అధ్యాయము

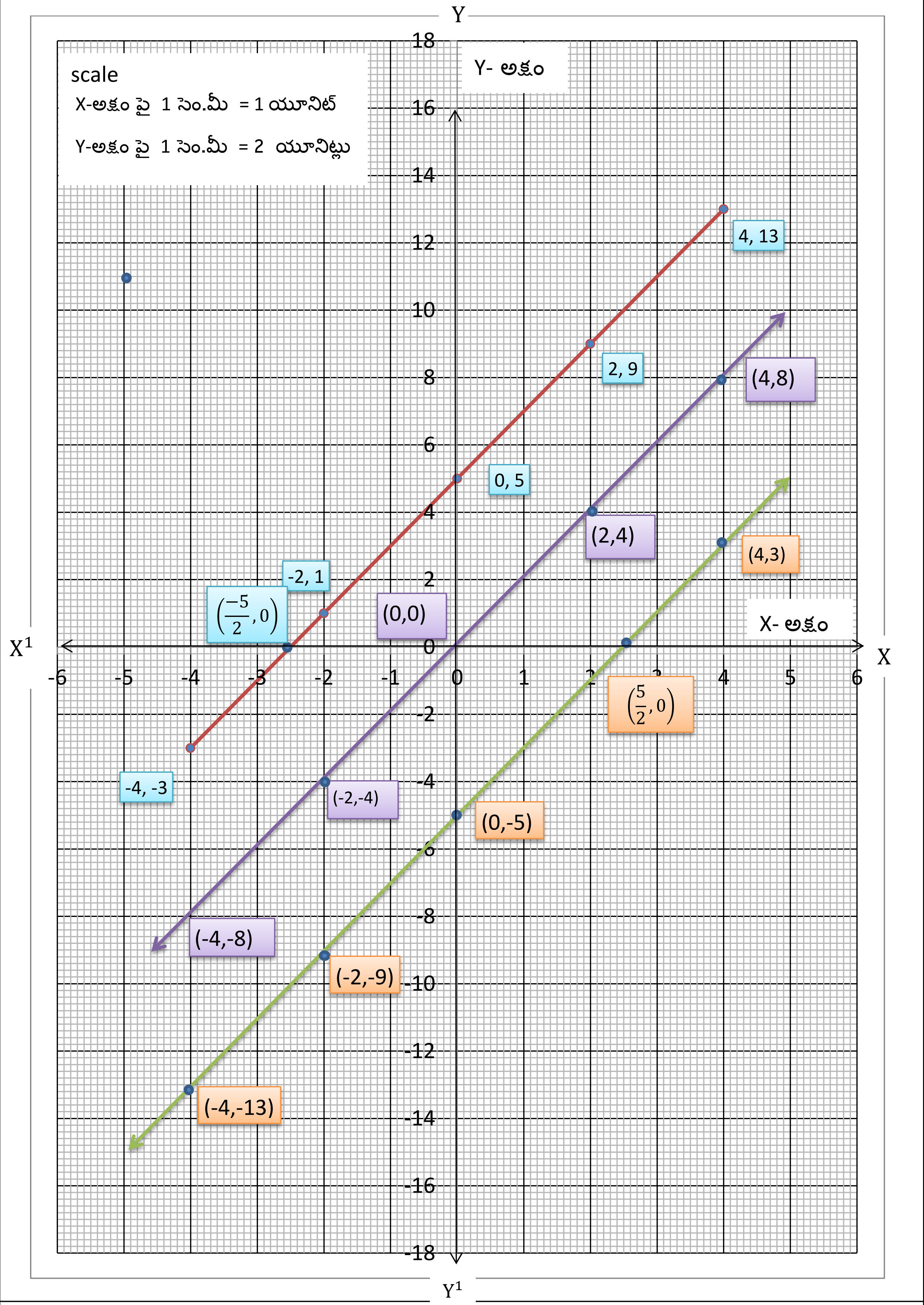
3

బహుపదులు -GRAPHS

Prepared By: బలభద్ర సురేష్

1. $y = ax + b(a \neq 0)$ రేఖీయ బహుపది రేఖాచిత్రం ఒక సరళరేఖ . ఈ రేఖాచిత్రం X-అక్షం ను ఖచ్చితంగా ఒకే బిందువు $\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$ వద్ద ఖండిస్తుంది .
2. ఒక బహుపది రేఖాచిత్రం X-అక్షం ను ఖండించే బిందువుల x- నిరూపకాలు ఆ బహుపదికి శూన్యాలు అవుతాయి .
3. $ax + b\ (a \neq 0)$ యొక్క శూన్య విలువ $= \frac{-b}{a}$.
4. $a > 0$ అయినచో $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ యొక్క రేఖాచిత్రం $\cup$ ఆకారంలో ఉంటుంది . $a < 0$ అయినచో $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ యొక్క రేఖాచిత్రం $\cap$ ఆకారంలో ఉంటుంది .
5. $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ యొక్క రేఖాచిత్రం ను పరావలయం అందురు .
6. $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ రేఖాచిత్రం X-అక్షం ను $(\alpha, 0)$ మరియు $(\beta, 0)$ అనే రెండు వేరు వేరు బిందువుల వద్ద ఖండిస్తే $ax^2 + bx + c$యొక్క బహుపది శూన్యాలు $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ లు అవుతాయి
7. $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ రేఖాచిత్రం X-అక్షం ను ఒకే ఒక బిందువు $(\alpha, 0)$ వద్ద తాకుతుంటే $ax^2 + bx + c$ యొక్క బహుపదికి ఒకే ఒక శూన్యం α అవుతుంది .
