అధ్యాయం
13

సంభావ్యత(నోట్స్)

Prepared by: బలభద్ర సురేష్

1. సంభావ్యతను మొట్టమొదటి సారిగా 1795 లో పియర్ సిమ్సన్ లాప్లేస్ (Pierre Simon Laplace) నిర్వచించినాడు
2. జెరోలామో కార్డెనో అను ఇటలీకి చెందిన భౌతిక, గణిత శాస్త్రవేత్త 'The Book on Games of Chance' పుస్తకాన్ని వ్రాయుటతో సంభావ్యత ఒక శాస్త్రంగా ఉద్భవించినది .
3. యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం : ఒక ప్రయోగంలో పర్యావసనాలన్నీ ముందే తెలిసినప్పటికీ , ప్రయోగం చేసే సమయంలో ఏ పర్యవసానం ఏర్పడుతుందో ముందుగానే ఊహించలేకపోతే ఆ ప్రయోగాన్ని యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం అందురు.
4. ప్రతిరూప ఆవరణము (Sample space): ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో రావడానికి అవకాశం గల అన్ని ఫలితాల సమితిని ప్రతిరూప ఆవరణము (Sample space) అందురు .
   - (i) ఒక నాణెమును ఎగుర వేసినపుడు ప్రతిరూప ఆవరణము S={H,T} , n(S)=2
   - (ii) రెండు నాణెములను ఎగుర వేసినపుడు ప్రతిరూప ఆవరణము S={HH,HT,TH,TT} , n(S)=4
   - (iii) ఒక పాచికను దొర్లించినపుడు ప్రతిరూప ఆవరణము S={1,2,3,4,5,6} , n(S)=6
5. **ఘటన** :

   ప్రతిరూప ఆవరణము యొక్క ఏ ఉపసమితి అయినా "ఘటన" అంటాము .
6. ప్రాథమిక ఘటన (Elementary event): ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటనకు అనుకూల పర్యవసానము ఒక్కటి మాత్రమే అయిన దానిని ప్రాథమిక ఘటన అంటారు .
7. పరస్పర వర్జిత ఘటనలు (MUTUALLY EXCLUSIVE EVENTS) : ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో రెండు ఘటనలలో ఒక ఘటన సంభవం రెండవ ఘటనను నిరోధిస్తే వాటిని పరస్పర వర్జిత ఘటనలు అందురు .
8. **సమసంభవ ఘటనలు (Equally likely events)** : ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ ఘటనలు సంభవించడానికి సమాన అవకాశములు ఉంటే వాటిని సమసంభవ ఘటనలు అంటారు.
9. ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \dfrac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \dfrac{n(E)}{n(S)}$

ఉదాహరణ -1. ఒక నాణెమును ఒకసారి ఎగురవేసినపుడు బొమ్మ పడే సంభావ్యతను, బొరుసు పడే సంభావ్యతను లెక్కించండి .

సాధన : ఒక నాణెమును ఒకసారి ఎగురవేసినపుడు

ప్రతిరూప ఆవరణము S={H,T} n(S)=2

$$P(\text{బొమ్మ}) = \frac{\text{అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

BALABHADRA SURESH

$P(\text{బొరుసు}) = \frac{1}{2}$

ఉదాహరణ -2. ఒక సంచిలో ఒక ఎరుపు బంతి, ఒక నీలం బంతి, ఒక పసుపు రంగు బంతి ఉన్నాయి. అన్ని బంతులు ఒకే పరిమాణం కలిగి ఉన్నాయి. సంచిలోనికి చూడకుండా మానస ఒక బంతిని తీస్తే ఆ బంతి (i) పసుపు రంగు బంతి (ii)ఎరుపు బంతి (iii) నీలం బంతి అవడానికి సంభావ్యతలు కనుగొనండి.

సాధన : ఎరుపు బంతి =1, నీలం బంతి =1, పసుపు రంగు బంతి =1

మొత్తం బంతుల సంఖ్య =3   n(S)=3

$$P(E) = \frac{\text{E కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(\text{ఎరుపు బంతి}) = \frac{1}{3}, \quad P(\text{నీలం బంతి}) = \frac{1}{3}, \quad P(\text{పసుపు రంగు బంతి}) = \frac{1}{3}$$

ఉదాహరణ -3. ఒక పాచికను ఒకసారి దొర్లించినపుడు (i) 4 కన్నా ఎక్కువ పడు ఘటన సంభావ్యత (ii) 4 లేక అంతకన్నా తక్కువ పడు ఘటన సంభావ్యతను కనుగొనండి ?

సాధన : ఒక పాచికను ఒకసారి దొర్లించినపుడు

ప్రతిరూప ఆవరణము S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} , n(S) = 6

$$P(E) = \frac{\text{E కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

(i) 4 కన్నా ఎక్కువ పడు ఘటన కు అనుకూల పర్యవసానములు =E={5,6} , n(E) = 2

$$P(\text{ 4 కన్నా ఎక్కువ}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(ii) 4 లేక అంతకన్నా తక్కువ పడు ఘటన కు అనుకూల పర్యవసానములు = F = {1, 2, 3, 4} ,n(F)=4

$$P(\text{ 4 లేక అంతకన్నా తక్కువ}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

పూరక ఘటనలు (COMPLEMENTARY EVENTS)

ఒక ప్రయోగంలోని ఒక ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానములు కాని , ప్రతిరూప ఆవరణములోని మిగిలిన అన్ని పర్యవసానములు గల ఘటనను మొదటి దాని యొక్క పూరక ఘటన అందురు .

ఘటన E యొక్క పూరక ఘటన = $\bar{E}$ (E కాదు) .

