}{2}|6(-10) + 3(9) + 3(1)|$

$= \frac{1}{2}|-60 + 27 + 3| = \frac{1}{2}|-60 + 30| = \frac{1}{2}|-30| = \frac{1}{2} \times 30 = 15$ చదరపు యూనిట్లు

ఉదాహరణ -20. బిందువులు A(−5, 7), B(−4,−5), C(−1, −6) మరియు D(4,5) లు ఒక చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాలు అయిన ABCD చతుర్భుజ వైశాల్యం కనుగొనండి .



సాధన : A(−5, 7), B(−4,−5), C(−1, −6)

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|-5[-5 + 6] - 4[-6 - 7] - 1[7 + 5]|$

$= \frac{1}{2}|-5(1) - 4(-13) - 1(12)|$

$= \frac{1}{2}|-5 + 52 - 12| = \frac{1}{2}|52 - 17| = \frac{1}{2}|35| = 17.5$ చదరపు యూనిట్లు

A (−5, 7), D (4,5), C (−1, −6)

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

ΔADC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|-5[5 + 6] + 4[-6 - 7] - 1[7 - 5]|$

$= \frac{1}{2}|-5(11) + 4(-13) - 1(2)|$

$= \frac{1}{2}|-55 - 52 - 2| = \frac{1}{2}|-109| = \frac{1}{2}|109| = 54.5$ చదరపు యూనిట్లు

ABCD చతుర్భుజ వైశాల్యం = ΔABC వైశాల్యం + ΔADC వైశాల్యం

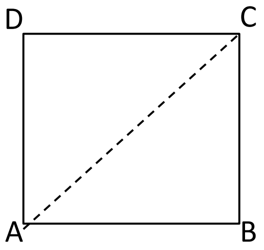
=17.5+54.5=72 చదరపు యూనిట్లు.

ప్రయత్నించండి

BALABHADRA SURESH

బిందువులు $(0,-1), (2, 1)$ $(0, 3)$ మరియు $(-2, 1)$ లు శీర్షాలుగా గల చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.

సాధన: చతురస్రం యొక్క శీర్షాలు A $(0, -1)$, B $(2, 1)$, C$(0, 3)$ మరియు D $(-2, 1)$



A $(0, -1)$, B $(2, 1)$, C$(0, 3)$
(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|0[1 - 3] + 2[3 + 1] + 0[-1 - 1]|$

$= \frac{1}{2}|0 + 8 + 0)|$

$= \frac{1}{2}|8| = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ చదరపు యూనిట్లు

చతురస్రం యొక్క కర్ణం దానిని రెండు సమాన త్రిభుజాలుగా విభజిస్తుంది .

$\Rightarrow \Delta ADC$ వైశాల్యం $= 4$ చదరపు యూనిట్లు

చతురస్రం ABCD యొక్క వైశాల్యం =4+4=8 చదరపు యూనిట్లు.

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి

కింది బిందువులతో ఏర్పడే త్రిభుజవైశాల్యాన్ని కనుగొనండి .

(i) (2, 0), (1, 2), (-1, 6)

సాధన: A$(2, 0)$, B$(1, 2)$, C$(-1, 6)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|2[2 - 6] + 1[6 - 0] - 1[0 - 2]|$

$= \frac{1}{2}|2(-4) + 1(6) - 1(-2)|$

$= \frac{1}{2}|-8 + 6 + 2)|$

$= \frac{1}{2}|-8 + 8| = \frac{1}{2}|0| = 0$ చదరపు యూనిట్లు

(ii) (3, 1), (5, 0), (1, 2)

సాధన : A$(3, 1)$, B$(5, 0)$, C$(1, 2)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

BALABHADRA SURESH

ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|3[0 - 2] + 5[2 - 1] + 1[1 - 0]|$

$= \frac{1}{2}|3(-2) + 5(1) + 1(1)|$

$= \frac{1}{2}|-6 + 5 + 1)| = \frac{1}{2}|6 - 6| = \frac{1}{2} \times 0 = 0$ చదరపు యూనిట్లు

(iii) (1.5, 3), (6, 2), (−3, 4)

సాధన : A (1.5, 3), B(6, 2),C (−3, 4)

ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|1.5[2 - 4] + 6[4 - 3] - 3[3 - 2]|$

$= \frac{1}{2}|1.5(-2) + 6(1) - 3(1)|$

$= \frac{1}{2}|-3 + 6 - 3)| = \frac{1}{2}|6 - 6| = \frac{1}{2} \times 0 = 0$ చదరపు యూనిట్లు

మూడు గ్రాఫులు సరళరేఖలు గా వచ్చాయి .

