



1. మొదటి సహజ సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం ,ఘనాల మొత్తం నకు సూత్రాలు ఇచ్చిన భారతీయ ప్రాచీన గణిత వేత్త ఆర్యభట్ట .
2. అంక శ్రేణి లో మొదటి n పదాల మొత్తమునకు సూత్రమును కనుగొన్న జర్మన్ గణిత శాస్త్రవేత్త కార్ల్ ఫ్రెడరిక్ గాస్ Carl Fredrich Gauss (1777-1855)

అంకశ్రేణులు (ARITHIMATIC PROGRESSION)

- (i) ఒక సంఖ్యల జాబితాలో మొదటిపదం తప్ప మిగిలిన అన్ని పదాలు వాని ముందున్న పదానికి ఏదో ఒక స్థిర సంఖ్యను కలపటం వల్ల వస్తూ వుంటే ఆ జాబితాను అంకశ్రేణి అంటాము .
- (ii) కలిపే స్థిర సంఖ్యను 'సామాన్య భేదము' లేదా 'పదాంతరము అంటాము' .
- (iii) అంకశ్రేణి లో మొదటిపదమును 'a' చేత ,పదాంతరమును 'd' చేత చూసిస్తారు
- (iv) అంకశ్రేణి (AP) యొక్క సామాన్య రూపము :

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d \dots$$

- (v) అంకశ్రేణి(AP)యొక్క n వ పదము $a_n = a + (n - 1)d$

ఉదాహరణ 1: అంకశ్రేణి AP $\frac{1}{4}, \frac{-1}{4}, \frac{-3}{4}, \frac{-5}{4}, \dots$ లో మొదటి పదము a ను సామాన్య భేదం d లనుకనుగొనుము . మరియు 7 వ పదం కనుగొనుము .

$$\text{సాధన : } a_1 = \frac{1}{4}, a_2 = \frac{-1}{4}, a_3 = \frac{-3}{4}, a_4 = \frac{-5}{4}$$

$$\text{మొదటి పదము} = a = a_1 = \frac{1}{4}$$

$$\text{సామాన్య భేదం} = d = a_2 - a_1 = \frac{-1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{-1-1}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

$$\begin{aligned} 7 \text{ వ పదం} &= a + 6d = \frac{1}{4} + 6 \times \left(\frac{-1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{4} - 3 = \frac{1-12}{4} = \frac{-11}{4} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ -2. క్రిందివానిలో ఏవి అంకశ్రేణులు ? ఒకవేళఅంకశ్రేణి అయితే తరువాత వచ్చే రెండు పదాలను కనుగొనుము ?

- (i) 4, 10, 16, 22, ...

$$\text{సాధన : } a_1 = 4, a_2 = 10, a_3 = 16, a_4 = 22$$

$$a_2 - a_1 = 10 - 4 = 6$$

$$a_3 - a_2 = 16 - 10 = 6$$

$$a_4 - a_3 = 22 - 16 = 6$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతీ సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య భేదం = d = 6

తరువాత వచ్చే రెండు పదాలు : 22 + 6 = 28 మరియు 28 + 6 = 34

(ii) 1, -1, -3, -5, ...

సాధన : $a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = -3, a_4 = -5, ..$

$$a_2 - a_1 = -1 - 1 = -2$$

$$a_3 - a_2 = -3 - (-1) = -3 + 1 = -2$$

$$a_4 - a_3 = -5 - (-3) = -5 + 3 = -2$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతీ సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య భేదం = $d = -2$

తరువాత వచ్చే రెండు పదాలు: $-5 - 2 = -7$ మరియు $-7 - 2 = -9$

(iii) -2, 2, -2, 2, -2, ...

సాధన: $a_1 = -2, a_2 = 2, a_3 = -2, a_4 = 2, a_5 = -2$

$$a_2 - a_1 = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$$

$$a_3 - a_2 = -2 - 2 = -4$$

$$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి ని ఏర్పరచదు

(iv) 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, ...

సాధన : $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 1, a_4 = 2,$

$$a_2 - a_1 = 1 - 1 = 0$$

$$a_3 - a_2 = 1 - 1 = 0$$

$$a_4 - a_3 = 2 - 1 = 1$$

$$a_3 - a_2 \neq a_4 - a_3$$

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి ని ఏర్పరచదు

(v) $x, 2x, 3x, 4x, \dots$

సాధన: $a_1 = x, a_2 = 2x, a_3 = 3x, a_4 = 4x,$

$$a_2 - a_1 = 2x - x = x$$

$$a_3 - a_2 = 3x - 2x = x$$

$$a_4 - a_3 = 4x - 3x = x$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతీ సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య భేదం = $d = x$

తరువాత వచ్చే రెండు పదాలు: $4x + x = 5x$ మరియు $5x + x = 6x$

అభ్యాసము - 6.1

1. ఈ క్రింది సంఘటనలలో ఏ సంఘటనలలో ఏర్పడే సంఖ్యల జాబితా అంకశ్రేణి అవుతుంది ? ఎందుకు ?

(i) ఒక టాక్సీకి మొదటి కిలోమీటరు ప్రయాణానికి ₹20 చొప్పున తరువాత ప్రతి కిలోమీటరు కు ₹8 చొప్పున చెల్లించవలసి వున్న ప్రతీ కిలోమీటరుకు చెల్లించవలసిన సొమ్ము.

సాధన : మొదటి కిలోమీటరు ప్రయాణానికి చెల్లించవలసిన సొమ్ము = ₹20

రెండవ కిలోమీటరు ప్రయాణానికి చెల్లించవలసిన సొమ్ము = ₹20 + ₹8 = ₹28

మూడవ కిలోమీటరు ప్రయాణానికి చెల్లించవలసిన సొమ్ము = ₹28 + ₹8 = ₹36

∴ ప్రతీ కిలోమీటరుకు చెల్లించవలసిన సొమ్ము ₹20, ₹28, ₹36, ₹42,

ఈ జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య బేదం =8

- (ii) ఒక వాక్యూమ్ పంపు సిలిండర్ లో వుండే గాలి నుంచి $\frac{1}{4}$ వంతు తీసివేయును .అయిన ప్రతి సారి సిలిండర్ లో మిగిలి వుండే గాలి పరిమాణము

సాధన : సిలిండర్ లో వుండే గాలి పరిమాణము =x

(వాక్యూమ్ పంపు సిలిండర్ లో వుండే గాలి నుంచి $\frac{1}{4}$ వంతు తీసివేసిన మిగిలిన పరిమాణం $\frac{3}{4}$ వంతు)

వాక్యూమ్ పంపు మొదటి సారి ఉపయోగించిన మిగిలి వుండే గాలి పరిమాణము = $\frac{3}{4} \times x = \frac{3x}{4}$

వాక్యూమ్ పంపు రెండవ సారి ఉపయోగించిన మిగిలి వుండే గాలి పరిమాణము = $\frac{3}{4} \times \frac{3x}{4} = \frac{9x}{16}$

వాక్యూమ్ పంపు మూడవ సారి ఉపయోగించిన మిగిలి వుండే గాలి పరిమాణము = $\frac{3}{4} \times \frac{9x}{16} = \frac{27x}{64}$

సిలిండర్ లో మిగిలి వుండే గాలి పరిమాణములు $x, \frac{3x}{4}, \frac{9x}{16}, \frac{27x}{64}, \dots$

$$a_2 - a_1 = \frac{3x}{4} - x = \frac{3x - 4x}{4} = \frac{-x}{4}$$

$$a_3 - a_2 = \frac{9x}{16} - \frac{3x}{4} = \frac{9x - 12x}{16} = \frac{-3x}{16}$$

$$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

కావున ఇచ్చిన సంఖ్యల జాబితా అంకశ్రేణి కాదు.

- (iii) ఒక బావిని తవ్వడానికి మొదట మీటరుకు ₹150 వంతున ఆ పై ప్రతి మీటరుకు ₹50 వంతున చెల్లించాలి . అయిన ప్రతి మీటరుకు చెల్లించవలసిన సొమ్ము .

సాధన : మొదట మీటరుకు చెల్లించవలసిన సొమ్ము = ₹150

రెండవ మీటరుకు చెల్లించవలసిన సొమ్ము = ₹150 + ₹50 = ₹200

మూడవ మీటరుకు చెల్లించవలసిన సొమ్ము = ₹200 + ₹50 = ₹250

నాల్గవ మీటరుకు చెల్లించవలసిన సొమ్ము = ₹250 + ₹50 = ₹300

చెల్లించవలసిన సొమ్ములు ₹150, ₹200, ₹250, ₹300,....

ఈ జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య బేదం = ₹50

- (iv) ఒక బ్యాంకు లో ₹10000 లను సంవత్సరానికి 8 % చక్రవడ్డీ ప్రకారం పొదుపు చేసిన ప్రతి సంవత్సరం చివరలో ఖాతాలో వుండే సొమ్ము .

సాధన : $P = ₹10000, R = 8 \%$,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$\text{మొదటి సంవత్సరం సొమ్ము} = 10000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^1 = 10000 \times \frac{108}{100} = ₹10800$$

$$\text{రెండవ సంవత్సరం సొమ్ము} = 10000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2 = 10000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} = ₹11664$$

$$\text{మూడవ సంవత్సరం సొమ్ము} = 10000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 = 10000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} = ₹12597.12$$

ప్రతి సంవత్సరం సొమ్ములు ₹10000, ₹10800, ₹11664, ₹12597.12, ...

$$a_2 - a_1 = ₹10800 - ₹10000 = ₹800$$

$$a_3 - a_2 = ₹11664 - ₹10800 = ₹864$$

$$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

కావున ఇచ్చిన సంఖ్యల జాబితా అంకశ్రేణి కాదు

2. అంకశ్రేణుల యొక్క మొదటి పదము a మరియు సామాన్య భేదం d విలువలు క్రింద ఇవ్వబడినవి . అయిన శ్రేణి లోని మొదటి నాలుగు పదాలను కనుగొనుము :

(i) $a = 10, d = 10$

సాధన : $a_1 = a = 10$

$$a_2 = a + d = 10 + 10 = 20$$

$$a_3 = a + 2d = 10 + 2 \times 10 = 10 + 20 = 30$$

$$a_4 = a + 3d = 10 + 3 \times 10 = 10 + 30 = 40$$

శ్రేణి లోని మొదటి నాలుగు పదాలు 10,20,30,40

(ii) $a = -2, d = 0$

సాధన: $a_1 = a = -2$

$$a_2 = a + d = -2 + 0 = -2$$

$$a_3 = a + 2d = -2 + 2 \times 0 = -2 + 0 = -2$$

$$a_4 = a + 3d = -2 + 3 \times 0 = -2 + 0 = -2$$

శ్రేణి లోని మొదటి నాలుగు పదాలు -2, -2, -2, -2, ..

(iii) $a = 4, d = -3$

సాధన: $a_1 = a = 4$

$$a_2 = a + d = 4 + (-3) = 4 - 3 = 1$$

$$a_3 = a + 2d = 4 + 2 \times (-3) = 4 - 6 = -2$$

$$a_4 = a + 3d = 4 + 3 \times (-3) = 4 - 9 = -5$$

శ్రేణి లోని మొదటి నాలుగు పదాలు 4,1,-2,-5

(iv) $a = -1, d = \frac{1}{2}$

సాధన: $a_1 = a = -1$

$$a_2 = a + d = -1 + \frac{1}{2} = \frac{-2 + 1}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$a_3 = a + 2d = -1 + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right) = -1 + 1 = 0$$

$$a_4 = a + 3d = -1 + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right) = -1 + \frac{3}{2} = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2}$$

శ్రేణి లోని మొదటి నాలుగు పదాలు $-1, \frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}$

(v) $a = -1.25, d = -0.25$

సాధన: $a_1 = a = -1.25$

$$a_2 = a + d = -1.25 + (-0.25) = -1.25 - 0.25 = -1.5$$

$$a_3 = a + 2d = -1.25 + 2 \times (-0.25) = -1.25 - 0.50 = -1.75$$

$$a_4 = a + 3d = -1.25 + 3 \times (-0.25) = -1.25 - 0.75 = -2$$

శ్రేణి లోని మొదటి నాలుగు పదాలు -1.25, -1.5, -1.75, -2

3. క్రింద ఇవ్వబడిన అంకశ్రేణులకు మొదటి పదమును, సామాన్య భేదంను కనుగొనుము :

(i) 3, 1, -1, -3, ..

సాధన: మొదటి పదము= $a=3$

$$\text{సామాన్య భేదం} = d = a_2 - a_1 = 1 - 3 = -2$$

(ii) -5, -1, 3, 7, ...