P (E) + P (E కాదు) = 1 i.e., P (E) + P ($\bar{E}$) = 1, అనగా **P ($\bar{E}$) = 1 - P (E)**

ఇవి చేయండి

(i) బొమ్మ పడుట అనేది బొరుసు పడుటకు పూరక ఘటనా ? కారణాలు తెలపండి .

Sol: $P(\text{బొమ్మ}) = \frac{1}{2}, \quad P(\text{బొరుసు}) = \frac{1}{2}$

$P(\text{బొమ్మ}) + P(\text{బొరుసు}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ కావున

బొమ్మ పడుట అనేది బొరుసు పడుటకు పూరక ఘటన అగును

BALABHADRA SURESH

(ii) పాచికతో 1 పడుట అనేది 2, 3, 4, 5, 6 పడుట అనే ఘటనకు పూరక ఘటనయేనా ?

సాధన : ఒక పాచికను దొర్లించినపుడు S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

$$P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(\text{ 1 పడుట }) = \frac{1}{6}, \quad P(\text{ 2,3,4,5,6 పడుట }) = \frac{5}{6}$$

$$P(\text{ 1 పడుట}) + P(\text{ 2,3,4,5,6 పడుట}) == \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

అసాధ్య ఘటన, ఖచ్చిత లేక ధృడ ఘటనలు (IMPOSSIBLE AND CERTAIN EVENTS):

i) ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన ఎప్పుడూ సాధ్య పడక పోతే దానిని అసాధ్య ఘటన అందురు .

ii) అసాధ్య ఘటన సంభావ్యత '0'

iii) ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన సంభవము ఖచ్చితం మరియు సంభావ్యత '1' అయిన దానిని ఖచ్చిత లేక ధృడ ఘటన అంటారు .

iv) ఘటన E యొక్క సంభావ్యత P(E) అయిన $0 \le P(E) \le 1$ అగును

ప్రయత్నించండి

1. ఒక పాప వద్దగల పాచిక ముఖాలపై A, B, C, D, E , F అని ముద్రించబడి యున్నది .ఆ పాచికను దొర్లించినపుడు (i) A (ii) D పడే సంభావ్యతలను లెక్కించండి ?

సాధన : ప్రతిరూప ఆవరణం S={A,B,C,D,E,F} n(S)=6

$$P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(\ A) = \frac{1}{6}, \quad P(\ D) = \frac{1}{6}$$

2. కింది వానిలో ఏవి ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యతను సూచించలేవు ?

సాధన : ఘటన E యొక్క సంభావ్యత P(E) అయిన $0 \le P(E) \le 1$

(a) 2.3 >1. కావున ,2.3 ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యతను సూచించదు .

(b) -1.5 <0. కావున ,-1.5 ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యతను సూచించదు.

(c) $15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ ఇది 0 మరియు 1 మధ్య ఉంది . కావున , 15% ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యతను సూచించును .

(D) $0.7 = \frac{7}{10}$ ఇది 0 మరియు 1 మధ్య ఉంది . కావున, 0.7 ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యతను సూచించును

ఆలోచించి చర్చించి రాయండి

1. ఏదైనా ఆటలో ఏ జట్టు వారు మొదటి బంతిని తీసుకోవాలో నిర్ణయించడానికి నాణెమును వేయడమే నిష్పాక్షికం అంటారెందుకు ?

BALABHADRA SURESH

సాధన : ఒక నాణెమును వేసినపుడు బొమ్మ ,బొరుసు రావడానికి సమాన అవకాశములు ఉంటాయి. ఏది వస్తుందో ముందుగా నిర్ణయించలేము . కావున నాణెమును వేయడమే నిష్పాక్షికం.

2. ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యత $\frac{7}{2}$ ఉంటుందా ? వివరించండి .

సాధన : ఘటన E యొక్క సంభావ్యత P(E) అయిన $0 \leq P(E) \leq 1$

కానీ $\frac{7}{2} = 3.5 > 1$,కావున ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యత $\frac{7}{2}$ ఉండదు .

పేక ముక్కలు కార్డులు –సంభావ్యత (Playing Cards-Probability)

- పేక ముక్కల కట్టాలో 52 కార్డులు ఉంటాయి .
- నలుపు రంగు కార్డులు =26 (స్పేడ్ లు (♠)=13+ కళావరు (clubs) (♣)=13)
- ఎరుపు రంగు కార్డులు =26(హృదయం గుర్తులు hearts (♥)=13+ డైమండులు (♦)=13)
- ప్రతీ గుర్తు గల కార్డులో ఏస్ ,2,3,4,5,6,7,8,9,10, జాకీ , రాణి , రాజు ఉంటాయి
- జాకీ , రాణి , రాజు కార్డులను ముఖకార్డులం టారు .
- మొత్తం ముఖకార్డుల సంఖ్య =12

ఉదాహరణ -4. బాగుగా కలుపబడిన పేకాట కార్డుల కట్టలో 52 కార్డుల నుండి ఒక్క కార్డు తీయుటలో అది (i) ఏస్ అగుటకు , (ii) ఏస్ కాకపోవుటకు సంభావ్యతలను లెక్కించండి .

సాధన : 52 కార్డుల నుండి ఒక్క కార్డు తీయుటలో మొత్తం పర్యవసానాలు =52, n(S)=52

$$P(E) = \frac{\text{E కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

(i) ఏస్ కార్డుల సంఖ్య =4.

$$P(\text{ఏస్ కార్డు}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

(ii) ఏస్ కార్డు కాని కార్డుల సంఖ్య =52-4=48

$$P(\text{ఏస్ కాదు}) = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$$

ప్రయత్నించండి

మీ దగ్గర ఒక కట్ట పేకాట కార్డులు బాగుగా కలుపబడి ఉన్నాయి అనుకోండి . వాటి నుండి యాదృచ్ఛికంగా తీసిన కార్డు

1. రాణి అగుటకు సంభావ్యత ?