8. $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ రేఖాచిత్రం X-అక్షం ను ఖండించ కుండా ,తాకకుండా ఉంటే $ax^2 + bx + c$ బహుపదికి వాస్తవ శూన్యాలు ఉండవు .
9. రేఖీయ బహుపదికి ఒకే ఒక శూన్యం ఉంటుంది .
10. వర్గ బహుపదికి అత్యధికంగా(గరిష్ఠంగా) రెండు శూన్యాలు మాత్రమే ఉంటాయి .
11. ఘన బహుపదికి అత్యధికంగా(గరిష్ఠంగా) మూడు శూన్యాలు మాత్రమే ఉంటాయి

BALABHADRA SURESH


scale
X-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 1 యూనిట్
Y-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
Y- అక్షం
X- అక్షం
Y
X
X1
Y1
4, 13
2, 9
0, 5
-2, 1
-4, -3
(−5/2, 0)
(4,8)
(2,4)
(0,0)
(-2,-4)
(-4,-8)
(4,3)
(5/2, 0)
(0,-5)
(-2,-9)
(-4,-13)

ఇవి చేయండి

(i) $y=2x+5$, (ii) $y=2x-5$, (iii) $y=2x$ అను సమీకరణాలకు రేఖాచిత్రాలు గీయండి. ఈ రేఖలు x-అక్షాన్ని ఖండించే బిందువులు కనుగొనండి. వీటి x- నిరూపకాలు సంబంధిత బహుపదుల శూన్యవిలువలేనా?

(i). $y = 2x + 5 = p(x)$

x	-4	-2	0	2	4
$2x$	-8	-4	0	4	8
5	5	5	5	5	5
$y = 2x + 5$	-3	1	5	9	13
(x, y)	$(-4,-3)$	$(-2,1)$	$(0,5)$	$(2,9)$	$(4,13)$

$y = 2x + 5$ యొక్క రేఖాచిత్రం X- అక్షం ను ఖండించే బిందువు $\left(\frac{-5}{2}, 0\right)$.