త్రిభుజ వైశాల్యం 0 చ. యూనిట్లు అయితే ఆ మూడు బిందువులు ఒకే సరళరేఖ పై ఉంటాయి .

సరేఖీయ బిందువులు :

1) మూడు బిందువులతో ఏర్పడు త్రిభుజ వైశాల్యం '0' అయితే ఆ మూడు బిందువులు సరేఖీయ బిందువులు అవుతాయి .

2) ΔABC వైశాల్యం $= 0 \Leftrightarrow A, B, C$ లు సరేఖీయ బిందువులు

ఉదాహరణ -21. ఒక తలంలో ఉన్న బిందువులు (3, −2) (−2, 8) మరియు (0, 4) లు సరేఖీయ బిందువులు అని చూపండి .

సాధన : A(3, −2), B(−2, 8) మరియు C(0, 4)

ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|3[8 - 4] - 2[4 + 2] + 0[-2 - 8]|$

$= \frac{1}{2}|3(4) - 2(6) + 0)|$

$= \frac{1}{2}|12 - 126| = \frac{1}{2} \times 0 = 0$ చదరపు యూనిట్లు

BALABHADRA SURESH

త్రిభుజ వైశాల్యం సున్నా '0' . కావున ఇచ్చిన బిందువులు సరేఖీయ బిందువులు.

ఇవి చేయండి

కింద ఇవ్వబడిన బిందువులు సరేఖీయాలు అవుతాయా ? కావా ?సరి చూడండి.

(i) (1, –1), (4, 1), (–2, –3)

సాధన : $\Delta = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|1[1 + 3] + 4[-3 + 1] - 2[-1 - 1]|$

$= \frac{1}{2}|1(4) + 4(-2) - 2(-2)|$

$= \frac{1}{2}|4 - 8 + 4| = \frac{1}{2} \times 0 = 0$ చదరపు యూనిట్లు

త్రిభుజ వైశాల్యం సున్నా '0' . కావున ఇచ్చిన బిందువులు సరేఖీయ బిందువులు.

(ii) (1, –1), (2, 3), (2, 0)

$Sol: \Delta = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|1[3 - 0] + 2[0 + 1] + 2[-1 - 3]|$

$= \frac{1}{2}|1(3) + 2(1) + 2(-4)|$

$= \frac{1}{2}|3 + 2 - 8| = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ చదరపు యూనిట్లు

త్రిభుజ వైశాల్యం సున్నా '0' కాదు . కావున ఇచ్చిన బిందువులు సరేఖీయ బిందువులు కాదు .

(iii) (1, –6), (3, –4), (4, –3)

$Sol: \Delta = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|1[-4 + 3] + 3[-3 + 6] + 4[-6 + 4]|$

$= \frac{1}{2}|1(-1) + 3(3) + 4(-2)|$

$= \frac{1}{2}|-1 + 9 - 8| = \frac{1}{2} \times 0 = 0$ చదరపు యూనిట్లు

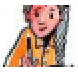
త్రిభుజ వైశాల్యం సున్నా '0' . కావున ఇచ్చిన బిందువులు సరేఖీయ బిందువులు.

త్రిభుజ వైశాల్యం-"హెరాన్ సూత్రం"

త్రిభుజ భుజాల పొడవులు a, b ,c లు అయితే .

BALABHADRA SURESH

త్రిభుజ వైశాల్యం $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ ఇక్కడ $S = \frac{a+b+c}{2}$



ఇవి చేయండి

(i) 15మీ , 17మీ , 21మీ భుజాలుగాగల త్రిభుజం వైశాల్యం (హెరాన్ సూత్రం ద్వారా) కనుగొనండి .