సాధన: మొదటి పదము= $a=3$

$$\text{సామాన్య భేదం} = d = a_2 - a_1 = 1 - 3 = -2$$

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \dots$

సాధన: మొదటి పదము= $a=\frac{1}{3}$

$$\text{సామాన్య భేదం} = d = a_2 - a_1 = \frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5-1}{3} = \frac{4}{3}$$

(iv) 0.6, 1.7, 2.8, 3.9, ...

సాధన: మొదటి పదము= $a=0.6$

$$\text{సామాన్య భేదం} = d = a_2 - a_1 = 1.7 - 0.6 = 1.1$$

(i) క్రింది జాబితాలలో ఏవి అంకశ్రేణులు? ఒకవేళ అంకశ్రేణి అయిన సామాన్యభేదం d ను, తరువాత మూడు పదాలను కనుగొనుము? 2, 4, 8, 16, ...

సాధన: $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 16$

$$a_2 - a_1 = 4 - 2 = 2$$

$$a_3 - a_2 = 8 - 4 = 4$$

$$a_4 - a_3 = 16 - 8 = 8$$

ఇచ్చిన జాబితా అంకశ్రేణి కాదు

(ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots$

సాధన: $a_1 = 2, a_2 = \frac{5}{2}, a_3 = 3, a_4 = \frac{7}{2}$

$$a_2 - a_1 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2}$$

$$a_3 - a_2 = 3 - \frac{5}{2} = \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2}$$

$$a_4 - a_3 = \frac{7}{2} - 3 = \frac{7-6}{2} = \frac{1}{2}$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతి సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది. సామాన్య భేదం = $d = \frac{1}{2}$

$$\text{తరువాత మూడు పదాలు} : \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2}, \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}, \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow 4, \frac{9}{2}, 5$$

(iii) -1.2, -3.2, -5.2, -7.2, ...

సాధన: $a_1 = -1.2, a_2 = -3.2, a_3 = -5.2, a_4 = -7.2$

$$a_2 - a_1 = -3.2 - (-1.2) = -3.2 + 1.2 = -2$$

$$a_3 - a_2 = -5.2 - (-3.2) = -5.2 + 3.2 = -2$$

$$a_4 - a_3 = -7.2 - (-5.2) = -7.2 + 5.2 = -2$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతి సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది. సామాన్య భేదం = $d = -2$

$$\text{తరువాత మూడు పదాలు: } -7.2 - 2 = -9.2, -9.2 - 2 = -11.2, -11.2 - 2 = -13.2$$

$$\Rightarrow -9.2, -11.2, -13.2$$

(iv) -10, -6, -2, 2, ...

సాధన: $a_1 = -10, a_2 = -6, a_3 = -2, a_4 = 2$

$$a_2 - a_1 = -6 - (-10) = -6 + 10 = 4$$

$$a_3 - a_2 = -2 - (-6) = -2 + 6 = 4$$

$$a_4 - a_3 = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతీ సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య భేదం = $d = 4$

తరువాత మూడు పదాలు: $-2+4=6, 6+4=10, 10+4=14$

$$\Rightarrow 6, 10, 14$$

(v) $3, 3 + \sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}, 3 + 3\sqrt{2}, \dots$

సాధన: $a_1 = 3, a_2 = 3 + \sqrt{2}, a_3 = 3 + 2\sqrt{2}, a_4 = 3 + 3\sqrt{2}$

$$a_2 - a_1 = 3 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2}$$

$$a_3 - a_2 = 3 + 2\sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 3 + 2\sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$a_4 - a_3 = 3 + 3\sqrt{2} - (3 + 2\sqrt{2}) = 3 + 3\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతీ సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య భేదం = $d = \sqrt{2}$

తరువాత మూడు పదాలు:—

$$(3 + 3\sqrt{2}) + \sqrt{2} = 3 + 4\sqrt{2}; (3 + 4\sqrt{2}) + \sqrt{2} = 3 + 5\sqrt{2}; (3 + 5\sqrt{2}) + \sqrt{2} = 3 + 6\sqrt{2}$$

(vi) $0.2, 0.22, 0.222, 0.2222, \dots$

సాధన: $a_1 = 0.2, a_2 = 0.22, a_3 = 0.222, a_4 = 0.2222$

$$a_2 - a_1 = 0.22 - 0.2 = 0.02$$

$$a_3 - a_2 = 0.222 - 0.22 = 0.002$$

$$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

ఇచ్చిన జాబితా అంకశ్రేణి కాదు

(vii) $0, -4, -8, -12, \dots$

సాధన: $a_1 = 0, a_2 = -4, a_3 = -8, a_4 = -12$

$$a_2 - a_1 = -4 - 0 = -4$$

$$a_3 - a_2 = -8 - (-4) = -8 + 4 = -4$$

$$a_4 - a_3 = -12 - (-8) = -12 + 8 = -4$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతీ సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య భేదం = $d = -4$

తరువాత మూడు పదాలు:—

$$-12 - 4 = -16; -16 - 4 = -20; -20 - 4 = -24$$

(viii) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \dots$

సాధన: $a_2 - a_1 = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

$$a_3 - a_2 = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$a_4 - a_3 = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతీ సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య భేదం = $d = 0$

తరువాత మూడు పదాలు: $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

(ix) 1, 3, 9, 27,

సాధన: $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$

$$a_3 - a_2 = 9 - 3 = 6$$

$$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

ఇచ్చిన జాబితా అంకశ్రేణి కాదు

(x) $a, 2a, 3a, 4a, \dots$

సాధన: $a_2 - a_1 = 2a - a = a$

$$a_3 - a_2 = 3a - 2a = a$$

$$a_4 - a_3 = 4a - 3a = a$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతీ సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య భేదం = $d = a$

తరువాత మూడు పదాలు: $5a, 6a, 7a$

(xi) a, a^2, a^3, a^4, \dots

సాధన: $a_2 - a_1 = a^2 - a = a(a - 1)$

$$a_3 - a_2 = a^3 - a^2 = a^2(a - 1)$$

$$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

ఇచ్చిన జాబితా అంకశ్రేణి కాదు

(xii) $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \dots$

సాధన: $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, \dots$

$$a_2 - a_1 = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$a_3 - a_2 = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$a_4 - a_3 = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ ప్రతీ సారి సమానము (స్థిరము)

కావున ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుంది . సామాన్య భేదం = $d = \sqrt{2}$

తరువాత మూడు పదాలు: $5\sqrt{2}, 6\sqrt{2}, 7\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \sqrt{50}, \sqrt{72}, \sqrt{98}$$

(xiii) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}, \dots$

Sol: $a_2 - a_1 = \sqrt{6} - \sqrt{3}$

$$a_3 - a_2 = \sqrt{9} - \sqrt{6} = 3 - \sqrt{6}$$

$$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

ఇచ్చిన జాబితా అంకశ్రేణి కాదు

అంకశ్రేణి లో n వ పదము (సామాన్య పదం)

అంకశ్రేణిలో మొదటి పాదము a మరియు సామాన్య భేదం d అయిన n వ పదము $a_n = a + (n - 1)d$

ఉదాహరణ -3, 5, 1, -3, -7 ... అంకశ్రేణిలో 10 వ పదమును కనుగొనుము .

సాధన : అంకశ్రేణి : 5, 1, -3, -7 ...

$$a = 5$$

$$d = a_2 - a_1 = 1 - 5 = -4$$

$$10 \text{ వ పదము} = a_{10} = a + 9d$$

$$= 5 + 9 \times (-4)$$

$$= 5 - 36$$

$$= -31$$

ఉదాహరణ -4: 21, 18, 15, ... అంకశ్రేణిలో ఎన్నవ పదము '-81' అవుతుంది? ఏదైనా ఒక పదము '0' అవుతుందా? నీ సమాధానమునకు కారణాలిమ్ము?

సాధన : $a=21$

$$d = a_2 - a_1 = 18 - 21 = -3$$

$$a_n = -81$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = -81$$

$$\Rightarrow 21 + (n - 1) \times (-3) = -81$$

$$\Rightarrow (n - 1) \times (-3) = -81 - 21 = -102$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{-102}{-3} = 34$$

$$\Rightarrow n = 34 + 1 = 35$$

$\therefore -81$ అనేది 35 వ పదము అవుతుంది .

$$a_n = 0 \text{ అనుకొనుము}$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 0$$

$$\Rightarrow 21 + (n - 1) \times (-3) = 0$$

$$\Rightarrow (n - 1) \times (-3) = -21$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{-21}{-3} = 7$$

$$\Rightarrow n = 7 + 1 = 8$$

\therefore అంకశ్రేణిలో 8వ పదము '0' అవుతుంది .

ఉదాహరణ -5. 3 వ పదము 5 మరియు 7 వ పదము 9గా వుండునట్లు ఒక అంకశ్రేణిని కనుగొనుము .

సాధన : 3 వ పదము = 5 $\Rightarrow a + 2d = 5 \rightarrow (1)$

$$7 \text{ వ పదము} = 9 \Rightarrow a + 6d = 9 \rightarrow (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow a + 6d = 9$$

$$a + 2d = 5$$

$$\underline{(-) \quad (-) \quad (-)}$$

$$4d = 4$$

$$\underline{\quad \quad \quad}$$

$$d = 1$$

$d=1$ విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 2 \times 1 = 5$$

$$a = 5 - 2$$

$$a = 3 \quad \text{మరియు} \quad d = 1$$

కావలసిన అంకశ్రేణి : 3, 4, 5, 6,

ఉదాహరణ -6. 5, 11, 17, 23, ... జాబితాలో 301వ పదము లోదో కనుగొనుము?

సాధన : ఇచ్చిన జాబితా 5, 11, 17, 23,

$$a_2 - a_1 = 11 - 5 = 6$$

$$a_3 - a_2 = 17 - 11 = 6$$

$$a_4 - a_3 = 23 - 17 = 6$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి : $d = 6$ మరియు $a = 5$

$$a_n = 301$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 301$$

$$\Rightarrow 5 + (n - 1) \times (6) = 301$$

$$\Rightarrow (n - 1) \times (6) = 301 - 5 = 296$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{296}{6} = \frac{148}{3}$$

$$\Rightarrow n = \frac{148}{3} + 1 = \frac{153}{3}$$

ఇది ధన పూర్ణ సంఖ్య కాదు
కావున , 301 ఇచ్చిన జాబితాలో వుండదు .

ఉదాహరణ -7: 3 చే భాగించబడే రెండంకెల సంఖ్యలు ఎన్ని ?

సాధన : 3 చే భాగించబడే రెండంకెల సంఖ్యలు: 12, 15, 18, ..., 99

ఇది ఒక అంకశ్రేణి. $a = 12$ మరియు $d = 15 - 12 = 3$

$$a_n = 99 \Rightarrow a + (n - 1)d = 99$$

$$12 + (n - 1) \times 3 = 99$$

$$(n - 1) \times 3 = 99 - 12 = 87$$

$$n - 1 = \frac{87}{3} = 29$$

$$n = 29 + 1 = 30$$

\therefore 3 చే భాగించబడే రెండంకెల సంఖ్యలు 30 గలవు .

ఉదాహరణ -8. 10, 7, 4, ..., -62 అంకశ్రేణిలో చివరి నుంచి 11 వ పదమును కనుగొనుము ?

సాధన : అంకశ్రేణి: 10, 7, 4, ...

$$a = 10, d = 7 - 10 = -3$$

$$a_n = -62$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = -62$$

$$10 + (n - 1) \times (-3) = -62$$

$$(n - 1) \times (-3) = -62 - 10 = -72$$

$$n - 1 = \frac{-72}{-3} = 24$$

$$n = 24 + 1 = 25$$

అంకశ్రేణిలో పదాల సంఖ్య = 25.

చివరి నుంచి 11 వ పదము = మొదటి నుంచి (25 - 10) వ పదము

$$= 15 వ పదము$$

$$= a + 14d$$

$$= 10 + 14 \times (-3)$$

$$= 10 - 42 = -32$$

\therefore చివరి నుంచి 11 వ పదము = -32.