ఖండన బిందువు యొక్క x − నిరూపకం $= \dfrac{-5}{2}$

$$p\left(\frac{-5}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{-5}{2}\right) + 5 = -5 + 5 = 0$$

$\frac{-5}{2}$ అనేది $y = 2x + 5$ యొక్క శూన్యవిలువ అవుతుంది

(ii). $y = 2x - 5 = p(x)$

x	-4	-2	0	2	4
$2x$	-8	-4	0	4	8
-5	-5	-5	-5	-5	-5
$y = 2x + 5$	-13	-9	-5	-1	3
(x, y)	$(-4,-13)$	$(-2,-9)$	$(0,-5)$	$(2,-1)$	$(4,3)$

$y = 2x - 5$ యొక్క రేఖాచిత్రం X- అక్షం ను ఖండించే బిందువు $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$.

ఖండన బిందువు యొక్క x − నిరూపకం $= \dfrac{5}{2}$

$$p\left(\frac{5}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{5}{2}\right) - 5 = 5 - 5 = 0$$

$\frac{5}{2}$ అనేది $y = 2x - 5$ యొక్క శూన్యవిలువ అవుతుంది.

(iii). $y = 2x = p(x)$

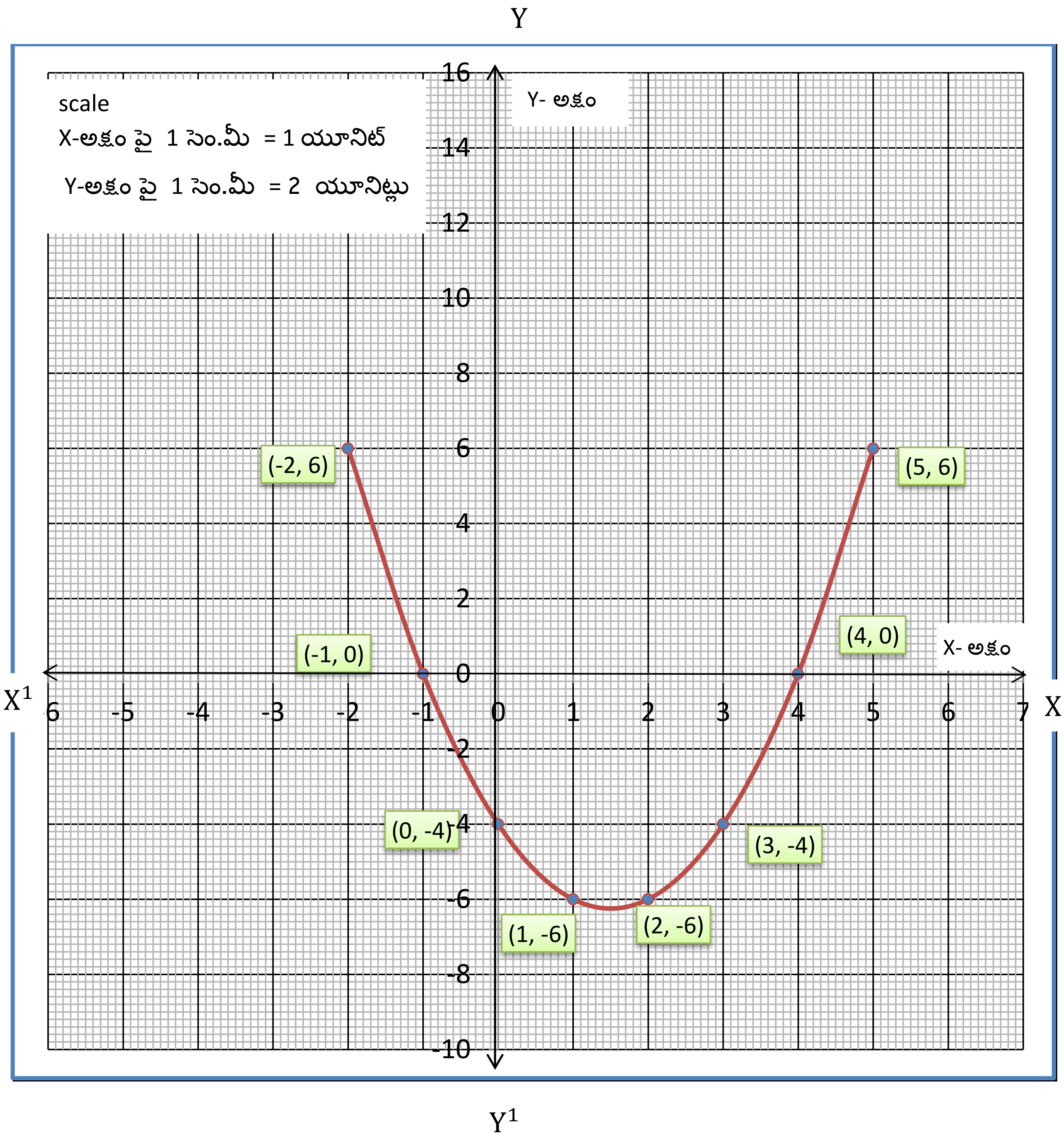
x	-4	-2	0	2	4
$y = 2x$	-8	-4	0	4	8
(x, y)	$(-4,-8)$	$(-2,-4)$	$(0,0)$	$(2,4)$	$(4,8)$