సాధన : పేకాట కట్ట లో కార్డుల సంఖ్య =52

రాణి కార్డుల సంఖ్య =4

$$P(\text{రాణి కార్డు}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

BALABHADRA SURESH

2. ముఖ కార్డు అగుటకు సంభావ్యత ఎంత ?

సాధన : పేకాట కట్ట లో కార్డుల సంఖ్య =52

ముఖ కార్డుల సంఖ్య =12

$P(\text{ ముఖ కార్డు}) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

3. స్పేడ్ అగుటకు సంభావ్యత ఎంత?

సాధన : పేకాట కట్ట లో కార్డుల సంఖ్య =52

స్పేడ్ కార్డుల సంఖ్య =13

$P(\text{స్పేడ్ కార్డు}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

4. స్పేడ్, ముఖ కార్డు అగుటకు సంభావ్యత ఎంత?

సాధన : పేకాట కట్ట లో కార్డుల సంఖ్య =52

స్పేడ్, ముఖ కార్డుల సంఖ్య =3

$P(\text{ స్పేడ్,ముఖ కార్డు }) = \frac{3}{52}$

5. ముఖ కార్డు కాకపోవుటకు సంభావ్యత ఎంత ?

సాధన : పేకాట కట్ట లో కార్డుల సంఖ్య =52

ముఖ కార్డు కాని కార్డుల సంఖ్య =52-12=40

$P(\text{ ముఖ కార్డు కాదు }) = \frac{40}{52} = \frac{10}{13}$

ఉదాహరణ -5. సంగీత, రేష్మాలు టెన్నీస్ ఆటను ఆడుతున్నారు . సంగీత గెలిచే సంభావ్యత 0.62 అయినప్పుడు రేష్మ గెలిచే సంభావ్యతను కనుగొనండి ?

సాధన : సంగీత గెలిచే సంభావ్యత =P(S)=0.62

రేష్మ గెలిచే సంభావ్యత =P(R)=1-P(S)=1-0.62=0.38

ఉదాహరణ -6. శారద,హమీద మంచి స్నేహితులు. వారిద్దరి పుట్టిన రోజు పండుగలు సంవత్సరంలో (లీపు సంవత్సరం కాదు)(i) వేరువేరు రోజు రావడానికి ? (ii) ఒకే రోజు రావడానికి సంభావ్యతలు లెక్కించండి ?

సాధన : సంవత్సరంలో రోజుల సంఖ్య =365, n(S)=365

$$P(E) = \frac{\text{E కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

(i) శారద, రేష్మ ల పుట్టిన రోజులు వేరువేరు రోజులు రావడానికి అనుకూల పర్యవసానాలు = 365 - 1 = 364

$P\ (\text{వేరువేరు పుట్టిన రోజులు}) = \frac{364}{365}$

(ii) P(ఒకే రోజు పుట్టిన రోజు) = 1 - P (వేరువేరు పుట్టిన రోజులు)

$= 1 - \frac{364}{365} = \frac{1}{365}$

BALABHADRA SURESH

అభ్యాసము - 13.1

1. క్రింది ప్రవచనాలను పూరించండి :

(i) ఘటన E యొక్క సంభావ్యత + ఘటన ' E కాదు '=1

(ii) ఎల్లప్పుడు సాధ్యపడనిఘటన యొక్క సంభావ్యత 0. దానిని అసాధ్య ఘటన అందురు.

(iii) ఖచ్చితంగా సంభవించే ఘటన యొక్క సంభావ్యత 1. దానిని ఖచ్చిత ఘటన(ధృడ ఘటన) అందురు .

(iv) ఒక ప్రయోగంలో అన్ని ప్రాథమిక ఘటనల యొక్క సంభావ్యతల మొత్తం 1.

(v) ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యత ఎల్లప్పుడూ 0 కన్నా ఎక్కువ లేక సమానము మరియు 1కన్నా తక్కువ లేక సమానముగా ఉంటుంది .

2. క్రింది ప్రయోగాలలో దేని పర్యావసానములు సమసంభవములు ? వివరించండి.

(i) స్టార్టు చేయబోయిన కారు స్టార్టు అవుతుంది లేక కాదు .

సాధన : సమసంభవములు కాదు .

కారు స్టార్టు అవడం అనేది కారు కండిషన్ మీద ఆదరపడి ఉంటుంది .

(ii) ఒక ఆటగాడు బాస్కెట్ బాల్ ను కొట్టబోతే, అది తగులుతుంది, లేక తగలదు .

సాధన : సమసంభవములు కాదు.

తగలడం , తగలక పోవడం అనేది ఆటగాడి నైపుణ్యం పై ఆదరపడి ఉంటుంది .

(iii) తప్పు –ఒప్పు ప్రశ్నకు సమాధానము వ్రాసినప్పుడు అది సరికావచ్చు, కాకపోవచ్చు.

సాధన : సమసంభవములు అవుతాయి . కారణం రెండింటి సంభావ్యతలు సమానం $(\frac{1}{2})$.

(iv) పుట్టబోయే శిశువు అబ్బాయి లేక అమ్మాయి కావచ్చు .

సాధన : సమసంభవములు అవుతాయి. కారణం రెండింటి సంభావ్యతలు సమానం $(\frac{1}{2})$.