ఉదాహరణ -9. ₹ 1000 లకు సంవత్సరానికి 8% బారు వడ్డీ ప్రకారము ప్రతి సంవత్సరానికి అయ్యే వడ్డీ ని కనుగొనుము ? ఈ వడ్డీ ల జాబితా ఒక అంకశ్రేణి అవుతుందా? ఒకవేళ అంకశ్రేణి అయితే 30 వ సంవత్సరం చివర అయ్యే వడ్డీని కనుగొనుము .

$$\text{సాధన : బారు వడ్డీ}(I) = \frac{P \times T \times R}{100}$$

$$\text{ఇక్కడ } P=1000, R= 8\%$$

$$1 \text{ వ సంవత్సరం చివర అయ్యే వడ్డీ} = \frac{1000 \times 1 \times 8}{100} = ₹ 80$$

$$2 \text{ వ సంవత్సరం చివర అయ్యే వడ్డీ} = \frac{1000 \times 2 \times 8}{100} = ₹ 160$$

$$3 \text{ వ సంవత్సరం చివర అయ్యే వడ్డీ} = \frac{1000 \times 3 \times 8}{100} = ₹ 240$$

వడ్డీలు వరుసగా : 80,160,240,.....

$$\text{ఇది ఒక అంకశ్రేణి : } a = 80, d = 80$$

$$30 \text{ వ సంవత్సరం చివర అయ్యే వడ్డీ} = a_{30} = a + 29d$$

$$= 80 + 29 \times 80 = ₹2400$$

ఉదాహరణ -10: ఒక పూలపాదులో మొదటి వరుసలో 23 గులాబీ చెట్లు ,రెండవ వరుసలో 21,మూడవ వరుసలో 19.. వున్నాయి . చివరి వరుసలో 5 చెట్లు వున్న ఎన్ని వరుసలలో గులాబీ చెట్లు కలవు ?

సాధన : 1 వ ,2 వ,3 వ,.. చివరి వరుసలోని చెట్ల సంఖ్య వరుసగా

23,21,19,.....,5 ఇది ఒక అంకశ్రేణి

$$a = 23, d = 21 - 23 = -2$$

$$a_n = 5 \Rightarrow a + (n - 1)d = 5$$

$$23 + (n - 1) \times (-2) = 5$$

$$(n - 1) \times (-2) = 5 - 23 = -18$$

$$n - 1 = \frac{-18}{-2} = 9$$

$$n = 9 + 1 = 10$$

పూల పాదు లోని వరుసల సంఖ్య =10 .

EXERCISE - 6.2

1. మొదటి పాదము a సామాన్య భేదము d , n వ పదము a_n అయిన క్రింది వాటిని కనుగొనుము.

(i) $a = 7, d = 3, n = 8, a_n = ?$

సాధన : $a_n = a + (n - 1)d$

$$= 7 + (8 - 1) \times 3$$

$$= 7 + 7 \times 3$$

$$= 7 + 21 = 28$$

(ii) $a = -18, d = ?, n = 10, a_n = 0$

సాధన: $a_n = 0$

$$a + (n - 1)d = 0$$

$$-18 + (10 - 1)d = 0$$

$$9d = 18$$

$$d = \frac{18}{9} = 2$$

(iii) $a = ?, d = -3, n = 18, a_n = -5$

సాధన: $a_n = -5$

$$a + (n - 1)d = -5$$

$$a + (18 - 1) \times (-3) = -5$$

$$a + 17 \times (-3) = -5$$

$$a - 51 = -5$$

$$a = -5 + 51$$

$$a = 46$$

$$(iv) a = -18.9, d = 2.5, n = ?, a_n = 3.6$$

$$\text{సాధన: } a_n = 3.6$$

$$a + (n - 1)d = 3.6$$

$$-18.9 + (n - 1) \times (2.5) = 3.6$$

$$(n - 1) \times (2.5) = 3.6 + 18.9$$

$$n - 1 = \frac{22.5}{2.5} = 9$$

$$n = 9 + 1 = 10$$

$$(v) a = 3.5, d = 0, n = 105, a_n = ?$$

$$\text{సాధన: } a_n = a + (n - 1)d$$

$$= 3.5 + (105 - 1) \times 0 = 3.5$$

2. (i) 10, 7, 4, అంకశ్రేణిలో 30 వ పదము కనుగొనుము .

$$\text{సాధన: అంకశ్రేణి: } 10, 7, 4, \dots$$

$$a = 10, d = 7 - 10 = -3$$

$$30 \text{ వ పదము} = a + 29d$$

$$= 10 + 29 \times (-3)$$

$$= 10 - 87$$

$$= -77$$

(ii) $-3, \frac{-1}{2}, 2, \dots$ అంకశ్రేణిలో 11 వ పదము కనుగొనుము

$$\text{సాధన: అంకశ్రేణి: } -3, \frac{-1}{2}, 2, \dots$$

$$a = -3,$$

$$d = a_2 - a_1 = \frac{-1}{2} - (-3) = \frac{-1}{2} + 3 = \frac{-1 + 6}{2} = \frac{5}{2}$$

$$11 \text{ వ పదము} = a + 10d$$

$$= -3 + 10 \times \left(\frac{5}{2}\right)$$

$$= -3 + 25$$

$$= 22$$

3. క్రింది వానిని కనుగొనుము .

(i) $a_1 = 2, a_3 = 26$ అయిన a_2 ను కనుగొనుము

$$\text{సాధన: } a_1 = a = 2$$

$$a_3 = a + 2d = 26$$

$$\Rightarrow 2 + 2d = 26$$

$$\Rightarrow 2d = 26 - 2$$

$$\Rightarrow d = \frac{24}{2} = 12$$

$$a_2 = a + d = 2 + 12 = 14$$

(ii) $a_2 = 13, a_4 = 3$ అయిన a_1, a_3 లను కనుగొనుము

$$\text{Sol: } a_2 = a + d = 13 \rightarrow (1)$$

$$a_4 = a + 3d = 3 \rightarrow (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow a + 3d = 3$$

$$a + d = 13$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ a + d = 13 \\ \hline 2d = -10 \end{array}$$

Short cut:

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} = \frac{2 + 26}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

Shortcut:

$$a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = \frac{13 + 3}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$a_1 = 2a_2 - a_3 = 26 - 8 = 18$$

$$d = \frac{-10}{2} = -5$$

$d = -5$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a - 5 = 13$$

$$a = 13 + 5 = 18$$

$$a_1 = a = 18$$

$$a_3 = a + 2d = 13 + 2(-5) = 13 - 10 = 3$$

(iii) $a_1 = 5; a_4 = 9\frac{1}{2}$ అయిన a_2, a_3 లను కనుగొనుము

సాధన: $a_1 = a = 5$

$$a_4 = a + 3d = \frac{19}{2}$$

$$5 + 3d = \frac{19}{2}$$

$$3d = \frac{19}{2} - 5 = \frac{19 - 10}{2} = \frac{9}{2}$$

$$d = \frac{9}{2 \times 3} = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a + d = 5 + \frac{3}{2} = \frac{13}{2}$$

$$a_3 = a + 2d = 5 + 2 \times \frac{3}{2} = 5 + 3 = 8$$

(iv) $a_1 = -4; a_6 = 6$ అయిన a_2, a_3, a_4, a_5 లను కనుగొనుము

సాధన: $a_1 = -4 \Rightarrow a = -4$

$$a_6 = 6 \Rightarrow a + 5d = 6$$

$$-4 + 5d = 6$$

$$5d = 6 + 4 = 10$$

$$d = \frac{10}{5} = 2$$

$$a_2 = a + d = -4 + 2 = -2$$

$$a_3 = a + 2d = -4 + 2 \times 2 = -4 + 4 = 0$$

$$a_4 = a + 3d = -4 + 3 \times 2 = -4 + 6 = 2$$

$$a_5 = a + 4d = -4 + 4 \times 2 = -4 + 8 = 4$$

(v) $a_2 = 38; a_6 = -22$ అయిన a_1, a_3, a_4, a_5 లను కనుగొనుము

సాధన: $a_2 = 38 \Rightarrow a + d = 38 \rightarrow (1)$

$$a_6 = -22 \Rightarrow a + 5d = -22 \rightarrow (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow a + 5d = -22$$

$$a + d = 38$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$4d = -60$$

$$\frac{-60}{4}$$

$$d = \frac{-60}{4} = -15$$

$d = -15$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a - 15 = 38$$

$$a = 38 + 15$$

$$a = 53$$

$$a_1 = a = 53$$

$$a_3 = a + 2d = 53 + 2(-15) = 53 - 30 = 23$$

$$a_4 = a + 3d = 53 + 3(-15) = 53 - 45 = 8$$

$$a_5 = a + 4d = 53 + 4(-15) = 53 - 60 = -7$$

4. 3, 8, 13, 18, ..., అంకశ్రేణిలో ఎన్నవ పదము 78 అవుతుంది ?

సాధన : అంకశ్రేణి: 3, 8, 13, 18, ..

$$a = 3; d = 8 - 3 = 5$$

$$a_n = 78$$

$$a + (n - 1)d = 78$$

$$3 + (n - 1) \times 5 = 78$$

$$(n - 1) \times 5 = 78 - 3 = 75$$

$$n - 1 = \frac{75}{5} = 15$$

$$n = 15 + 1 = 16$$

∴ 16 వ పదము 78 అగును.

5. క్రింద ఇవ్వబడిన అంకశ్రేణులలోని పదాల సంఖ్యను కనుగొనుము :

(i) 7, 13, 19, ..., 205

సాధన: $a = 7, d = 13 - 7 = 6$

$$a_n = 205$$

$$a + (n - 1)d = 205$$

$$7 + (n - 1) \times 6 = 205$$

$$(n - 1) \times 6 = 205 - 7 = 198$$

$$n - 1 = \frac{198}{6} = 33$$

$$n = 33 + 1 = 34$$

అంకశ్రేణి లోని పదాల సంఖ్య = 34.

(ii) $18, 15\frac{1}{2}, 13, \dots, -47$

సాధన: $a = 18,$

$$d = \frac{31}{2} - 18 = \frac{31 - 36}{2} = \frac{-5}{2}$$

$$a_n = -47$$

$$a + (n - 1)d = -47$$

$$18 + (n - 1) \times \left(\frac{-5}{2}\right) = -47$$

$$(n - 1) \times \left(\frac{-5}{2}\right) = -47 - 18$$

$$(n - 1) \times \left(\frac{-5}{2}\right) = -65$$

$$n - 1 = -65 \times \frac{-2}{5} = 26$$

$$n = 26 + 1 = 27$$

అంకశ్రేణి లోని పదాల సంఖ్య = 27.

6. 11, 8, 5, 2 ... అంకశ్రేణిలో '-150' ఒక పదంగా వుంటుందో లేదో పరిశీలించుము.

సాధన: $a = 11, d = 8 - 11 = -3$

$$a_n = -150$$

$$a + (n - 1)d = -150$$

$$11 + (n - 1) \times (-3) = -150$$

$$(n - 1) \times (-3) = -150 - 11 = -161$$

$$n - 1 = \frac{-161}{-3} = \frac{161}{3} \text{ ఇది ధన పూర్ణ సంఖ్య కాదు}$$

∴ -150 అనేది ఇచ్చిన అంకశ్రేణిలో ఒక పదంగా వుండదు.

7. ఒక అంకశ్రేణిలో 11 వ పదము 38 మరియు 16 వ పదము 73 అయిన 31 వ పదమును కనుగొనుము .

సాధన: 11 వ పదము = 38 ⇒ $a + 10d = 38$ → (1)

16 వ పదము = 73 ⇒ $a + 15d = 73$ → (2)

(2) - (1) ⇒ $a + 15d = 73$

$a + 10d = 38$

(-) (-) (-)

$5d = 35 \Rightarrow d = \frac{35}{5} = 7$

$d=7$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$a + 10 \times 7 = 38$

$a = 38 - 70 = -32$

31 వ పదము = $a + 30d$

= $-32 + 30 \times 7$

= $-32 + 210$

= 178

8. ఒక అంకశ్రేణి లో 3వ , 9వ పదాలు వరుసగా 4 , - 8 అయిన ఎన్నవ పదము '0' అవుతుంది ?

సాధన: 3 వ పదము = 4 ⇒ $a + 2d = 4$ → (1)

9 వ పదము = -8 ⇒ $a + 8d = -8$ → (2)

(2) - (1) ⇒ $a + 8d = -8$

$a + 2d = 4$

(-) (-) (-)

$6d = -12$

$d = \frac{-12}{6} = -2$

$d = -2$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$a + 2 \times (-2) = 4$

$a - 4 = 4$

$a = 4 + 4 = 8$

$a_n = 0$ అనుకొనుము

$a + (n - 1)d = 0$

$8 + (n - 1) \times (-2) = 0$

$(n - 1) \times (-2) = 0 - 8$

$n - 1 = \frac{-8}{-2} = 4$

$n = 4 + 1 = 5$

∴ ఇచ్చిన అంకశ్రేణి లో 5 వ పదము '0' అవుతుంది

9. ఒక అంకశ్రేణి లో 17వ పదము 10వ పదము కంటే 7 ఎక్కువ . అయిన సామాన్య భేదం ఎంత .