$y = 2$రేఖాచిత్రం $X -$ అక్షం ను ఖండించే బిందువు $(0,0)$. దీని x − నిరూపకం $= 0$

$p(0) = 2 \times (0) = 0$

0 అనేది $y = 2x$ యొక్క శూన్యవిలువ అవుతుంది .

BALABHADRA SURESH


Y
scale
X-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 1 యూనిట్
Y-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
Y- అక్షం
X- అక్షం
(-2, 6)
(5, 6)
(-1, 0)
(4, 0)
(0, -4)
(3, -4)
(1, -6)
(2, -6)
X[1]
X
Y[1]

ఉదాహరణ : $P(\mathrm{x}) = x^2 - 3x - 4$ వర్గ బహుపది రేఖా చిత్రం గీచి శూన్యాలు కనుగొనండి .ఫలితాన్ని సరి చూడండి .

సాధన : $P(\mathrm{x}) = x^2 - 3x - 4 = y$

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^2	4	1	0	1	4	9	16	25
$-3x$	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
$y = x^2 - 3x - 4$	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6
(x, y)	$(-2,6)$	$(-1,0)$	$(0,-4)$	$(1,-6)$	$(2,-6)$	$(3,-4)$	$(4,0)$	$(5,6)$

$y = x^2 - 3x - 4$ రేఖాచిత్రం X-అక్షం ను ఖండించే బిందువులు (-1,0) మరియు (4,0).

$P(\mathrm{x}) = x^2 - 3x - 4$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు -1 మరియు 4.