సాధన : త్రిభుజ భుజాలు $a = 15$ మీ , $b = 17$ మీ , $c = 21$ మీ

$$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{15+17+21}{2} = \frac{53}{2} = 26.5 \text{ మీ}$$

త్రిభుజం వైశాల్యం $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$$= \sqrt{26.5(26.5-15)(26.5-17)(26.5-21)}$$

$$= \sqrt{26.5 \times 11.5 \times 9.5 \times 5.5}$$

$$= \sqrt{15923.19} = 126.19 \text{ చదరపు మీటర్లు}$$

(ii) బిందువులు (0, 0), (4, 0) మరియు (4, 3) లతో ఏర్పడు త్రిభుజ వైశాల్యంను హెరాన్ సూత్రం ద్వారా కనుగొనండి .

సాధన : A(0, 0), B(4, 0), C(4, 3)

$$a = BC = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(4-4)^2+(3-0)^2} = \sqrt{0+9} = \sqrt{9} = 3 \text{ యూనిట్లు}$$

$$b = AC = \sqrt{(4-0)^2+(3-0)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \text{ యూనిట్లు}$$

$$c = AB = \sqrt{(4-0)^2+(0-0)^2} = \sqrt{16+0} = \sqrt{16} = 4 \text{ యూనిట్లు}$$

$a = 3$ యూనిట్లు, $b = 5$ యూనిట్లు, $c = 4$ యూనిట్లు

$$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+5+4}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ యూనిట్లు}$$

త్రిభుజ వైశాల్యం $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$$= \sqrt{6(6-3)(6-5)(6-4)}$$

$$= \sqrt{6 \times 3 \times 1 \times 2} = \sqrt{36} = 6 \text{ చదరపు యూనిట్లు}$$

ఉదాహరణ -22. బిందువులు (1, 2), (–1, b), (–3, –4) సరేఖీయాలు అయితే 'b' విలువను కనుగొనండి

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు A(1, 2), B(–1, b), C(–3, –4) అనుకొనుము

A,B మరియు C లు సరేఖీయాలు అయితే ΔABC వైశాల్యం =0

$$\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)| = 0$$

$$|1[b+4]-1[-4-2]-3[2-b]| = 2 \times 0$$

BALABHADRA SURESH

$|b+4+6-6+3b|=0$

$|4b+4|=0 \Rightarrow 4b+4=0 \Rightarrow 4b=-4 \Rightarrow b=\frac{-4}{4} \Rightarrow b=-1$

అభ్యాసం - 7.3

1. కింద ఇవ్వబడిన బిందువులు శీర్షాలుగా కలిగిన త్రిభుజ వైశాల్యం కనుక్కోండి.

(i) (2, 3) (−1, 0), (2, −4)

సాధన : త్రిభుజ వైశాల్యం $=\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|$

$=\frac{1}{2}|2[0+4]-1[-4-3]+2[3-0]|$

$=\frac{1}{2}|8+7+6|=\frac{1}{2}|21|=10.5$ చదరపు యూనిట్లు

(ii) (−5, −1), (3, −5), (5, 2)

సాధన : త్రిభుజ వైశాల్యం $=\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|$

$=\frac{1}{2}|-5[-5-2]+3[2+1]+5[-1+5]|$

$=\frac{1}{2}|35+9+20|=\frac{1}{2}|64|=32$ చదరపు యూనిట్లు

(iii) (0, 0), (3, 0) మరియు (0, 2)

సాధన : త్రిభుజ వైశాల్యం $=\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|$

$=\frac{1}{2}|0[0-2]+3[2-0]+0[0-0]|$

$=\frac{1}{2}|0+6+0|=\frac{1}{2}|6|=3$ చదరపు యూనిట్లు

2. కింద ఇవ్వబడిన బిందువులు సరేఖీయాలైతే 'K' విలువ కనుగొనండి

(i) (7, −2) (5, 1) (3, K)

సాధన: ఇచ్చిన బిందువులు A(7, −2) ,B(5, 1),C (3, K) సరేఖీయాలైతే .

ΔABC వైశాల్యం =0

$\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|=0$

$|7[1-K]+5[K+2]+3[-2-1]|=2\times 0$

$|7-7K+5K+10-9|=0$

$|-2K+8|=0 \Rightarrow -2K+8=0 \Rightarrow 2K=8 \Rightarrow K=\frac{8}{2} \Rightarrow K=4$

(ii) (8, 1), (K, −4), (2, −5)

BALABHADRA SURESH

సాధన: ఇచ్చిన బిందువులు A(8, 1), B(K, –4), C(2, –5) సరేఖీయాలైతే.