అంకశ్రేణి: 17వ పదము = 10వ పదము + 7

$a + 16d = a + 9d + 7$

$a + 16d - a - 9d = 7$

$7d = 7 \Rightarrow d = 1$

సామాన్య భేదం = 1

10. రెండు అంకశ్రేణుల సామాన్య భేదం. వాని 100వ పదాల మధ్య భేదం 100 అయిన వాని 1000 వ పదాల మధ్య భేదం ఎంత ?

సాధన: మొదటి అంకశ్రేణి: $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$

రెండవ అంకశ్రేణి: $b, b + d, b + 2d, b + 3d, \dots$

100వ పదాల మధ్య భేదం = 100

$$a_{100} - b_{100} = 100$$

$$(a + 99d) - (b + 99d) = 100$$

$$a + 99d - b - 99d = 100$$

$$a - b = 100 \rightarrow (1)$$

వాని 1000 వ పదాల మధ్య భేదం = $a_{1000} - b_{1000}$

$$= (a + 999d) - (b + 999d)$$

$$= a + 999d - b - 999d$$

$$= a - b$$

$$= 100 \text{ ((1)నుండి)}$$

11. 7 చే భాగించబడే మూడంకెల సంఖ్యలు ఎన్ని కలవు?

సాధన: 7 చే భాగించబడే మూడంకెల సంఖ్యలు

105, 112, 119,, 994

$$a = 105, d = 7$$

$$a_n = 994$$

$$a + (n - 1)d = 994$$

$$105 + (n - 1) \times 7 = 994$$

$$(n - 1) \times 7 = 994 - 105 = 889$$

$$n - 1 = \frac{889}{7} = 127$$

$$n = 127 + 1 = 128$$

\therefore 7 చే భాగించబడే మూడంకెల సంఖ్యలు 128 వుంటాయి

12. 10 మరియు 250ల మధ్యగల 4 యొక్క గుణిజాల సంఖ్యను కనుగొనుము ?

సాధన: 10 మరియు 250ల మధ్యగల 4 యొక్క గుణిజాలు

12, 16, 20,, 248

$$a = 12, d = 4$$

$$a_n = 248$$

$$a + (n - 1)d = 248$$

$$12 + (n - 1) \times 4 = 248$$

$$(n - 1) \times 4 = 248 - 12 = 236$$

$$n - 1 = \frac{236}{4} = 59$$

$$n = 59 + 1 = 60$$

\therefore 10 మరియు 250ల మధ్యగల 4 యొక్క గుణిజాల సంఖ్య = 60.

13. 63, 65, 67, ... మరియు 3, 10, 17, ... అంకశ్రేణుల n వ పదాలు సమానము అయిన n విలువను కనుగొనుము ?

సాధన : మొదటి అంకశ్రేణి: 63, 65, 67,

$$a = 63, d = 2$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\begin{aligned}
&= 63 + (n - 1) \times 2 \\
&= 63 + 2n - 2 \\
&= 2n + 61
\end{aligned}$$

రెండవ అంకశ్రేణి: 3,10,17,.....

$$\begin{aligned}
a &= 3, d = 7 \\
a_n &= a + (n - 1)d \\
&= 3 + (n - 1) \times 7 \\
&= 3 + 7n - 7 \\
&= 7n - 4
\end{aligned}$$

అంకశ్రేణుల n వ పదాలు సమానము అయిన

$$\begin{aligned}
7n - 4 &= 2n + 61 \\
7n - 2n &= 61 + 4 \\
5n &= 65 \\
n &= \frac{65}{5} = 13
\end{aligned}$$

14. 3 వ పదము 16 గా ; 7 వ పదము, 5 వ పదము కంటే 12 ఎక్కువ వుండునట్లు గా ఒక అంకశ్రేణిని కనుగొనుము .

అంకశ్రేణి: AP లో 3 వ పదము = 16 $\Rightarrow a + 2d = 16 \rightarrow (1)$

$$7 \text{ వ పదము} = 5 \text{ వ పదము} + 12$$

$$\begin{aligned}
a + 6d &= a + 4d + 12 \\
a + 6d - a - 4d &= 12 \\
2d &= 12 \\
d &= 6
\end{aligned}$$

$d = 6$ ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$\begin{aligned}
a + 2 \times 6 &= 16 \\
a &= 16 - 12 = 4
\end{aligned}$$

అంకశ్రేణి: $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$

$$\Rightarrow 4, 10, 16, 22, \dots$$

15. 3, 8, 13, ..., 253 అంకశ్రేణి యొక్క చివర నుంచి 20 వ పదమును కనుగొనుము.

సాధన: $a = 3, d = 8 - 3 = 5$

$$\begin{aligned}
\text{let } a_n &= 253 \\
a + (n - 1)d &= 253 \\
3 + (n - 1) \times 5 &= 253 \\
(n - 1) \times 5 &= 253 - 3 = 250 \\
n - 1 &= \frac{250}{5} = 50 \\
n &= 50 + 1 \\
n &= 51
\end{aligned}$$

చివర నుంచి 20 వ పదము = మొదటి నుండి $(51 - 20) + 1 = 32$ వ పదము

$$\begin{aligned}
&= a + 31d \\
&= 3 + 31 \times 5 \\
&= 3 + 155 \\
&= 158
\end{aligned}$$

16. అంకశ్రేణి లో 4 వ, మరియు 8వ పదాల మొత్తం 24 మరియు 6వ, 10 వ పదాల మొత్తం 44. అయిన మొదటి

మూడు పదాలను కనుగొనుము ?.

సాధన: AP లో 4 వ పదము +8 వ పదము =24

$$\Rightarrow a + 3d + a + 7d = 24$$

$$\Rightarrow 2a + 10d = 24$$

$$\Rightarrow a + 5d = 12 \rightarrow (1)$$

6 వ పదము +10 వ పదము =44

$$\Rightarrow a + 5d + a + 9d = 44$$

$$\Rightarrow 2a + 14d = 44$$

$$\Rightarrow a + 7d = 22 \rightarrow (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow a + 7d = 22$$

$$a + 5d = 12$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$2d = 10$$

$$d = 5$$

d=5 ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 5 \times 5 = 12$$

$$a = 12 - 25$$

$$a = -13$$

∴ అంకశ్రేణి లో మూడు పదాలు :a, a + d, a + 2d

$$\Rightarrow -13, -13 + 5, -13 + 10$$

$$\Rightarrow -13, -8, -3$$

17. సుబ్బారావు 1995 వ సంవత్సరంలో ₹5000 జీతంతో ఉద్యోగంలో చేరాడు. అతని జీతము సం||మునకు ₹ 200 పెరిగిన అతని జీతము ఏ సంవత్సరంలో ₹ 7000 అవుతుంది ?

Sol: 1995 వ సంవత్సరంలో సుబ్బారావు జీతం =₹5000, సం||మునకు పెరుగుదల =₹200

$$1996 \text{ వ సంవత్సరంలో జీతం} = 5000 + 200 = ₹5200$$

$$1997 \text{ వ సంవత్సరంలో జీతం} = 5200 + 200 = ₹5400$$

$$1998 \text{ వ సంవత్సరంలో జీతం} = 5400 + 200 = ₹5600$$

ప్రతి సం||మునకు జీతాలు వరుసగా ₹5000, ₹5200, ₹5400, ₹5600,.....ఇది అంకశ్రేణి

$$a = 5000, d = 200$$

$$a_n = 7000$$

$$a + (n - 1) \times 200 = 7000$$

$$5000 + (n - 1) \times 200 = 7000$$

$$(n - 1) \times 200 = 7000 - 5000 = 2000$$

$$n - 1 = \frac{2000}{200} = 10$$

$$n = 10 + 1$$

$$n = 11$$

∴ 2005 వ సంవత్సరంలో సుబ్బారావు జీతం ₹7000 అవుతుంది

అంకశ్రేణిలో n పదాల మొత్తం :

i. మొదటిపాదము a సామాన్యభేదం d గా గల అంకశ్రేణి మొదటి n పదాల మొత్తం

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

ii. మొదటిపాదము a , చివరి పదం l మరియు పదాల సంఖ్య n అయిన

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

iii. $a_n = S_n - S_{n-1}$



ఇవి చేయండి

క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి అంకశ్రేణి లో పేర్కొన్న పదాల మొత్తమును కనుగొనుము

(i) 16, 11, 6; 23 పదాలు

సాధన : $a = 16, d = 11 - 16 = -5, n = 23$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] \\ &= \frac{23}{2}[2 \times 16 + (23 - 1) \times (-5)] \\ &= \frac{23}{2}[32 + 22(-5)] \\ &= \frac{23}{2}[32 - 110] \\ &= \frac{23}{2}(-78) \\ &= 23 \times (-39) \\ &= -897 \end{aligned}$$

(ii) -0.5, -1.0, -1.5,; 10 పదాలు

సాధన: $a = -0.5, d = -1.0 + 0.5 = -0.5, n = 10$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] \\ S_{10} &= \frac{10}{2}[2 \times (-0.5) + (10 - 1) \times (-0.5)] \\ &= 5[-1 + 9 \times (-0.5)] \\ &= 5[-1 - 4.5] \\ &= 5 \times (-5.5) \\ &= -27.5 \end{aligned}$$

(iii) $-1, \frac{1}{4}, \frac{3}{2}, \dots, \dots, 10$ పదాలు

సాధన: $a = -1, d = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}, n = 10$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] \\ S_{10} &= \frac{10}{2}\left[2 \times (-1) + (10 - 1) \times \frac{5}{4}\right] \\ &= 5\left[-2 + \frac{45}{4}\right] \\ &= 5 \times \frac{41}{4} \\ &= \frac{205}{4} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ -11. ఒక అంకశ్రేణి లో మొదటి పదం 10 మరియు మొదటి 14 పదాల మొత్తము 1050 అయిన

20వ పదమును కనుగొనుము .

సాధన: $a = 10, n = 14,$

$$S_{14} = 1050$$

$$\frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] = 1050$$

$$\frac{14}{2}[2 \times 10 + (14 - 1)d] = 1050$$

$$7[20 + 13d] = 1050$$

$$20 + 13d = \frac{1050}{7} = 150$$

$$13d = 150 - 20$$

$$13d = 130$$

$$d = 10$$

$$20\text{వ పదము} = a + 19d$$

$$= 10 + 19 \times 10 = 10 + 190 = 200$$

ఉదాహరణ -12: 24, 21, 18, ... అంకశ్రేణి లో ఎన్ని పదాలను తీసుకున్న వాని మొత్తం 78 అవుతుంది ?

$$\text{సాధన: } a = 24, d = 21 - 24 = -3$$

$$\text{Let } S_n = 78$$

$$\frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] = 78$$

$$n[2 \times 24 + (n - 1)(-3)] = 2 \times 78$$

$$n[48 - 3n + 3] = 156$$

$$n[-3n + 51] = 156$$

$$-3n^2 + 51n - 156 = 0$$

$$3n^2 - 51n + 156 = 0$$

$$n^2 - 17n + 52 = 0$$

$$(n - 4)(n - 13) = 0$$

$$n - 4 = 0 \text{ or } n - 13 = 0$$

$$n = 4 \text{ or } 13$$

ఉదాహరణ -13. (i) మొదటి 1000 ధనపూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం కనుగొనుము .

సాధన: మొదటి 1000 ధనపూర్ణ సంఖ్యలు 1, 2, 3, 4, ..., 1000

$$a = 1, d = 1, n = 1000$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$S_{1000} = \frac{1000}{2}[1 + 1000] = 500 \times 1001 = 500500$$

(ii) మొదటి n ధన పూర్ణసంఖ్యలు

సాధన: $a = 1, d = 1, n = n$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l] = \frac{n}{2}(1 + n) = \frac{n(n + 1)}{2}$$

$$\text{మొదటి } n \text{ ధన పూర్ణసంఖ్యల మొత్తం} = \frac{n(n + 1)}{2}$$

ఉదాహరణ -14. $a_n = 3 + 2n$ ను n వ పదంగా కలిగిన శ్రేణి యొక్క మొదటి 24 పదాల మొత్తాన్ని కనుగొనుము?