సరిచూచుట : $P(\mathrm{x}) = x^2 - 3x - 4$

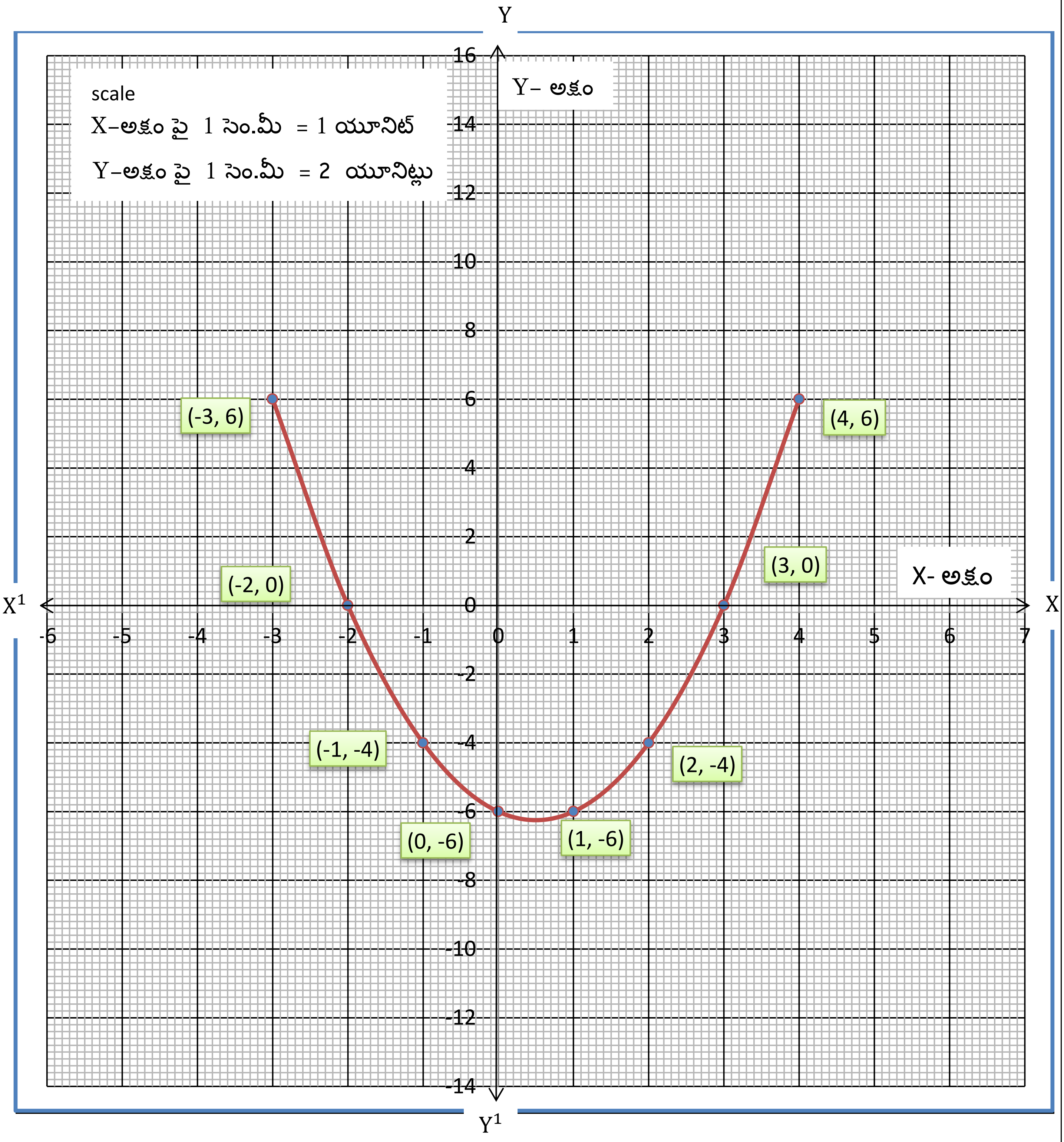
$$P(-1) = (-1)^2 - 3(-1) - 4$$
$$= 1 + 3 - 4$$
$$= 4 - 4$$
$$= 0$$

$$P(4) = 4^2 - 3 \times 4 - 4$$
$$= 16 - 12 - 4$$
$$= 16 - 16$$
$$= 0$$

$P(-1) = 0$ మరియు $P(4) = 0$

$\therefore$ -1 మరియు 4 లు వర్గ బహుపది $P(x) = x^2 - 3x - 4$యొక్క శూన్యాలు అవుతాయి

BALABHADRA SURESH



Y
scale
X–అక్షం పై 1 సెం.మీ = 1 యూనిట్
Y–అక్షం పై 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
Y– అక్షం
X- అక్షం
(-3, 6)
(4, 6)
(-2, 0)
(3, 0)
(-1, -4)
(2, -4)
(0, -6)
(1, -6)
X^1
X
Y^1

TRY THIS:(Page-53):

(i) $y = x^2 - x - 6$ యొక్క రేఖాచిత్రం గీయండి . బహుపది శూన్యాలు కనుగొనండి . మీరు ఏమి గమనించారు ?