3. P(E) = 0.05 అయిన ' E కాదు ' యొక్క సంభావ్యత ఎంత ?

సాధన : P(E)+P(E కాదు)=1

$\Rightarrow$ P(E కాదు) = 1 − P(E) = 1 − 0.05 = 0.95

4. ఒక సంచిలో నిమ్మవాసన గల చాకొలెట్లు ఉన్నాయి. మాలిని చూడకుండా సంచినుండి ఒక చాకోలేట్ తీస్తే అది (i) నారింజ వాసన గలది అవడానికి ? (ii) నిమ్మ వాసన గలది అవడానికి సంభావ్యతలు లెక్కించండి ?

సాధన : సంచిలో నిమ్మవాసన గల చాకొలెట్లు మాత్రమే ఉన్నాయి.

(i) నారింజ వాసన గలది అయ్యే ఘటన అసాధ్య ఘటన దాని సంభావ్యత = 0.

(ii) నిమ్మ వాసన గలది అయ్యే ఘటన ఖచ్చిత ఘటన దాని సంభావ్యత = 1.

5. రహీమ్ ఒక పేకాట కార్డుల కట్టలోని అన్ని హృదయపు గుర్తు గల కార్డులను తొలగించారు . ఇప్పుడు

BALABHADRA SURESH

(i) ఒక కార్డును ఎన్నుకొంటే అది ఏస్ అయ్యే సంభావ్యత ఎంత?

సాధన : పేకాట కార్డుల కట్టలో కార్డుల సంఖ్య =52

హృదయపు గుర్తు గల కార్డులు =13

అన్ని హృదయపు గుర్తు గల కార్డులను తొలగించిన తరువాత మిగిలిన కార్డులు =52-13=39, n(S)=39

మిగిలిన కార్డులలో ఏస్ కార్డుల సంఖ్య =3

$$P(E) = \frac{\text{E కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(\text{ఏస్ కార్డు}) = \frac{3}{39} = \frac{1}{13}$$

(ii) డైమండును ఎన్నుకొనే సంభావ్యత ఎంత ?.

డైమండు కార్డుల సంఖ్య =13

$$P(\text{డైమండు కార్డు}) = \frac{13}{39} = \frac{1}{3}$$

(iii) హృదయం గుర్తు లేని కార్డు ఎన్నుకొనే సంభావ్యత ఎంత ?.

హృదయం గుర్తు లేని కార్డుల సంఖ్య =39

$$P(\text{హృదయం గుర్తు లేని కార్డు}) = \frac{39}{39} = 1$$

(iv) హృదయం గుర్తు గల ఏస్ ను ఎన్నుకొనే సంభావ్యత ఎంత ?

హృదయం గుర్తు గల ఏస్ కార్డుల సంఖ్య =0

హృదయం గుర్తు గల ఏస్ ను ఎన్నుకొనే ఘటన అసాధ్యఘటన దాని సంభావ్యత =0.

6. ముగ్గురు విద్యార్థులలో ఇద్దరి పుట్టిన రోజులు సంవత్సరంలో ఒకే రోజు రాని సంభావ్యత 0.992 అయిన ఒకే రోజు వచ్చే సంభావ్యత ఎంత ?

సాధన : ఇద్దరి పుట్టిన రోజులు సంవత్సరంలో ఒకే రోజు రాని సంభావ్యత $=P(\bar{E})=0.992$.

ఇద్దరి పుట్టిన రోజులు సంవత్సరంలో ఒకే రోజు వచ్చే సంభావ్యత $=P(E) = 1 - P(\bar{E})$

$$= 1 - 0.992 = 0.008$$

7. ఒక పాచికను ఒక్క సారి దొర్లించినప్పుడు ఏర్పడు పర్యావసానములతో క్రింది ఘటనల సంభావ్యతలను కనుగొనండి (i) ప్రధాన సంఖ్య ; (ii) 2 మరియు 6 ల మధ్య సంఖ్య ; (iii) బేసిసంఖ్య .

సాధన : ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{\text{E కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

ఒక పాచికను ఒక్క సారి దొర్లించినప్పుడు ప్రతిరూప ఆవరణం S={1,2,3,4,5,6} , n(S)=6

(i) ప్రధాన సంఖ్యలు ={2,3,5}, n(E)=3

P (ప్రధాన సంఖ్య)$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(ii) 2 , 6 ల మధ్య సంఖ్యలు ={3,4,5} n(E)=3

BALABHADRA SURESH

P (2 , 6 ల మధ్య సంఖ్య) $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(iii) బేసి సంఖ్యలు $= \{1,3,5\}$, n(E)=3

P (బేసి సంఖ్య) $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

8. ఒక పేక ముక్కల కట్ట నుండి ఎరుపు రంగు రాజు ను తీయు సంభావ్యత ఎంత ?

సాధన : పేక ముక్కల కట్టలో కార్డుల సంఖ్య =52, n(S) =52

ఎరుపురంగు రాజు కార్డుల సంఖ్య =2, n(E)=2

P(ఎరుపురంగు రాజు) $= \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

ఉదాహరణ -8. ఒక పెట్టెలో 3 నీలం , 2 తెలుపు, 4 ఎరుపు గోళీలు గలవు. యాదృచ్ఛికంగా పెట్టె నుండి ఒక గోళీ ను తీసుకొంటే అది (i)తెలుపు ? (ii)నీలం ? (iii)ఎరుపు రంగు గోళీ అగుటకు సంభావ్యతలు కనుగొనండి ?

సాధన : నీలం గోళీలు =3

తెలుపు గోళీలు =2

ఎరుపు గోళీలు =4

ప్రతిరూప ఆవరణములోని పర్యవసానముల సంఖ్య =3+2+4=9 , n(S)=9

ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

(i) తెలుపు గోళీలసంఖ్య =2

P(తెలుపు గోళీ) $= \frac{2}{9}$

(ii) నీలం గోళీల సంఖ్య =3

P(నీలం గోళీ) $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(iii) ఎరుపు గోళీల సంఖ్య =4

P(ఎరుపు గోళీ) $= \frac{4}{9}$

ఉదాహరణ -9. హర్ప్రీత్ రెండు నాణెములను (₹.1 మరియు ₹.2) ఒకే సారి ఎగురవేసినాడు కనీసం ఒక బొమ్మ పడుటకు సంభావ్యత కనుగొనండి?