సాధన: $a_n = 3 + 2n$

$$a_1 = 3 + 2 \times 1 = 3 + 2 = 5$$

$$a_2 = 3 + 2 \times 2 = 3 + 4 = 7$$

$$a_3 = 3 + 2 \times 3 = 3 + 6 = 9$$

సంఖ్యల జాబితా 5, 7, 9, ... ఇది ఒక అంక శ్రేణి

$$a = 5, d = 7 - 5 = 2, n = 24$$

$$S_{24} = \frac{24}{2} [2 \times 5 + (24 - 1) \times 2]$$

$$S_{24} = \frac{24}{2} [10 + (24 - 1) \times 2]$$

$$= 12 [10 + 23 \times 2]$$

$$= 12 \times 56$$

$$= 672$$

ఉదాహరణ -15. ఒక టెలివిజన్ తయారీ కంపెనీ 3 వ సం. లో 600 టెలివిజన్లను 7 వ సం. లో 700 సెట్లను తయారు చేసింది. ఇది తయారు చేసే టెలివిజన్ల సంఖ్య ప్రతీ సం. ము స్థిరంగా పెరుగుతూ ఉంటే:

- (i) 1 వ సం. లో అది తయారు చేసిన టెలివిజన్ల సంఖ్య (ii) 10 వ సం. లో అది తయారు చేసిన టెలివిజన్ల సంఖ్య (iii) మొదటి 7 సంవత్సరాలలో అది తయారు చేసిన మొత్తం టెలివిజన్ల సంఖ్యను కనుగొనుము ?

సాధన: $a_3 = 600, a_7 = 700$

$$a_7 = 700 \Rightarrow a + 6d = 700 \rightarrow (1)$$

$$a_3 = 600 \Rightarrow a + 2d = 600 \rightarrow (2)$$

$$4d = 100$$

$$d = \frac{100}{4} = 25$$

$d=25$ విలువను (2)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 2 \times 25 = 600$$

$$a + 50 = 600$$

$$a = 600 - 50 = 550$$

(i) 1 వ సం. లో అది తయారు చేసిన టెలివిజన్ల సంఖ్య = 550

(ii) 10 వ సం. లో అది తయారు చేసిన టెలివిజన్ల సంఖ్య = $a + 9d$

$$= 550 + 9 \times 25$$

$$= 550 + 225$$

$$= 775$$

(iii) మొదటి 7 సంవత్సరాలలో అది తయారు చేసిన మొత్తం టెలివిజన్ల సంఖ్య = S_7

$$= \frac{7}{2} [2 \times 550 + (7 - 1) \times 25]$$

$$= \frac{7}{2} [1100 + 6 \times 25]$$

$$= \frac{7}{2} [1250]$$

$$= 7 \times 625$$

$$= 4375$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

అభ్యాసము - 6.3

1. క్రింది అంకశ్రేణులలో పేర్కొన్న పదాల మొత్తాలను కనుగొనుము :

(i) 2, 7, 12, ..., 10 పదాలు .

సాధన: $a = 2, d = 7 - 2 = 5, n = 10$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 2 + (10 - 1) \times 5]$$

$$= 5 [4 + 45]$$

$$= 5 \times 50$$

$$= 250$$

(ii) -37, -33, -29, ..., to 12 పదాలు.

సాధన: $a = -37, d = -33 + 37 = 4, n = 12$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{12} &= \frac{12}{2} [2 \times (-37) + (12 - 1) \times 4] \\ &= 6[-74 + 44] \\ &= 6 \times (-30) \\ &= -180 \end{aligned}$$

(iii) 0.6, 1.7, 2.8, ..., to 100 పదాలు

సాధన: $a = 0.6, d = 1.7 - 0.6 = 1.1, n = 100$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{100} &= \frac{100}{2} [2 \times 0.6 + (100 - 1) \times 1.1] \\ &= 50[1.2 + 99 \times 1.1] \\ &= 50[1.2 + 108.9] \\ &= 50 \times 110.1 \\ &= 5505 \end{aligned}$$

(iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \dots$, to 11 పదాలు

సాధన: $a = \frac{1}{15}, d = \frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{5 - 4}{60} = \frac{1}{60}, n = 11$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{11}{2} \left[2 \left(\frac{1}{15} \right) + (11 - 1) \left(\frac{1}{60} \right) \right] \\ &= \frac{11}{2} \left[\frac{2}{15} + 10 \times \frac{1}{60} \right] \\ &= \frac{11}{2} \left[\frac{2}{15} + \frac{1}{6} \right] \\ &= \frac{11}{2} \left[\frac{8 + 10}{60} \right] \\ &= \frac{11}{2} \times \frac{18}{60} \\ &= \frac{33}{20} = 1 \frac{13}{20} \end{aligned}$$

2. క్రింది వాని మొత్తాలను కనుగొనుము ?

(i) $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \dots + 84$

సాధన: $a = 7, d = 10\frac{1}{2} - 7 = 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}, l = 84$

$$l = a_n = 84$$

$$a + (n - 1)d = 84$$

$$7 + (n - 1) \left(\frac{7}{2} \right) = 84$$

$$(n - 1) \left(\frac{7}{2} \right) = 84 - 7$$

$$n - 1 = 77 \times \frac{2}{7} = 22$$

$$n = 22 + 1 = 23$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$S_{23} = \frac{23}{2}(7 + 84)$$

$$= \frac{23}{2} \times 91$$

$$= \frac{2093}{2} = 1046\frac{1}{2}$$

(ii) $34 + 32 + 30 + \dots + 10$

సాధన : $a = 34, d = 32 - 34 = -2$

$$l = a_n = 10$$

$$34 + (n - 1)(-2) = 10$$

$$(n - 1)(-2) = 10 - 34$$

$$(n - 1)(-2) = -24$$

$$n - 1 = \frac{-24}{-2} = 12$$

$$n = 12 + 1 = 13$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$S_{13} = \frac{13}{2}(34 + 10)$$

$$= \frac{13}{2} \times 44$$

$$= 13 \times 22$$

$$= 286$$

(iii) $-5 + (-8) + (-11) + \dots + (-230)$

సాధన : $a = -5, d = -8 + 5 = -3$

$$l = a_n = -230$$

$$-5 + (n - 1)(-3) = -230$$

$$(n - 1)(-3) = -230 + 5$$

$$(n - 1)(-3) = -225$$

$$n - 1 = \frac{-225}{-3} = 75$$

$$n = 75 + 1 = 76$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$S_{76} = \frac{76}{2}[-5 + (-230)]$$

$$= 38 \times (-235)$$

$$= -8930$$

3. ఒక అంకశ్రేణి (AP) లో :

(i) $a = 5, d = 3, a_n = 50$, అయిన n మరియు S_n లను కనుగొనుము ?.

సాధన : $a_n = 50$

$$a + (n - 1)d = 50$$

$$5 + (n - 1) \times 3 = 50$$

$$(n - 1) \times 3 = 50 - 5$$

$$(n - 1) \times 3 = 45$$

$$n - 1 = \frac{45}{3} = 15$$

$$n = 15 + 1$$

$$n = 16$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{16} &= \frac{16}{2}[2 \times 5 + (16-1) \times 3] \\ &= 8[10 + 15 \times 3] \\ &= 8[10 + 45] \\ &= 8 \times 55 \\ &= 440 \end{aligned}$$

(ii) $a = 7, a_{13} = 35$, అయిన d ని మరియు S_{13} ను కనుగొనుము .

Sol: $a_{13} = 35$

$$a + 12d = 35$$

$$7 + 12d = 35$$

$$12d = 35 - 7$$

$$12d = 28$$

$$d = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{13} &= \frac{13}{2}\left[2 \times 7 + (13-1) \times \frac{7}{3}\right] \\ &= \frac{13}{2}\left[14 + 12 \times \frac{7}{3}\right] \\ &= \frac{13}{2}[14 + 28] \\ &= \frac{13}{2} \times 42 = 13 \times 21 = 273 \end{aligned}$$

(iii) $a_{12} = 37, d = 3$, అయిన a మరియు S_{12} ను కనుగొనుము .

Sol: $a_{12} = 37$

$$a + 11d = 37$$

$$a + 11 \times 3 = 37$$

$$a + 33 = 37$$

$$a = 37 - 33$$

$$a = 4$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{12} &= \frac{12}{2}[2 \times 4 + (12-1) \times 3] \\ &= 6[8 + 33] \\ &= 6 \times 41 = 246 \end{aligned}$$

(iv) $a_3 = 15, S_{10} = 125$ అయిన d మరియు a_{10} ను కనుగొనుము

సాధన : $a_3 = 15$

$$a + 2d = 15 \Rightarrow a = 15 - 2d \rightarrow (1)$$

$$S_{10} = 125$$

$$\frac{10}{2}[2a + (10-1)d] = 125$$

$$[2(15 - 2d) + 9d] = \frac{125}{5}$$

$$30 - 4d + 9d = 25$$

$$5d = 25 - 30$$

$$d = \frac{-5}{5} = -1$$

Substitute $d = -1$ in (1)

$$a = 15 - 2 \times (-1) = 15 + 2 = 17$$

$$\begin{aligned} a_n &= a + 9d \\ &= 17 + 9 \times (-1) \\ &= 17 - 9 = 8 \end{aligned}$$

(v) $a = 2, d = 8, S_n = 90$ అయిన n మరియు a_n ను కనుగొనుము .

సాధన: $S_n = 90$

$$\begin{aligned} \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] &= 90 \\ \frac{n}{2}[2 \times 2 + (n-1) \times 8] &= 90 \end{aligned}$$

$$n[4 + 8n - 8] = 90 \times 2$$

$$4n + 8n^2 - 8n - 180 = 0$$

$$8n^2 - 4n - 180 = 0$$

$$2n^2 - n - 45 = 0$$

$$2n^2 - 10n + 9n - 45 = 0$$

$$2n(n-5) + 9(n-5) = 0$$

$$(n-5)(2n+9) = 0$$

$$n-5 = 0 \text{ or } 2n+9 = 0$$

$$n = 5 \text{ or } n = \frac{-9}{2}$$

$\therefore n = 5$ (n ఒక సహజ సంఖ్య)

$$\begin{aligned} a_n &= a_5 = a + 4d \\ &= 2 + 4 \times 8 = 2 + 32 = 34 \end{aligned}$$

(vi) $a_n = 4, d = 2, S_n = -14$, అయిన n మరియు a ను కనుగొనుము.

సాధన: $a_n = 4$

$$a + (n-1)d = 4$$

$$a + (n-1) \times 2 = 4$$

$$a + 2n - 2 = 4$$

$$a = 4 - 2n + 2$$

$$a = 6 - 2n \rightarrow (1)$$

$$S_n = -14$$

$$\frac{n}{2}[a + a_n] = -14$$

$$n[6 - 2n + 4] = -14 \times 2$$

$$n[10 - 2n] = -28$$

$$10n - 2n^2 + 28 = 0$$

$$-2n^2 + 10n + 28 = 0$$

$$n^2 - 5n - 14 = 0$$

$$(n-7)(n+2) = 0$$

$$n-7 = 0 \text{ or } n+2 = 0$$

$$n = 7 \text{ or } n = -2$$

$\therefore n = 7$ (n ఒక సహజ సంఖ్య)

(1) నుండి

$$a = 6 - 2 \times 7 = 6 - 14 = -8$$

(vii) $l = 28, S = 144$, మరియు పదాల సంఖ్య 9 అయిన a ను కనుగొనుము.

సాధన: $l = a_n = 28, S = 144, n = 9$

$$S = 144$$

$$\frac{n}{2}[a + l] = 144$$

$$\frac{9}{2}[a + 28] = 144$$

$$a + 28 = \frac{144 \times 2}{9}$$

$$a = 32 - 28 = 4$$

4. ఒక అంకశ్రేణి (AP)లో మొదటి చివరి పదాలు వరుసగా 17 మరియు 350. సామాన్య భేదం 9, అయిన శ్రేణి లోని పదాల సంఖ్యను, పదాల మొత్తంను కనుగొనుము ?

సాధన: $a = 17, d = 9$ మరియు $l = a_n = 350$

$$a_n = 350$$

$$a + (n - 1)d = 350$$

$$17 + (n - 1) \times 9 = 350$$

$$(n - 1) \times 9 = 350 - 17$$

$$n - 1 = \frac{333}{9} = 37$$

$$n = 37 + 1 = 38$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$= \frac{38}{2}(17 + 350)$$

$$= 19 \times 367 = 6973$$

శ్రేణి లోని పదాల సంఖ్య=38 మరియు పదాల మొత్తం =6973.

5. ఒక అంకశ్రేణి (AP)లో 2 వ ,3 వ పదాలు వరుసగా 14 మరియు 18 అయిన 51 పదాల మొత్తమును కనుగొనుము.