సాధన : $p(\mathrm{x}) = x^2 - x - 6 = y$

x	-3	-2	-1	-0	1	2	3	4
x^2	9	4	1	0	1	4	9	16
$-x$	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
$y = x^2 - x - 6$	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6
(x, y)	$(-3,6)$	$(-2,0)$	$(-1,-4)$	$(0,-6)$	$(1,-6)$	$(2,-4)$	$(3,0)$	$(4,6)$

$y = x^2 - x - 6$ రేఖాచిత్రం X-అక్షంను ఖండించే బిందువులు (-2,0) మరియు (3,0).

$p(\mathrm{x}) = x^2 - x - 6$ వర్గ బహుపది యొక్క శూన్యాలు -2 మరియు 3

సరి చూచుట : $P(\mathrm{x}) = x^2 - x - 6$

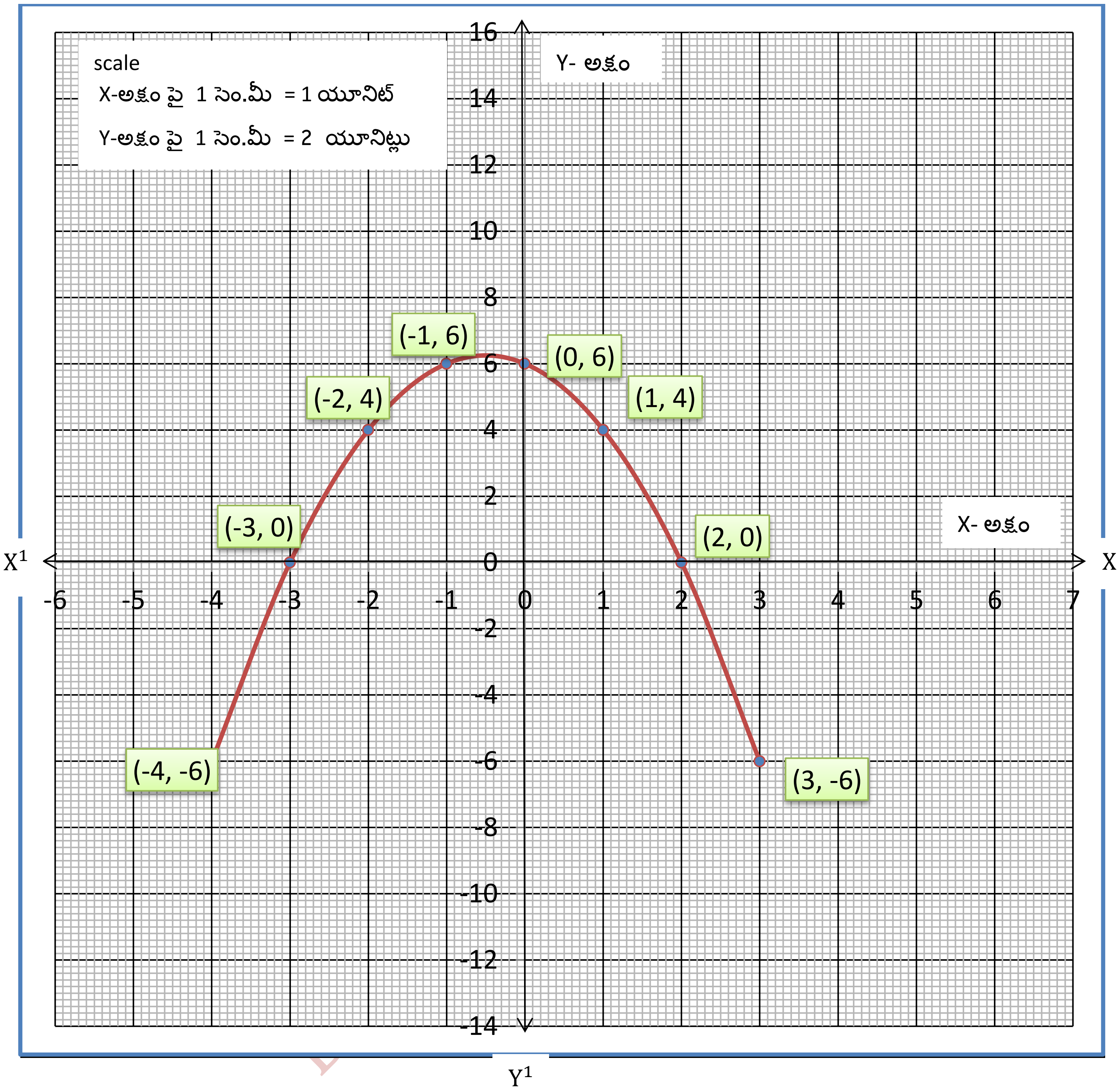
$$P(-2) = (-2)^2 - (-2) - 6 = 4 + 2 - 6 = 6 - 6 = 0$$