సాధన బొమ్మ -H ,బొరుసు -T.

రెండు నాణెములను ఎగుర వేసినపుడు S={(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)} , n(S)=4

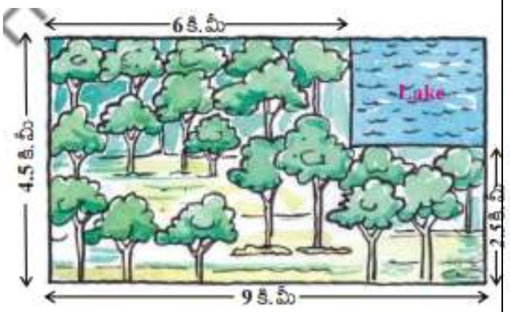
కనీసం ఒక బొమ్మ పడుటకు అనుకూల పర్యావసానములు ={(H,H),(H,T),(T,H)} , n(E)=3

P(కనీసం ఒక బొమ్మ) $= \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{4}$.

హర్ప్రీత్ కనీసం ఒక బొమ్మ పొందే సంభావ్యత $= \frac{3}{4}$.

BALABHADRA SURESH

ఉదాహరణ -11. ప్రక్క పటం లో చూపబడిన దీర్ఘచతురస్రాకార ప్రాంతంలో ఒక హెలికాప్టరు కూలిపోయిందని సమాచారం వచ్చింది . అది కొలను(lake)లో కూలి పోయి ఉండుటకు సంభావ్యత ఎంత ?



సాధన : n(S)=ఘటన జరుగుటకు పూర్తి స్థల వైశాల్యం $= l \times b$

$= 9 \times 4.5 = 40.5\ km^2$

n(E)= అనుకూల ప్రాంతం (కొలను) వైశాల్యం $= l \times b = 2 \times 3 = 6\ km^2$

P (హెలికాప్టరు సరస్సులో కూలుట) $= \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{40.5} = \frac{60}{405} = \frac{4}{37}$

ఉదాహరణ -12. ఒక పెట్టెలోని 100 చొక్కాలలో 88 సరిగ్గా ఉన్నవి. 8 చొక్కాలు కొద్ది లోపాలను, 4 చొక్కాలు ఎక్కువ లోపాలను కలిగి ఉన్నాయి. జానీ అనే వ్యాపారి మంచి చొక్కాలను మాత్రమే కొంటాడు. సుజాత అను మరొక వ్యాపారి ఎక్కువ లోపలున్న చొక్కాలను మాత్రమే నిరాకరిస్తుంది(కొనదు)పెట్టె లో నుండి యాదృచ్చికంగా ఒక చొక్కా ను తీస్తే ఎవరు కొనే సంభావ్యత ఎంత ? (i)జానీ ? (ii)సుజాత ?

సాధన : మొత్తం చొక్కాల సంఖ్య =100 , n(S)=100

మంచి చొక్కాల సంఖ్య =88, కొద్ది లోపాలు గల చొక్కాలు =8, ఎక్కువ లోపాలు గల చొక్కాలు =4

(i) జానీ చొక్కా కొనుటకు అనుకూల పర్యావసానములు (మంచి చొక్కాల సంఖ్య) = 88

P (జానీ చొక్కాను కొనుట) $= \frac{88}{100} = 0.88$

(ii) సుజాత చొక్కా కొనుటకు అనుకూల పర్యావసానములు (ఎక్కువ లోపాలు కాని చొక్కాలు) = 100-8 = 96

P (సుజాత చొక్కాను కొనుట) $= \frac{96}{100} = 0.96$

ఉదాహరణ -13. రెండు పాచికలు, ఒకటి ఎర్రనిది, ఒకటి పసుపుది, ఒకేసారి దొర్లించడం జరిగింది. సాధ్యపడు అన్ని పర్యవసానములు పేర్కొనండి రెండు పాచికలపై కనిపించే సంఖ్యల మొత్తం (i) 8 (ii) 13 (iii) 12 లేక అంతకన్నా తక్కువ అవడానికి సంభావ్యతలు ఎంతెంత ?

సాధన : రెండు పాచికలను దొర్లించినపుడు మొత్తం సాధ్యపడు పర్యవసానములు

S={(1,1), (1,2),(1,3), (1,4), (1,5),(1,6), (2,1), (2,2),(2,3), (2,4), (2,5),(2,6),
(3,1), (3,2),(3,3), (3,4), (3,5),(3,6), (4,1), (4,2),(4,3), (4,4), (4,5),(4,6),
(5,1), (5,2),(5,3), (5,4), (5,5),(5,6), (6,1), (6,2),(6,3), (6,4), (6,5),(6,6)} , n(S)=36

(i) రెండు సంఖ్యల మొత్తం 8 అగుటకు అనుకూల పర్యవసానములు E={(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)}

n(E)=5

P(రెండు సంఖ్యల మొత్తం 8) $= \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{5}{36}$

(ii) రెండు సంఖ్యల మొత్తం 13 అయ్యే ఘటన అసాధ్య ఘటన .

P(రెండు సంఖ్యల మొత్తం 13) = 0

(iii) రెండు సంఖ్యల మొత్తం 12 అంతకన్నా తక్కువ అయ్యే ఘటన ఖచ్చిత ఘటన '.