ΔABC వైశాల్యం =0

$\frac{1}{2}|8(-4+5)+K(-5-1)+2\,(1+4)\,|=0$

$|8-6K+10\,|=2\times 0$

$|6K+18|=0\Rightarrow 6K+18=0\Rightarrow 6K=-18\Rightarrow K=\frac{-18}{6}=-3$

(iii) (K, K) (2, 3) and (4, –1).

సాధన: ఇచ్చిన బిందువులు A(K, K), B(2, 3) , and C(4, –1). సరేఖీయాలైతే.

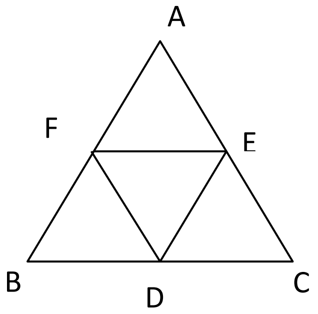
ΔABC వైశాల్యం =0

$\frac{1}{2}|K(3+1)+2(-1-K)+4\,(K-3)\,|=0$

$|4K-2-2K+4K-12\,|=2\times 0$

$|6K-14|=0\Rightarrow 6K-14=0\Rightarrow 6K=14\Rightarrow K=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$

3. బిందువులు (0, –1), (2, 1) మరియు (0, 3) శీర్షాలు కలిగిన త్రిభుజ వైశాల్యం, మరియు దాని భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపగా ఏర్పడిన త్రిభుజ వైశాల్యాల నిష్పత్తిని కనుగొనండి .



సాధన: ఇచ్చిన బిందువులు A(0, –1), B(2, 1)మరియు C(0, 3).

$(x_1,y_1)\ (x_2,y_2)\ \ (x_3,y_3)$

ΔABC వైశాల్యం $=\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\,|$

$=\frac{1}{2}|0[1-3]+2[3+1]+0[-1-1]\,|$

$=\frac{1}{2}|0+8+0\,|=\frac{1}{2}|8\,|=\frac{1}{2}\times 8=4$ చదరపు యూనిట్లు

BC మధ్య బిందువు $=D=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=\left(\frac{2+0}{2},\frac{1+3}{2}\right)=\left(\frac{2}{2},\frac{4}{2}\right)=(1,2)$

AC మధ్య బిందువు $=E=\left(\frac{0+0}{2},\frac{-1+3}{2}\right)=\left(\frac{0}{2},\frac{2}{2}\right)=(0,1)$

AB మధ్య బిందువు $=F=\left(\frac{0+2}{2},\frac{-1+1}{2}\right)=\left(\frac{2}{2},\frac{0}{2}\right)=(1,0)$

త్రిభుజ భుజాల మధ్య బిందువులు $D(1,2)$, $E(0,1)$, మరియు $F(1,0)$

$(x_1,y_1)\ (x_2,y_2)\ \ \ (x_3,y_3)$

ΔDEF వైశాల్యం $=\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\,|$

$=\frac{1}{2}|1[1-0]+0[0-2]+1[2-1]\,|$

BALABHADRA SURESH

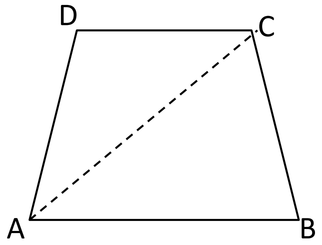
$= \frac{1}{2}|1 + 0 + 1)| = \frac{1}{2}|2| = 1$ చదరపు యూనిట్లు

ΔDEF వైశాల్యం : ΔABC వైశాల్యం $= 1:4$

కావలసిన నిష్పత్తి $= 1:4$

4. బిందువులు $(-4,-2),(-3,-5),(3,-2)$ మరియు $(2,3)$ శీర్షాలుగాగల చతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యం

కనుగొనండి .