సాధన: $a_2 = 14 \Rightarrow a + d = 14 \rightarrow (1)$

$$a_3 = 18 \Rightarrow a + 2d = 18 \rightarrow (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow a + 2d = 18$$

$$a + d = 14$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$d=4$$

$d=4$ ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 4 = 14$$

$$a = 14 - 4 = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$S_{51} = \frac{51}{2}[2 \times 10 + (51 - 1) \times 4]$$

$$= \frac{51}{2}[20 + 50 \times 4]$$

$$= \frac{51}{2} \times 220$$

$$= 51 \times 110$$

$$= 5610$$

6. ఒక అంకశ్రేణి (AP)లో మొదటి 7 పదాల మొత్తం 49 మరియు 17 పదాల మొత్తం 289 అయిన మొదటి n పదాల మొత్తమును కనుగొనుము .

సాధన: $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$$S_7 = 49 \Rightarrow \frac{7}{2}[2a + (7 - 1)d] = 49$$

$$\Rightarrow [2a + 6d] = \frac{2 \times 49}{7}$$

$$\Rightarrow 2a + 6d = 14$$

$$\Rightarrow a + 3d = 7 \rightarrow (1)$$

$$S_{17} = 289 \Rightarrow \frac{17}{2}[2a + (17 - 1)d] = 289$$

$$\Rightarrow [2a + 16d] = \frac{2 \times 289}{17}$$

$$\Rightarrow 2a + 16d = 34$$

$$\Rightarrow a + 8d = 17 \rightarrow (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow a + 8d = 17$$

$$a + 3d = 7$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$5d = 10$$

$$d = 2$$

$d=2$ ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a + 3 \times 2 = 7 \Rightarrow a + 6 = 7 \Rightarrow a = 1$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$= \frac{n}{2}[2 \times 1 + (n - 1)2]$$

$$= \frac{n}{2}[2 + 2n - 2]$$

$$= \frac{n}{2} \times 2n = n^2$$

7. a_n క్రింది విధంగా నిర్వచించబడితే a_1, a_2, \dots, a_n , ఒక అంకశ్రేణి (AP) అవుతుందని చూపండి మరియు మొదటి 15 పదాల మొత్తమును కనుగొనుము ?

$$(i) a_n = 3 + 4n$$

$$\text{సాధన : } a_n = 3 + 4n$$

$$a_1 = 3 + 4 \times 1 = 3 + 4 = 7$$

$$a_2 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$$

$$a_3 = 3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$$

$$a_4 = 3 + 4 \times 4 = 3 + 16 = 19$$

సంఖ్యల జాబితా 7, 11, 15, 19,

$$a_2 - a_1 = 11 - 7 = 4$$

$$a_3 - a_2 = 15 - 11 = 4$$

$$a_4 - a_3 = 19 - 15 = 4$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ స్థిరము

ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి (AP). $a = 7, d = 4$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 7 + (15 - 1) \times 4]$$

$$= \frac{15}{2}[14 + 56]$$

$$= \frac{15}{2} \times 70 = 15 \times 35 = 525$$

$$(ii) a_n = 9 - 5n$$

Shortcut:

$$S_7 = 49 = 7^2$$

$$S_{17} = 289 = 17^2$$

$$\therefore S_n = n^2$$

సాధన: $a_n = 9 - 5n$

$$a_1 = 9 - 5 \times 1 = 9 - 5 = 4$$

$$a_2 = 9 - 5 \times 2 = 9 - 10 = -1$$

$$a_3 = 9 - 5 \times 3 = 9 - 15 = -6$$

$$a_4 = 9 - 5 \times 4 = 9 - 20 = -11$$

సంఖ్యల జాబితా 4, -1, -6, -11,

$$a_2 - a_1 = -1 - 4 = -5$$

$$a_3 - a_2 = -6 + 1 = -5$$

$$a_4 - a_3 = -11 + 6 = -5$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ విలువ స్థిరము

ఇచ్చిన జాబితా ఒక అంకశ్రేణి (AP).. $a = 4, d = -5$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 4 + (15 - 1) \times (-5)]$$

$$= \frac{15}{2}[8 - 70]$$

$$= \frac{15}{2} \times (-62) = 15 \times (-31) = -465$$

8. ఒక అంకశ్రేణి (AP)లో మొదటి n పదాల మొత్తం $4n - n^2$ అయిన మొదటి పదం ఎంత? మొదటి రెండు పదాల మొత్తం ఎంత? అదేవిధంగా 3వ పదమును, 10వ పదమును మరియు n వ పదమును కనుగొనుము?

సాధన: $S_n = 4n - n^2$

$$S_1 = 4 \times 1 - 1^2 = 4 - 1 = 3$$

$$S_2 = 4 \times 2 - 2^2 = 8 - 4 = 4$$

$$S_3 = 4 \times 3 - 3^2 = 12 - 9 = 3$$

$$S_4 = 4 \times 4 - 4^2 = 16 - 16 = 0$$

$$a_1 = S_1 = 3$$

$$a_2 = S_2 - S_1 = 4 - 3 = 1$$

$$3\text{వ పదము} = a_3 = S_3 - S_2 = 3 - 4 = -1$$

$$\therefore a = 3, d = a_2 - a_1 = 1 - 3 = -2$$

$$10\text{వ పదము} = a_{10} = a + 9d = 3 + 9 \times (-2) = 3 - 18 = -15$$

$$n\text{వ పదము} = a_n = a + (n - 1)d = 3 + (n - 1) \times (-2) = 3 - 2n + 2 = 5 - 2n$$

9. 6 చే భాగించబడే మొదటి 40దన పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తమును కనుగొనుము .

సాధన: 6 చే భాగించబడే మొదటి 40దన పూర్ణ సంఖ్యలు

$$6 \times 1, 6 \times 2, 6 \times 3, \dots, \dots, 6 \times 40$$

$$\Rightarrow 6, 12, 18, \dots, \dots, 240$$

$$a = 6, d = 6, n = 40, l = 240$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$S_{40} = \frac{40}{2}[6 + 240]$$

$$= 20 \times 246 = 4920$$

Shortcut:

$$S_{40} = 6 + 12 + 18 + \dots + 240$$

$$= 6(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 40)$$

$$= 6 \times \frac{40 \times 41}{2} = 3 \times 1640 = 4920$$

10. ఒక పాఠశాలలో విద్యార్థుల సంఖ్యకు సంబంధిత విషయాలలో అత్యున్నత ప్రతిభ కనపరిచిన వారికి మొత్తం

700 రూపాయలకు 7 బహుమతులు ఇవ్వాలని భావించారు. ప్రతి బహుమతి విలువ దాని ముందున్న దానికి

₹ 20 తక్కువ అయిన ప్రతి బహుమతి విలువను కనుగొనుము .

సాధన: బహుమతి విలువలు $x, x + 20, x + 40, x + 60, x + 80, x + 100, x + 120$ అనుకొనుము

$$a = x, d = 20, l = x + 120$$

$$S_7 = 700$$

$$\frac{7}{2}[x + x + 120] = 700$$

$$2x + 120 = \frac{700 \times 2}{7} = 200$$

$$2x = 200 - 120 = 80$$

$$x = 40$$

బహుమతి విలువలు ₹40, ₹60, ₹80, ₹100, ₹120, ₹140, ₹160.

11. ఒక పాఠశాల ఆవరణలో పర్యావరణ పరిరక్షణకు విద్యార్థులు చెట్లు నాటాలనిభావించారు . ప్రతి సెక్షను విద్యార్థులు వారు చదువు చున్న తరగతి సంఖ్యకు సమానమైన చెట్లను అనగా 1 వ తరగతి చదువుచున్న ఒక సెక్షన్ విద్యార్థులు 1 చెట్టును , 2 వ తరగతి చదువుచున్న ఒక సెక్షన్ విద్యార్థులు 2 చెట్లను నాటాలని ఈ విధంగా 12 వ తరగతి వరకూ చేయాలను నిర్ణయించుకున్నారు. అయితే ప్రతి తరగతిలో మూడు సెక్షన్ లు వున్న మొత్తం నాటిన చెట్లు ఎన్ని ?

సాధన: ఒక్కొక్క తరగతి విద్యార్థులు నాటిన మొక్కల సంఖ్య వరుసగా

$$3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, \dots, 3 \times 12$$

$$\Rightarrow 3, 6, 9, \dots, 36 \text{ ఇది ఒక అంకశ్రేణి (AP)}$$

$$a = 3, d = 3, n = 12, l = 36$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$S_{12} = \frac{12}{2}[3 + 36] = 6 \times 39 = 234$$

$$\text{మొత్తం నాటిన చెట్లు} = 234$$

12. అర్ధ వృత్తాలచే ఒక సర్పిలాకరంతయారు చేయబడింది అర్ధ వృత్తాల కేంద్రాలు A వద్ద ప్రారంభించబడి A, Bల మధ్య మారుతూ ఉన్నాయి. అనగా మొదటి అర్ధవృత్త కేంద్రము A, రెండవ అర్ధవృత్త కేంద్రము B , మూడవ అర్ధవృత్త కేంద్రము A, .. మరియు అర్ధ వృత్తాల వ్యాసార్థాలు 0.5 సెం. మీ , 1.0 సెం. మీ, 1.5 సెం. మీ, 2.0 సెం. మీ, ... ఈ విధంగా మొత్తం 13 అర్ధ వృత్తాలు వున్న సర్పిలం మొత్తం పొడవు ఎంత ? ($\pi = \frac{22}{7}$)

సాధన : అర్ధ వృత్తాల వ్యాసార్థాలు వరుసగా 0.5 సెం. మీ , 1.0 సెం. మీ, 1.5 సెం. మీ, 2.0 సెం. మీ, .. ఇది AP

$$a = 0.5, d = 0.5, n = 13$$

$$l_1 = \pi \times r = \pi \times 0.5 = \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$l_2 = \pi \times 1 = \pi, \quad l_3 = \pi \times 1.5 = \pi \times \frac{3}{2} = \frac{3\pi}{2}, \dots$$

$$\text{సర్పిలం మొత్తం పొడవు} = l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_{13}$$

$$= \frac{\pi}{2} + \pi + \frac{3\pi}{2} + \dots \dots 13 \text{ పదాలు}$$

$$= \frac{\pi}{2}[1 + 2 + 3 + \dots 13 \text{ పదాలు}]$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[\frac{13(13+1)}{2} \right] = \frac{\pi}{2} \left(\frac{13 \times 14}{2} \right) = \frac{\pi}{2} \times 91 = \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 91 = 11 \times 13 = 143 \text{ సెం. మీ}$$

13. 200 చెక్క మొద్దులను క్రింది పటంలో అన్నింటికంటే క్రింద వున్న వరుసలో 20 చెక్క మొద్దులను, దానిపై 19

మొద్దులను ,దానిపై 18 మొద్దులను .. అమర్చిన. మొత్తం 200 మొద్దులను అమర్చుటకు ఎన్ని వరుసలు కావాలి ? అన్నింటికంటే పైన వున్న వరుసలో ఎన్ని చెక్క మొద్దులు కలవు?

సాధన : ప్రతి వరుసలో గల మొద్దుల సంఖ్య 20,19,18,.....ఇది ఒక అంక శ్రేణి (AP)

$$a = 20, d = -1$$

$$S_n = 200$$

$$\frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] = 200$$

$$\frac{n}{2}[2 \times 20 + (n - 1) \times (-1)] = 200$$

$$n[40 - n + 1] = 200 \times 2$$

$$41n - n^2 - 400 = 0$$

$$-n^2 + 41n - 400 = 0$$

$$n^2 - 41n + 400 = 0$$

$$(n - 16)(n - 25) = 0$$

$$n - 16 = 0 \text{ or } n - 25 = 0$$

$$n = 16 \text{ or } n = 25$$

$$\therefore n = 16 (n \neq 25)$$

$$\text{కావలసిన వరుసల సంఖ్య} = 16$$

$$\text{అన్నింటికంటే పైన వున్న వరుసలో గల చెక్క మొద్దులు సంఖ్య} = a_{16} = a + 15d$$

$$= 20 + 15(-1) = 20 - 15 = 5.$$

14. బంతి మరియు బకెట్ ఆటలో , ప్రారంభంలో ఒక బకెట్ డానికి 5 మీ. దూరంలో ఒక బంతి వుంచబడినది. మొత్తం 10 బంతులలో మిగిలిన బంతులు ఒక దాని కొకటి 3 మీ దూరంలో అమర్చబడినవి. ఆటలో పాల్గొనే వ్యక్తి మొదట బకెట్ వద్ద నుంచి బయలుదేరి మొదటి బంతి వద్దకు పోయి దానిని తీసుకొని వెనుకకు వచ్చి బకెట్ లో వేయాలి. తరువాత తిరిగి బకెట్ వద్ద నుంచి బయలుదేరి రెండవ బంతి వద్దకు పోయి దానిని తీసుకొని వెనుకకు వచ్చి బకెట్ లో వేయాలి. ఈ విధంగా అన్ని బంతులను బకెట్లో వేయవలెనన్న ఆ వ్యక్తి పరిగెత్త వలసిన మొత్తం దూరం ఎంత ?