BALABHADRA SURESH

P(రెండు సంఖ్యల మొత్తం 12 అంతకన్నా తక్కువ)=1

అభ్యాసము - 13.2

1. ఒక సంచిలో 3ఎరుపు, 5నలుపు బంతులు కలవు. సంచి నుంచి యాదృచ్ఛికంగా ఒక బంతిని తీస్తే అది (i) ఎరుపుదై ఉండుటకు ? (ii) ఎరుపుది కాకపోవుటకు సంభావ్యతలు ఎంతెంత ?

సాధన : ఎరుపు బంతుల సంఖ్య =3, నలుపు బంతుల సంఖ్య =5

సాధ్యమగు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య $=3+5=8$, $n(S)=8$

ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

(i) ఎరుపు బంతి అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =3

$P(\text{ఎరుపు బంతి}) = \frac{3}{8}$

(ii) $P(\text{ఎరుపు బంతి కాదు}) = 1 - P(\text{ఎరుపు బంతి}) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

2. ఒక పెట్టెలో 5 ఎరుపు , 8 తెలుపు 4 ఆకుపచ్చ గోళీలు గలవు. పెట్టె నుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక గోళీ ను తీస్తే అది (i) ఎరుపు ? (ii) తెలుపు ? (iii) ఆకుపచ్చ కానిది అగుటకు సంభావ్యతలు కనుక్కోండి ?

సాధన : ఎరుపు గోళీలు =5, తెలుపు గోళీలు =8, ఆకుపచ్చ గోళీలు =4

సాధ్యమగు మొత్తం పర్యవసానములు =5+8+4=17 , n(S)=17

ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

(i) ఎరుపు గోళీకి అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =5

$P(\text{ఎరుపు గోళీ}) = \frac{5}{17}$

(ii) తెలుపు గోళీకి అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =8

$P(\text{తెలుపు గోళీ}) = \frac{8}{17}$

(iii) ఆకుపచ్చ కానిది అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =17-4=13

$P(\text{ఆకుపచ్చ కానిది}) = \frac{13}{17}$

3. ఒక కిడ్డీ బ్యాంకు డబ్బాలో వంద 50 పై నాణెములు, యాభై ₹1నాణెములు, ఇరవై ₹2 నాణెములు, పది ₹5 నాణెములు ఉన్నాయి. డబ్బాను తలక్రిందులు చేసినప్పుడల్లా యాదృచ్ఛికంగా ఒక్క నాణెం పడుతుంటే అది (i) 50 పై నాణెము అగుటకు ? (ii) ₹5 నాణెం కాకపోవుటకు సంభావ్యతలు ఎంతెంత ?

Sol: 50 పై నాణెములు =100

₹1నాణెములు =50

₹2 నాణెములు =20

BALABHADRA SURESH

₹5 నాణెములు =10

సాధ్యమగు మొత్తం పర్యవసానములు =100+50+20+10=180 , n(S)=180

(i) 50 పై నాణెము అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =100

$P(50 \text{ పై నాణెము }) = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$

(ii) ₹5 నాణెము కాకపోవుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =180-10=170

$P(₹5 \text{ నాణెము కాదు }) = \frac{170}{180} = \frac{17}{18}$

4. గోపి అక్వేరియం నుండి ఒక చేపను కొన్నాడు. అక్వేరియంలో 5 మగ చేపలు, 8 ఆడ చేపలు ఉండినప్పుడు, వ్యాపారి యాదృచ్చికంగా ఒక చేపను తీసి ఇచ్చి ఉంటే ఆ చేప మగ చేప అవడానికి సంభావ్యత ఎంత?

సాధన : మగ చేపలు =5

ఆడ చేపలు =8

సాధ్యమగు మొత్తం పర్యవసానములు =5+8=13

ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

మగ చేప అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =5

$P(\text{ మగ చేప }) = \frac{5}{13}$

5. ఒక ఆట నందు వేగంగా త్రిప్పబడిన బాణపు గుర్తు 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ని సూచిస్తూ ఆగుతుంది. అన్ని పర్యవసానములు సమసంభవములైతే క్రింది ఘటనల సంభావ్యతలను లెక్కించండి. బాణపు గుర్తు (i) 8 (ii) ఒక బేసి సంఖ్య ? (iii) 2 కన్నా పెద్ద సంఖ్య ? (iv) 9 కన్నా చిన్న సంఖ్య ?

సాధన : ప్రతిరూప ఆవరణము S={1,2,3,4,5,6,7,8}, n(S)=8

ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

(i) బాణపు గుర్తు సూచించేది 8 అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =1

$P(8) = \frac{1}{8}$

(ii) బేసి సంఖ్యలు ={1,3,5,7}

బేసి సంఖ్య అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =4

$P\left(\text{ బేసి సంఖ్య}\right) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(iii) 2 కన్నా పెద్ద సంఖ్యలు ={3,4,5,6,7,8}

2 కన్నా పెద్ద సంఖ్యలు అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =6

$P\left(2 \text{ కన్నా పెద్ద సంఖ్య}\right) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

BALABHADRA SURESH

(iv) 9 కన్నా చిన్న సంఖ్యలు $=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

9 కన్నా చిన్న సంఖ్య అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య $=8$

P(9 కన్నా చిన్న సంఖ్య) $= \frac{8}{8} = 1$

6. బాగుగా కలుపబడిన పేక ముక్కలు (52)కట్ట నుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక కార్డును తీస్తే అది క్రింది కార్డు అగుటకు సంభావ్యతలు లెక్కించండి (i) ఎరుపు రాజు (ii) ముఖ కార్డు (iii) ఎరుపు , ముఖ కార్డు (iv) హృదయం గుర్తు గల జాకీ (v) స్పేడ్ (vi) డైమండు గుర్తు గల రాణి