సాధన : $A(-4,-2), B(-3,-5), C(3,-2)$

$(x_1, y_1)\ (x_2, y_2)\quad (x_3, y_3)$

ΔABC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|-4[-5 + 2] - 3[-2 + 2] + 3[-2 + 5]|$

$= \frac{1}{2}|-4(-3) - 3(0) + 3(3)|$

$= \frac{1}{2}|12 + 0 + 9| = \frac{1}{2}|21| = \frac{1}{2} \times 21 = 10.5$ చదరపు యూనిట్లు

$A(-4,-2), D\ (2,3), C(3,-2)$
$(x_1, y_1)\ (x_2, y_2)\quad (x_3, y_3)$

ΔADC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|-4[3 + 2] + 2[-2 + 2] + 3[-2 - 3]|$

$= \frac{1}{2}|-4(5) + 2(0) + 3(-5)|$

$= \frac{1}{2}|-20 + 0 - 15| = \frac{1}{2}|-35| = \frac{1}{2} \times 35 = 17.5$ చదరపు యూనిట్లు

చతుర్భుజం ABCD యొక్క వైశాల్యం $= \Delta ABC$ వైశాల్యం $+ \Delta ADC$ వైశాల్యం

=10.5+17.5=28 చదరపు యూనిట్లు

5. హెరాన్ సూత్రం (Heron's formula) ను ఉపయోగించి కింది బిందువులచే ఏర్పడు త్రిభుజాల వైశాల్యములను

కనుగొనండి .

i) $(1,1), (1,4)$ మరియు $(5,1)$

సాధన : $A(1,1),\quad B(1,4)$ మరియు $C(5,1)$

$(x_1, y_1)\ (x_2, y_2)\quad (x_3, y_3)$

$a = BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

BALABHADRA SURESH

$= \sqrt{(5-1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ యూనిట్లు

$b = AC = \sqrt{(5-1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{16+0} = \sqrt{16} = 4$ యూనిట్లు

$c = AB = \sqrt{(1-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{0+9} = \sqrt{9} = 3$ యూనిట్లు

$a = 5$ యూనిట్లు, $b = 4$ యూనిట్లు, $c = 3$ యూనిట్లు

$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+4+3}{2} = \frac{12}{2} = 6$ యూనిట్లు

త్రిభుజ వైశాల్యం $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$= \sqrt{6(6-5)(6-4)(6-3)}$

$= \sqrt{6 \times 1 \times 2 \times 3} = \sqrt{36} = 6$ చదరపు యూనిట్లు

సరళరేఖ వాలు

1. (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) బిందువులుకలిగిన సరళ రేఖ వాలు $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

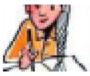
2. ఒక సరళరేఖ X – అక్షం తో ధన దిశలో చేసే కోణం θ అయితే దాని వాలు $= m = \tan\theta$

ఉదాహరణ -23. ఒక రేఖాఖండం యొక్క తొలి, చివరి బిందువులు వరుసగా (2, 3), (4, 5). ఆ రేఖాఖండం యొక్క వాలును కనుగొనండి .

సాధన : రేఖాఖండం పై బిందువులు $(2, 3)$, $(4, 5)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

రేఖాఖండం యొక్క వాలు$(m) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$



ఇవి చేయండి.

కింది బిందువులతో ఏర్పడు రేఖాఖండము $\overline{AB}$ వాలును కనుగొనండి .

1. A(4, –6) B(7, 2)

సాధన : రేఖాఖండము $\overline{AB}$ వాలు $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2+6}{7-4} = \frac{8}{3}$

2. A(8, –4), B(–4, 8)

సాధన : రేఖాఖండము $\overline{AB}$ వాలు $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8+4}{-4-8} = \frac{12}{-12} = -1$

3. A(–2, –5), B(1, –7)

సాధన : రేఖాఖండము $\overline{AB}$ వాలు $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-7+5}{1+2} = \frac{-2}{3}$

ప్రయత్నించండి

కింద ఇవ్వబడిన బిందువులు $\overleftrightarrow{AB}$ రేఖపై ఉన్నవి . $\overleftrightarrow{AB}$ రేఖ వాలు కనుగొనండి

BALABHADRA SURESH

1. A(2, 1), B(2, 6)

సాధన : $\overleftrightarrow{AB}$ రేఖ వాలు $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-1}{2-2} = \frac{5}{0} =$ నిర్వచించ బడదు