$$P(3) = 3^2 - 3 - 6 = 9 - 3 - 6 = 9 - 9 = 0$$

$P(-2) = 0$ మరియు $P(3) = 0$

$\therefore$ -2 మరియు 3 లు వర్గ బహుపది $P(x) = x^2 - x - 6$ యొక్క శూన్యాలు అవుతాయి

గమనించిన విషయం : $a > 0$ అయినపుడు $p(x) = ax^2 + bx + c$ యొక్క రేఖాచిత్రం $\cup$ ఆకారంలో పై వైపుకు ఉంటుంది .


scale
X-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 1 యూనిట్
Y-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
Y- అక్షం
X- అక్షం
X¹
X
Y¹
(-1, 6)
(0, 6)
(-2, 4)
(1, 4)
(-3, 0)
(2, 0)
(-4, -6)
(3, -6)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-14
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7

(ii) $y = 6 - x - x^2$ యొక్క రేఖాచిత్రం గీయండి . బహుపది శూన్యాలు కనుగొనండి . మీరు ఏమి గమనించారు ?

సాధన : $p(\mathrm{x}) = 6 - x - x^2 = -x^2 - x + 6 = y$

x	-4	-3	-2	-1	-0	1	2	3
$-x^2$	-16	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9
$-x$	4	3	2	1	0	-1	-2	-3
6	6	6	6	6	6	6	6	6
$y = 6 - x - x^2$	-6	0	4	6	6	4	0	-6
(x, y)	$(4, -6)$	$(-3,0)$	$(-2,4)$	$(-1,6)$	$(0,6)$	$(1,4)$	$(2,0)$	$(3, -6)$

$y = 6 - x - x^2$ యొక్క రేఖాచిత్రం X-*అక్షం ను* (-3,0) *మరియు* (2,0) ల వద్ద ఖండించినది