సాధన : పేక ముక్కల కట్ట లో కార్డుల సంఖ్య $=52$, $n(S)=52$

ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

(i) ఎరుపు రాజు కార్డు అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య $=2$

$P(\text{ఎరుపు రాజు}) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

(ii) ముఖ కార్డు అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య $=12$

$P(\text{ముఖ కార్డు}) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

(iii) ఎరుపు , ముఖ కార్డు అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య $=6$

$P(\text{ఎరుపు , ముఖ కార్డు}) = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$

(iv) హృదయం గుర్తు గల జాకీ అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య $=1$

$P(\text{హృదయం గుర్తు గల జాకీ}) = \frac{1}{52}$

(v) స్పేడ్ కార్డు అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య $=13$

$P(\text{స్పేడ్ కార్డు}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

(vi) డైమండు గుర్తు గల రాణి అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య $=1$

$P(\text{డైమండు గుర్తు గల రాణి}) = \frac{1}{52}$

7. పేక ముక్కలలోని డైమండు గుర్తు గల ఐదు కార్డులు;10,రాజు ,రాణి ,జాకీ మరియు ఏస్ లను మాత్రం తీసుకొని, బాగా కలిపి, యాదృచ్ఛికంగా ఒక కార్డును ఎన్నుకొంటే . (i)ఆ కార్డు రాణి అయ్యే సంభావ్యత ఎంత ? (ii) రాణి కార్డును తొలగించి రెండవ కార్డును ఎన్నుకొంటే అది (ఎ) ఏస్ అగుటకు ? (బి) రాణి అగుటకు సంభావ్యతలు ఎంతెంత ?

సాధన : మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య $=5$ $n(S)=5$

ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

(i) రాణి కార్డు $=1$

BALABHADRA SURESH

$P(\text{రాణి కార్డు}) = \frac{1}{5}$

(ii) రాణి కార్డు తొలగించిన తరువాత సాధ్యమగు పర్యవసానముల సంఖ్య =4 n(S)=4

a. ఏస్ కార్డు అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =1

$P(\text{ ఏస్ కార్డు }) = \frac{1}{4}$

b. రాణి కార్డు అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =0

$P(\text{రాణి కార్డు }) = 0$

8. లోపాలు గల 12 పెన్నులు పొరపాటుగా 132 మంచి పెన్నులలో కలిసిపోయాయి. చూడగానే పెన్నులోని లోపాన్ని గుర్తించలేము. అయితే యాదృచ్ఛికంగా ఒక పెన్నును ఎన్నుకొంటే అది మంచి పెన్ను అవడానికి సంభావ్యత ఎంత?

సాధన :మంచి పెన్నుల సంఖ్య =132

లోపాలు గల పెన్నుల సంఖ్య =12

యాదృచ్ఛికంగా ఒక పెన్నును ఎన్నుకొనడానికి మొత్తం సాధ్యపడు పర్యవసానముల సంఖ్య

n(S)=132+12=144

ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

మంచి పెన్ను అవడానికి అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =n(E)=132

$P(\text{మంచి పెన్ను}) = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$

9. 20 విద్యుత్ బల్బులు కల పెట్టెలో 4 బల్బులు లోపాలు కలిగి ఉన్నవి .పెట్టె నుండి యాదృచ్ఛికంగా తీసిన బల్బు లోపాలు కలిగి ఉండుటకు సంభావ్యత ఎంత ? ఒక వేళ అది మంచి బల్బు అయిఉండి, దానిని పెట్టెలో పెట్టకుండా రెండవ బల్బును తీసుకొంటే అది కూడా మంచిదై ఉండుటకు సంభావ్యత ఎంత ?

సాధన : మొత్తం బల్బు ల సంఖ్య =20

లోపాలుగల బల్బుల సంఖ్య =4

మంచి బల్బుల సంఖ్య =20-4=16

యాదృచ్ఛికంగా ఒక బల్బు తీయుటకు సాధ్యమగు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య =n(S)=20

ఘటన E యొక్క సంభావ్యత $= P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

$P(\text{ లోపాలుగల బల్బు}) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

ఒక వేళ అది మంచి బల్బు అయిఉండి, దానిని పెట్టెలో పెట్టకుండా ఉంటే n(S)= 20-1=19

మంచి బల్బు అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య n(E)=16-1=15

$P(\text{ మంచి బల్బు }) = \frac{15}{19}$

BALABHADRA SURESH

10. ఒక పెట్టెనందు 1 నుండి 90 వరకు వ్రాయబడి ఉన్న 90 ఫలకాలు ఉన్నాయి. వాటి నుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక ఫలకాన్ని ఎన్నుకొంటే దానిపై క్రింది సంఖ్యలు ఉండుటకు సంభావ్యత ఎంతెంత ? (i) రెండంకెల సంఖ్య (ii) ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్య (iii) 5 చే భాగింపబడు సంఖ్య .

సాధన : ప్రతిరూప ఆవరణం S={1,2,3,4,……,89,90}, n(S)=90

$$\text{ఘటన } E \text{ యొక్క సంభావ్యత } = P(E) = \frac{E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య}}{\text{సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానముల సంఖ్య}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

(i) రెండంకెల సంఖ్యలు =[10,11,12,13,….,89,90}

రెండంకెల సంఖ్య అగుటకు అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య =81, n(E)=81

$$\text{P(రెండంకెల సంఖ్య)} = \frac{81}{90} = \frac{9}{10}$$

(ii) ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్యలు ={1,4,9,16,25,36,49,64,81} , n(E)=9

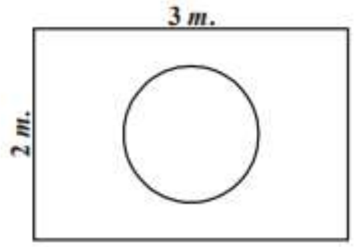
$$P(\text{ ఖచ్చిత వర్గ సంఖ్య}) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

(iii) 5 చే భాగింపబడు సంఖ్యలు ={5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80,85,90}

n(E)= 18

$$\text{P(5 చే భాగింపబడు సంఖ్య)} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

11. పటంలో చూపినట్లు దీర్ఘచతురస్రాకార పలకపై 1 మీ వ్యాసం గల వృత్తం గీయబడి ఉన్నది. ఒక పాచికను ఈ పలకపై జారవిడిస్తే అది వృతంలో పడుటకు సంభావ్యత ఎంత ?