2. A(−4, 2), B(−4, −2)

సాధన : $\overleftrightarrow{AB}$ రేఖ వాలు $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-2}{-4+4} = \frac{-4}{0} =$ నిర్వచించ బడదు

3. A(−2, 8), B(−2, −2)

సాధన : $\overleftrightarrow{AB}$ రేఖ వాలు $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-8}{-2+2} = \frac{-10}{0} =$ నిర్వచించ బడదు

4. "ఇచ్చిన బిందువులతో ఏర్పడు $\overline{AB}$ రేఖాఖండం Y-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది". ఈ వాక్యము సరైనదేనా ? ఎందుకు? అయితే వాలు ఏవిధంగా ఉంటుంది.

సాధన : సరైనదే . Y-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉండే వాలు నిర్వచించ బడదు .

గమనిక : Y- అక్షం వాలు నిర్వచించ బడదు .

ఆలోచించి,చర్చించి, రాయండి

బిందువులు A(3, 2), B(−8, 2) లు $\overleftrightarrow{AB}$ రేఖపై ఉన్నచో ఆ రేఖ వాలును కనుగొనండి ? $\overleftrightarrow{AB}$ రేఖ ఎప్పుడు X-అక్షమునకు సమాంతరంగా ఉంటుంది ? ఎందుకు ?

సాధన : A(3, 2), B(−8, 2)

$\overleftrightarrow{AB}$ రేఖ వాలు $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-2}{-8-3} = \frac{0}{-11} = 0$

$\overleftrightarrow{AB}$ రేఖ వాలు $= 0$ అయితే $\overleftrightarrow{AB}$ రేఖ X-అక్షమునకు సమాంతరంగా ఉంటుంది . X-అక్షము వాలు =0

ఉదాహరణ -24. బిందువులు P(2, 5) మరియు Q(x, 3) ల గుండా పోయే రేఖ వాలు 2 అయిన x విలువను కనుగొనుము .

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు P(2, 5) and Q(x, 3) $\overleftrightarrow{PQ}$ రేఖ వాలు $= 2$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 2 \Rightarrow \frac{3-5}{x-2} = 2 \Rightarrow \frac{-2}{x-2} = 2 \Rightarrow \frac{-2}{2} = x - 2 \Rightarrow x - 2 = -1 \Rightarrow x = -1 + 2 \Rightarrow x = 1$$

అభ్యాసం - 7.4

కింది బిందువులను కలుపుచూ గీయబడిన రేఖవాలు కనుగొనండి .

BALABHADRA SURESH

(i) (4, –8) మరియు (5, –2)

రేఖవాలు $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{-2+8}{5-4} = \dfrac{6}{1} = 6$

(ii) (0, 0) మరియు $(\sqrt{3}, 3)$

రేఖవాలు $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{3-0}{\sqrt{3}-0} = \dfrac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

(iii) (2a, 3b) మరియు (a, –b)

రేఖవాలు $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{-b-3b}{a-2a} = \dfrac{-4b}{-a} = \dfrac{4b}{a}$

(iv) (a, 0) మరియు (0, b)

రేఖవాలు $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{b-0}{0-a} = \dfrac{b}{-a} = -\dfrac{b}{a}$

(v) A(–1.4, –3.7), B(–2.4, 1.3)

రేఖవాలు $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{1.3+3.7}{-2.4+1.4} = \dfrac{5}{-1} = -5$

(vi) A(3, –2), B(–6, –2)

రేఖవాలు $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{-2+2}{-6-3} = \dfrac{0}{-9} = 0$

$(vii) A\left(-3\frac{1}{2}, 3\right), B\left(-7, 2\frac{1}{2}\right)$

రేఖవాలు $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{\frac{5}{2}-3}{-7+\frac{7}{2}} = \dfrac{5-6}{-14+7} = \dfrac{1}{7}$

(viii) A(0, 4), B(4, 0)

రేఖవాలు $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{0-4}{4-0} = \dfrac{-4}{4} = -1$

SURESH

THANK YOU

BALABHADRA SURESH, M.Sc,B.Ed

AMALAPURAM , 9866845885

https://www.sureshmathsmaterial.com