సాధన : బకెట్ నుంచి మొదటి బంతి దూరం = 5 మీ

$$\text{రెండవ బంతి దూరం} = 5 + 3 = 8\text{m}$$

$$\text{మూడవ బంతి దూరం} = 8 + 3 = 11\text{ m}$$

$$\text{నాల్గవ బంతి దూరం} = 11 + 3 = 14\text{ m}$$

.....

1 వ , 2 వ , 3 వ .. బంతులను బకెట్లో వేయడానికి ఆ వ్యక్తి పరిగెత్త వలసిన దూరాలు వరుసగా

$$2 \times 5\text{మీ}, 2 \times 8\text{మీ}, 2 \times 11\text{మీ}, \dots \dots (10 \text{ పదాలు})$$

$$10\text{మీ}, 16\text{మీ}, 22\text{మీ}, \dots \dots (10 \text{ పదాలు}) \text{ ఇది ఒక అంక శ్రేణి (AP)}$$

$$a = 10, d = 6, n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$= \frac{10}{2}[2 \times 10 + (10 - 1) \times 6]$$

$$= 5[20 + 54]$$

$$= 5 \times 74 = 370\text{మీ}$$

అన్ని బంతులను ఒకేట్లో వేయవలెనన్న ఆ వ్యక్తి పరిగెత్త వలసిన మొత్తం దూరం = 370 మీ

గుణ శ్రేణులు :

1. మొదటి పదము తప్ప మిగిలిన పదములన్నీ దాని ముందున్న పదమును ఒక స్థిర సంఖ్య చే గుణించటం వల్ల వస్తే అటువంటి సంఖ్యల జాబితాను గుణశ్రేణి అందురు . స్థిర సంఖ్యను సామాన్య నిష్పత్తి 'r' అంటాము

2. మొదటిపదము 'a' మరియు సామాన్య నిష్పత్తి 'r' గా గల గుణశ్రేణి (G.P) సాధారణ రూపం

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots$$

3. $a_1 = a, a_2 = ar, a_3 = ar^2, a_4 = ar^3, \dots$

4. $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$

5. $a_n = ar^{n-1}$



ఇవి చేయండి.

క్రింది వానిలో గుణశ్రేణు (G.P)లు కాని వేవో కనుగొనుము .

1. 6, 12, 24, 48,

సాధన : $a_1 = 6, a_2 = 12, a_3 = 24, a_4 = 48 \dots$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{24}{12} = 2$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{48}{24} = 2$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots$$

∴ ఇచ్చిన సంఖ్యల జాబితా ఒక గుణశ్రేణి (G.P)

2. 1, 4, 9, 16,

సాధన: $a_1 = 1, a_2 = 4, a_3 = 9, a_4 = 16 \dots$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{9}{4} = 2.25$$

$$\frac{a_2}{a_1} \neq \frac{a_3}{a_2}$$

∴ ఇచ్చిన సంఖ్యల జాబితా ఒక గుణశ్రేణి (G.P)కాదు

3. 1, -1, 1, -1,

సాధన : $a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = 1, a_4 = -1 \dots$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots$$

∴ ఇచ్చిన సంఖ్యల జాబితా ఒక గుణశ్రేణి (G.P)

4. -4, -20, -100, -500,

సాధన: $a_1 = -4, a_2 = -20, a_3 = -100, a_4 = -500 \dots$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{-20}{-4} = 5$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{-100}{-20} = 5$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{-500}{-100} = 5$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots$$

\therefore ఇచ్చిన సంఖ్యల జాబితా ఒక గుణశ్రేణి (G.P)

ఉదాహరణ -16. మొదటి పదము $a = 3$, సామాన్య నిష్పత్తి $r = 2$.

సాధన: గుణశ్రేణి: a, ar, ar^2, ar^3, \dots

$$\Rightarrow 3, 3 \times 2, 3 \times 2^2, 3 \times 2^3, \dots$$

$$\Rightarrow 3, 6, 12, 24, \dots$$

ఉదాహరణ -17. $a = 256, r = \frac{-1}{2}$ అయిన గుణశ్రేణిని రాయుము

సాధన: గుణశ్రేణి : a, ar, ar^2, ar^3, \dots

$$= 256, 256 \times \left(\frac{-1}{2}\right), 256 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2, 256 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^3, \dots$$

$$= 256, 256 \times \left(\frac{-1}{2}\right), 256 \times \frac{1}{4}, 256 \times \left(\frac{-1}{8}\right), \dots$$

$$= 256, -128, 64, -32, \dots$$

ఉదాహరణ -18. గుణశ్రేణి $25, -5, 1, \frac{-1}{5}, \dots$ యొక్క సామాన్య నిష్పత్తి ని కనుగొనుము

$$\text{సాధన: } r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-5}{25} = \frac{-1}{5}$$

ఉదాహరణ 19. క్రింది జాబితాలలో ఏవి గుణశ్రేణులు అవుతాయి ?

(i) $3, 6, 12, \dots$

$$\text{సాధన: } \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా గుణశ్రేణి అగును

(ii) $64, -32, 16,$

$$\text{సాధన: } \frac{a_2}{a_1} = \frac{-32}{64} = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{16}{-32} = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా గుణశ్రేణి అగును

(iii) $\frac{1}{64}, \frac{1}{32}, \frac{1}{8}, \dots$

$$\text{Sol: } \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{\frac{32}{64}} = \frac{1}{32} \times \frac{64}{1} = 2$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{1}{\frac{8}{32}} = \frac{1}{8} \times \frac{32}{1} = 4$$

$$\frac{a_2}{a_1} \neq \frac{a_3}{a_2}$$

∴ ఇచ్చిన జాబితా గుణశ్రేణి కాదు

EXERCISE - 6.4

1. ఈ క్రింది సంఘటనలలో ఏర్పడే సంఖ్యల జాబితాలలో ఏవి గుణ శ్రేణులను ఏర్పరుస్తాయి .?

(i) షర్మిల యొక్క మొదటి సం. ము జీతము ₹ 5,00,000 ఆ తరువాత ప్రతి సం. ము ముందున్న సం. ము యొక్క జీతములో 10% పెరుగుతుంది .

సాధన: షర్మిల యొక్క మొదటి సం. ము జీతము = $a_1 = ₹5,00,000$

$$\text{రెండవ సం. ము జీతము} = a_2 = ₹5,00,000 \times \frac{110}{100} = ₹5,50,000$$

$$\text{మూడవ సం. ము జీతము} = a_3 = ₹5,50,000 \times \frac{110}{100} = ₹6,05,000$$

$$\text{నాల్గవ సం. ము జీతము} = a_4 = ₹6,05,000 \times \frac{110}{100} = ₹6,65,500$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{₹5,50,000}{₹5,00,000} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{₹6,05,000}{₹5,50,000} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{₹6,65,500}{₹6,05,000} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots$$

∴ ఇచ్చిన జాబితా గుణశ్రేణి (G.P) అగును

(ii) 30 మెట్లు వున్న ఒక మెట్ల వంతెనలో అన్నింటి కంటే క్రింద వున్న మెట్టు నిర్మాణానికి 100 ఇటుకలు అవసరం ఆ పై ప్రతి పై మెట్టు నిర్మాణానికి దాని క్రింద మెట్టు నిర్మాణానికి కావలసిన వాని కంటే 2 ఇటుకలు తక్కువ అవసరమైన ప్రతి మెట్టు నిర్మాణానికి అవసరమయ్యే ఇటుకల సంఖ్యల జాబితా.

సాధన : 30 మెట్లు నిర్మాణానికి అవసరమయ్యే ఇటుకల సంఖ్యల జాబితా

$$100, 100 - 2, 100 - 4, 100 - 6, \dots \dots$$

$$= 100, 98, 96, 94, \dots \dots$$

ఇది గుణ శ్రేణి (G. P) కాదు . ఇది ఒక అంక శ్రేణి (A.P)

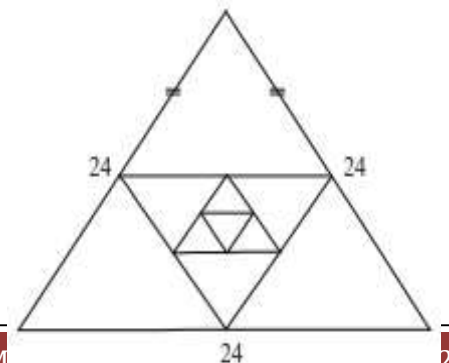
(iii) 24 సం. మీ భుజం పొడవుగల ఒక సమబాహు త్రిభుజము , యొక్క

భుజాల మధ్య బిందువులను కలపటంవల్ల రెండవ త్రిభుజము , దాని

భుజాల మధ్య బిందువులను కలపటంవల్ల మూడవ త్రిభుజము

ఏర్పడును. ఈ విధానాన్ని అనంతంగా కొనసాగిస్తే మొదటి, రెండవ,

మూడవ.. త్రిభుజాల చుట్టుకోలతలు .



సాధన :

ఒక త్రిభుజం లోని రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలిపి
రేఖాఖండం పొడవు మూడవభుజంపొడవు లో సగం ఉంటుంది .

$$\text{మొదటి త్రిభుజం చుట్టుకొలత} = a_1 = 3 \times 24 = 72 \text{ సెం. మీ}$$

$$\text{రెండవ త్రిభుజం చుట్టుకొలత} = a_2 = 3 \times 12 = 36 \text{ సెం. మీ}$$

$$\text{మూడవ త్రిభుజం చుట్టుకొలత} = a_3 = 3 \times 6 = 18 \text{ సెం. మీ}$$

$$\text{నాల్గవ త్రిభుజం చుట్టుకొలత} = a_4 = 3 \times 3 = 9 \text{ సెం. మీ}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{36}{72} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots$$

∴ ఇచ్చిన జాబితా ఒక గుణ శ్రేణి (G.P)ని ఏర్పరచును

2. గుణ శ్రేణి (GP) యొక్క మొదటి పదము 'a' సామాన్య నిష్పత్తి 'r' లు క్రింద ఇవ్వ బడ్డాయి. అయిన మొదటి

పదాలను రాయుము ?

(i) $a = 4; r = 3$

సాధన: గుణ శ్రేణి: a, ar, ar^2, \dots

$$\Rightarrow 4, 4 \times 3, 4 \times 3^2, \dots$$

$$\Rightarrow 4, 12, 36, \dots$$

(ii) $a = \sqrt{5}; r = \frac{1}{5}$

సాధన: గుణ శ్రేణి: a, ar, ar^2, \dots

$$\Rightarrow \sqrt{5}, \sqrt{5} \times \frac{1}{5}, \sqrt{5} \times \left(\frac{1}{5}\right)^2, \dots$$

$$\Rightarrow \sqrt{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{25}, \dots$$

(iii) $a = 81; r = \frac{-1}{3}$

సాధన: గుణ శ్రేణి: a, ar, ar^2, \dots

$$\Rightarrow 81, 81 \times \left(\frac{-1}{3}\right), 81 \times \left(\frac{-1}{3}\right)^2, \dots$$

$$\Rightarrow 81, -\frac{81}{3}, \frac{81}{9}, \dots$$

$$\Rightarrow 81, -27, 9, \dots$$

(iv) $a = \frac{1}{64}; r = 2$

సాధన: గుణ శ్రేణి: a, ar, ar^2, \dots

$$\Rightarrow \frac{1}{64}, \frac{1}{64} \times 2, \frac{1}{64} \times 2^2, \dots$$

$$\Rightarrow \frac{1}{64}, \frac{1}{32}, \frac{1}{16}, \dots$$

3. క్రింది వానిలో ఏవి గుణ శ్రేణులు ? గుణ శ్రేణి అయితే తరువాత వచ్చే మూడుపదాలను రాయుము

(i) 4, 8, 16,

సాధన: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{4} = 2$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{16}{8} = 2$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా ఒక గుణ శ్రేణి అగును $a = 4, r = 2$

$$a_4 = ar^3 = 4 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32$$

$$a_5 = ar^4 = 4 \times 2^4 = 4 \times 16 = 64$$

$$a_6 = ar^5 = 4 \times 2^5 = 4 \times 32 = 128$$

తరువాత వచ్చే మూడుపదాలు : 32, 64, 128

Shortcut:

తరువాత వచ్చే మూడుపదాలు $16 \times$

$$2, 16 \times 2^2, 16 \times 2^3 \\ = 32, 64, 128$$

(ii) $\frac{1}{3}, \frac{-1}{6}, \frac{1}{12}, \dots$

సాధన: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{-1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{-1}{6} \times \frac{3}{1} = \frac{-1}{2}$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{-1}{6}} = \frac{1}{12} \times \frac{6}{-1} = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా ఒక గుణ శ్రేణి అగును $a = \frac{1}{3}, r = \frac{-1}{2}$

$$a_4 = ar^3 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{1}{3} \times \frac{-1}{8} = \frac{-1}{24}$$

$$a_5 = ar^4 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^4 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{48}$$

$$a_6 = ar^5 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^5 = \frac{1}{3} \times \frac{-1}{32} = \frac{-1}{96}$$

తరువాత వచ్చే మూడుపదాలు : $\frac{-1}{24}, \frac{1}{48}, \frac{-1}{96}$

(iii) 5, 55, 555,

సాధన: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{55}{5} = 11$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{555}{55} = \frac{111}{11}$$

$$\frac{a_2}{a_1} \neq \frac{a_3}{a_2}$$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా గుణ శ్రేణి కాదు

(iv) -2, -6, -18,

సాధన: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{-6}{-2} = 3$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{-18}{-6} = 3$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా ఒక గుణ శ్రేణి అగును $a = -2, r = 3$

తరువాత వచ్చే మూడుపదాలు : $(-18) \times 3, (-18) \times 3^2, (-18) \times 3^3$
 $= -54, -162, -486$

(v) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots$

సాధన : $\frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2}$

$\frac{a_3}{a_2} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{6} \times \frac{4}{1} = \frac{2}{3}$

$\frac{a_2}{a_1} \neq \frac{a_3}{a_2}$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా గుణ శ్రేణి కాదు

(vi) $3, -3^2, 3^3, \dots = 3, -9, 27, \dots$

సాధన : $\frac{a_2}{a_1} = \frac{-9}{3} = -3$

$\frac{a_3}{a_2} = \frac{27}{-9} = -3$

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా ఒక గుణ శ్రేణి అగును

తరువాత వచ్చే మూడుపదాలు : $-3^4, 3^5, -3^6$

(vii) $x, 1, \frac{1}{x}, \dots$

సాధన : $\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{x}$

$\frac{a_3}{a_2} = \frac{\frac{1}{x}}{1} = \frac{1}{x}$

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా ఒక గుణ శ్రేణి అగును

తరువాత వచ్చే మూడుపదాలు : $\frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \frac{1}{x^4}$

(viii) $\frac{1}{\sqrt{2}}, -2, \frac{8}{\sqrt{2}}, \dots$

సాధన : $\frac{a_2}{a_1} = \frac{-2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -2\sqrt{2}$

$\frac{a_3}{a_2} = \frac{\frac{8}{\sqrt{2}}}{-2} = \frac{8}{-2\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$

\therefore ఇచ్చిన జాబితా ఒక గుణ శ్రేణి అగును

తరువాత వచ్చే మూడుపదాలు : $-16, 32\sqrt{2}, -128$

(ix) $0.4, 0.04, 0.004, \dots$

సాధన : $\frac{a_2}{a_1} = \frac{0.04}{0.4} = \frac{1}{10}$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{0.004}{0.04} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$$

∴ ఇచ్చిన జాబితా ఒక గుణ శ్రేణి అగును

తరువాత వచ్చే మూడుపదాలు : 0.0004, 0.00004, 0.000004

4. $x, x + 2, x + 6$ లు ఒక గుణ శ్రేణిలో మూడు వరుస పదాలైన x విలువను కనుగొనుము .

సాధన : $x, x + 2, x + 6$ లు గుణ శ్రేణిలో మూడు వరుస పదాలు

$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}$$

$$\Rightarrow \frac{x+2}{x} = \frac{x+6}{x+2}$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 = x(x+6)$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 - 6x = 0$$

$$\Rightarrow -2x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

మొదటి పదము 'a' మరియు సామాన్యనిష్పత్తి 'r' అయిన గుణ శ్రేణి n వ పదము $a_n = ar^{n-1}$.

ఉదాహరణ -20.: $\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \dots$ గుణ శ్రేణి యొక్క 20 వ పదమును మరియు nవ పదమును కనుగొనుము.

సాధన : $a = \frac{5}{2}, r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{5}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$

$$20 \text{ వ పదము} = a_{20} = ar^{19}$$

$$= \frac{5}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{19} = \frac{5}{2^{20}}$$

$$n \text{ వ పదము} = a_n = ar^{n-1}$$

$$= \frac{5}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{5}{2^n}$$

ఉదాహరణ -21.: $2, 2\sqrt{2}, 4, \dots$ గుణ శ్రేణి లో ఎన్నవ పదము 128 అవుతుంది ?

సాధన : $a = 2, r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$$a_n = 128$$

$$ar^{n-1} = 128$$

$$2 \times (\sqrt{2})^{n-1} = 128$$

$$(2)^{\frac{n-1}{2}} = \frac{128}{2} = 64 = 2^6$$

$$\frac{n-1}{2} = 6 \Rightarrow n-1 = 12 \Rightarrow n = 13$$

గుణ శ్రేణి లో 13 పదము 128 అవుతుంది

ఉదాహరణ -22. ఒక గుణ శ్రేణిలో 3 వ పదము 24 మరియు 6 వ పదము 192 అయిన 10 వ పదమును కనుగొనుము .

సాధన : $a_3 = 24 \Rightarrow ar^2 = 24 \rightarrow (1)$

$$a_6 = 192 \Rightarrow ar^5 = 192 \rightarrow (2)$$

$$(2) \div (1) \Rightarrow \frac{ar^5}{ar^2} = \frac{192}{24} = 8$$

$$\Rightarrow r^3 = 2^3$$

$$\Rightarrow r = 2$$

$r=2$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$a \times 2^2 = 24$$

$$a \times 4 = 24$$

$$a = \frac{24}{4} = 6$$

$$10 \text{ వ పదము} = ar^9 = 6 \times 2^9 = 6 \times 512 = 3072$$

అభ్యాసము -6.5

1. క్రింది ఇవ్వబడిన ప్రతి గుణ శ్రేణి కి సామాన్య నిష్పత్తి 'r'ను , n వ పదము a_n కనుగొనుము

(i) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

సాధన: $a = 3, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}$

$$a_n = ar^{n-1} = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

(ii) $2, -6, 18, -54$

సాధన: $a = 2, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-6}{2} = -3$

$$a_n = ar^{n-1} = 2 \times (-3)^{n-1}$$

(iii) $-1, -3, -9, -27 \dots$

సాధన: $a = -1, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-3}{-1} = 3$

$$a_n = ar^{n-1} = (-1) \times (3)^{n-1}$$

(iv) $5, 2, \frac{4}{5}, \frac{8}{25}, \dots$

సాధన: $a = 5, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{5}$

$$a_n = ar^{n-1} = 5 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$$

2. $5, 25, 125, \dots$ అనే గుణ శ్రేణి యొక్క 10 వ , nవ పదాలను కనుగొనుము .

సాధన: $a = 5, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{25}{5} = 5$

$$a_{10} = ar^9 = 5 \times 5^9 = 5^{10}$$

$$a_n = ar^{n-1} = 5 \times 5^{n-1} = 5^n$$

3. క్రింది గుణ శ్రేణి లలో పేర్కొన్న పదాలను కనుగొనుము ?

(i) $a_1 = 9; r = \frac{1}{3};$ అయిన a_7

సాధన: $a_7 = ar^6 = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6 = 3^2 \times \frac{1}{3^6} = \frac{1}{3^4}$

(ii) $a_1 = -12; r = \frac{1}{3};$ అయిన a_6

సాధన: $a_6 = ar^5 = -12 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 = -4 \times 3 \times \frac{1}{3^5} = \frac{-4}{3^4}$

4.

(i) $2, 8, 32, \dots$ గుణ శ్రేణిలో ఎన్నవ పదము 512 అవుతుంది ?

సాధన: $a = 2, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{2} = 4$

$$a_n = 512$$

$$ar^{n-1} = 512$$

$$2 \times 4^{n-1} = 512$$

$$4^{n-1} = \frac{512}{2} = 256 = 4^4$$

$$n - 1 = 4 \Rightarrow n = 5$$

గుణ శ్రేణిలో 5 పదము 512 అవుతుంది.

(ii) $\sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, \dots$ గుణ శ్రేణిలో ఎన్నవ పదము 729 అవుతుంది

సాధన: $a = \sqrt{3}, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$$a_n = 729$$

$$ar^{n-1} = 3^7$$

$$\sqrt{3} \times (\sqrt{3})^{n-1} = 3^6$$

$$(\sqrt{3})^n = 3^6$$

$$3^{\frac{n}{2}} = 3^6 \Rightarrow \frac{n}{2} = 6 \Rightarrow n = 12$$

గుణ శ్రేణిలో 12 వ పదము 729 అవుతుంది.

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$ గుణ శ్రేణిలో ఎన్నవ పదము $\frac{1}{2187}$ అవుతుంది?

సాధన: $a = \frac{1}{3}, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{3}$

$$\text{let } a_n = \frac{1}{2187}$$

$$ar^{n-1} = \frac{1}{2187}$$

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^7$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^n = \left(\frac{1}{3}\right)^7 \Rightarrow n = 7$$

గుణ శ్రేణిలో 7 పదము $\frac{1}{2187}$ అవుతుంది.

5. ఒక గుణ శ్రేణి యొక్క 8 వ పదము 192 మరియు సామాన్య నిష్పత్తి 2 అయిన 12 వ పదమును కనుగొనుము .

సాధన: సామాన్య నిష్పత్తి $(r) = 2$

$$8 \text{ వ పదము} = 192 \Rightarrow ar^7 = 192$$

$$a \times 2^7 = 192$$

$$a = \frac{192}{128} = \frac{3}{2}$$

$$12 \text{ వ పదము} = ar^{11} = \frac{3}{2} \times 2^{11} = 3 \times 2^{10} = 3 \times 1024 = 3072$$

6. ఒక గుణ శ్రేణిలో నాల్గవ పదము $\frac{2}{3}$ మరియు 7 వ పదము $\frac{16}{81}$. అయిన ఆ శ్రేణిని కనుగొనుము .

సాధన: 4 వ పదము $= 23 \Rightarrow ar^3 = \frac{2}{3} \rightarrow (1)$

$$7 \text{ వ పదము} = 1681 \Rightarrow ar^6 = \frac{16}{81} \rightarrow (2)$$

$$(2) \div (1) \Rightarrow \frac{ar^6}{ar^3} = \frac{16}{\frac{81}{3}} = \frac{16}{81} \times \frac{3}{2} = \frac{8}{27}$$

$$r^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

$r = \frac{2}{3}$ ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$ar^3 = \frac{2}{3} \Rightarrow a \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{3} \times \frac{27}{8} = \frac{9}{4}$$

గుణ శ్రేణి a, ar, ar^2, ar^3, \dots

$$\Rightarrow \frac{9}{4}, \frac{9}{4} \times \frac{2}{3}, \frac{9}{4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2, \frac{9}{4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^3, \dots$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}, \frac{3}{2}, 1, \frac{3}{4}, \dots$$

7. 162, 54, 18 గుణ శ్రేణి మరియు $\frac{2}{81}, \frac{2}{27}, \frac{2}{9}, \dots$ గుణ శ్రేణుల n వ పదాలు సమానము అయిన n విలువను కనుగొనుము ?

సాధన : మొదటి గుణ శ్రేణి : 162, 54, 18

$$a = 162, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{54}{162} = \frac{1}{3}$$

$$a_n = ar^{n-1} = 162 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

రెండవ గుణ శ్రేణి: $\frac{2}{81}, \frac{2}{27}, \frac{2}{9}, \dots$

$$a = \frac{2}{81}, \quad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{2}{27}}{\frac{2}{81}} = \frac{2}{27} \times \frac{81}{2} = 3$$

$$a_n = ar^{n-1} = \frac{2}{81} \times (3)^{n-1}$$

రెండు గుణ శ్రేణుల n వ పదాలు సమానము అయిన

$$\Rightarrow \frac{2}{81} \times (3)^{n-1} = 162 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow (3)^{n-1} \times (3)^{n-1} = 162 \times \frac{81}{2} = 81 \times 81 = 3^8$$

$$\Rightarrow (3)^{2n-2} = 3^8$$

$$\Rightarrow 2n - 2 = 8$$

$$\Rightarrow 2n = 8 + 2 = 10$$

$$\Rightarrow n = 5$$