సాధన : n(S)= దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం $= l \times b = 3 \times 2 = 6$ మీ ^{2}

$$n(E) = \text{ వృత్త వైశాల్యం } = \pi\frac{d^2}{4} = \frac{22}{7} \times \frac{1 \times 1}{4} = \frac{22}{28} = \frac{11}{14} \text{ మీ }^2$$

$$\text{పాచిక వృతంలో పడుటకు సంభావ్యత} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{\frac{11}{14}}{6} = \frac{11}{6 \times 14} = \frac{11}{84}$$

12. ఒక వ్యాపారి వద్ద 144 పెన్నులు ఉన్నాయి. అందులో 20 లోపాలు కలిగి ఉన్నాయి. సుధ పెన్ను కొనడానికి వస్తే వ్యాపారి యాదృచ్ఛికంగా ఒక పెన్ను ఇస్తే దానిని (i) సుధ కొనుటకు ? (ii) కొనలేకపోవుటకు సంభావ్యతలు ఎంతెంత ?

సాధన : మొత్తం పెన్నుల సంఖ్య =144 ,

యాదృచ్ఛికంగా ఒక పెన్ను తీయుటకు సాధ్యమగు మొత్తం పర్యవసానములు n(S)=144

లోపాలు గల పెన్నుల సంఖ్య =20

మంచి పెన్నుల సంఖ్య =144-20=124

సుధ పెన్ను కొనుటకుఅనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య (మంచి పెన్నుల సంఖ్య)=124

$$\text{P(సుధ పెన్ను కొనుట)} = \frac{124}{144} = \frac{31}{36}$$

BALABHADRA SURESH

P(సుధ పెన్ను కొనలేకపోవుట) = 1 − P(సుధ పెన్ను కొనుట)

$= 1 - \frac{31}{36} = \frac{36-31}{36} = \frac{5}{36}$

13. ఒకేసారి రెండు పాచికలను దొర్లించి వాటిపై సంఖ్యలను కూడినచో వచ్చు (i) మొత్తాల సంభావ్యతను తెలుపు పట్టికను పూరించండి

రెండు పాచికలపై మొత్తం (ఘటన)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
సంభావ్యత	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

(ii) ఒక విద్యార్థి ఈ ప్రయోగంలో 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 , 12 అనే 11 పర్యవసానములు ఉన్నవి కావున ఒక్కొక్క పర్యవసానము యొక్క సంభావ్యత $\frac{1}{11}$ అన్నాడు. ఈ సమాధానముతో నీవు ఏకీ భవిస్తావా ? వివరించు.

సాధన : విద్యార్థి సమాధానము తప్పు . 2,3,4.... ,12 లు అనేవి వివిధ ఘటనల అనుకూల పర్యవసానములు .

14. ఒక రూపాయి నాణెమును 3 సార్లు ఎగురవేసి బొమ్మ ,బొరుసులను పరిశీలించాలనుకున్నారు. అవి మూడు బొమ్మలు లేక బొరుసులు అయితే హనీఫ్ గెలుస్తాడు. హనీఫ్ ఓడిపోవడానికి సంభావ్యత కనుగొనండి .

సాధన : ఒక రూపాయి నాణెమును 3 సార్లు ఎగురవేసినపుడు

ప్రతిరూప ఆవరణం S={HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT} , n(S)=8

హనీఫ్ ఓడిపోవడానికి అనుకూల పర్యవసానములు ={ HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH} , n(E)=6

$P($ హనీఫ్ ఓడిపోవడం $) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

15. ఒక పాచికను రెండుసార్లు దొర్లించారు. కనీసం ఒక్క సారి (i)5 పాచిక పై కనిపించడానికి (ii) 5 పాచిక పై కనిపించక పోవడానికి సంభావ్యతలు ఎంతెంత ?

సాధన : ఒక పాచికను రెండుసార్లు దొర్లించినపుడు ప్రతిరూప ఆవరణం

S={(1,1), (1,2),(1,3), (1,4), (1,5),(1,6), (2,1), (2,2),(2,3), (2,4), (2,5),(2,6),
(3,1), (3,2),(3,3), (3,4), (3,5),(3,6), (4,1), (4,2),(4,3), (4,4), (4,5),(4,6),
(5,1), (5,2),(5,3), (5,4), (5,5),(5,6), (6,1), (6,2),(6,3), (6,4), (6,5),(6,6)}, n(S)=36

(i) కనీసం ఒక్క సారి 5 పాచిక పై కనిపించడానికి అనుకూల పర్యవసానముల సంఖ్య n(E)=11

$P($ కనీసం ఒక్క సారి 5 పాచిక పై కనిపించడం $) = \frac{11}{36}$

(ii) $P($ 5 పాచిక పై కనిపించక పోవడం $) = 1 - P($ 5 కనీసం ఒక్క సారి 5 పాచిక పై కనిపించడం$)$

$= 1 - \frac{11}{36} = \frac{36-11}{36} = \frac{25}{36}$

BALABHADRA SURESH