$P(\mathrm{x}) = 6 - x - x^2$ వర్గ బహుపది యొక్క శూన్యాలు -3 మరియు 2

సరిచూచుట : $P(\mathrm{x}) = 6 - x - x^2$

$$P(-3) = 6 - (-3) - (-3)^2$$
$$= 6 + 3 - 9$$
$$= 9 - 9$$
$$= 0$$

$$P(2) = 6 - 2 - 2^2$$
$$= 6 - 2 - 4$$
$$= 6 - 6$$
$$= 0$$

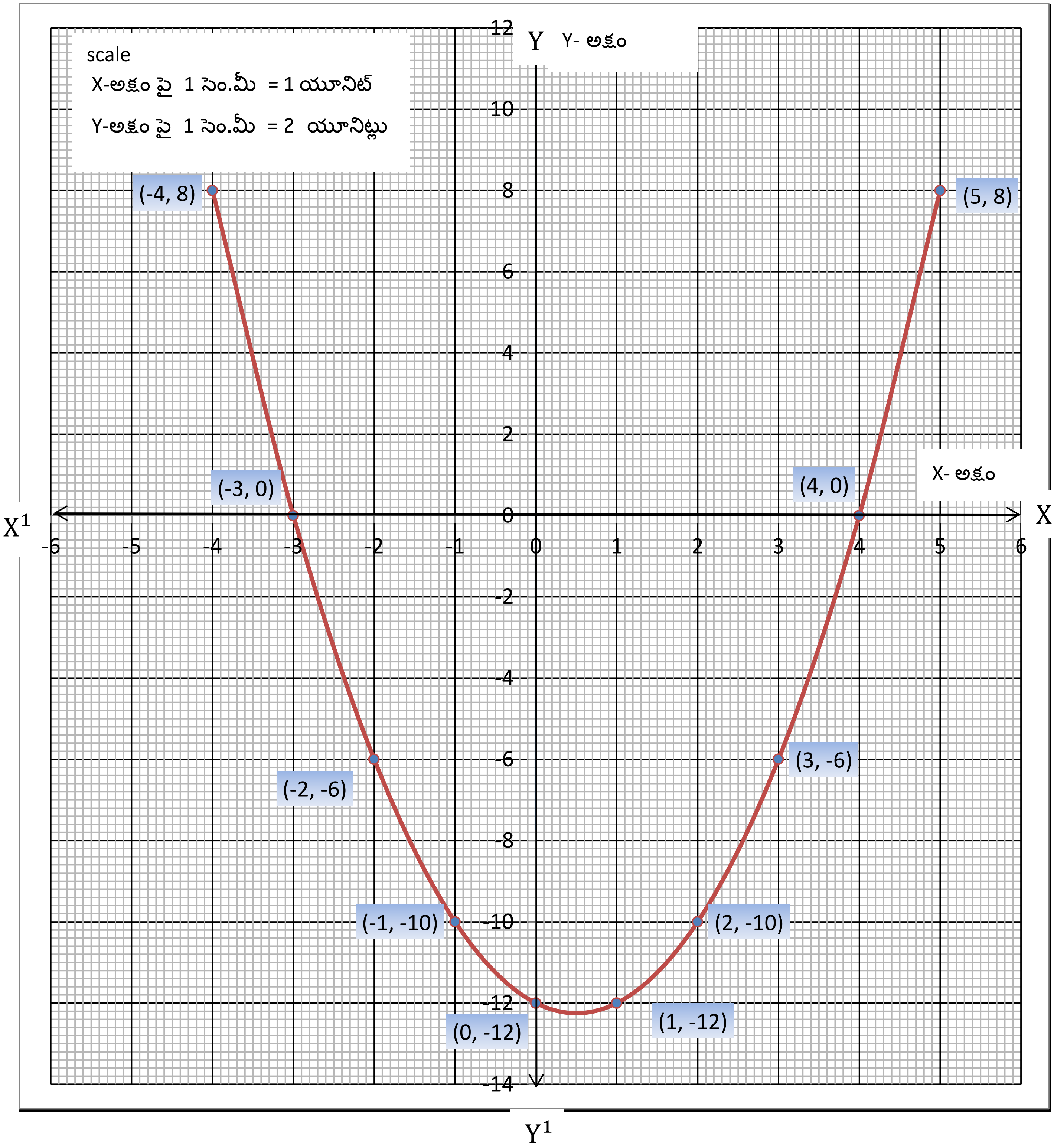
$P(-3) = 0$ మరియు $P(2) = 0$

$\therefore$ -3 మరియు 2లు $P(x) = 6 - x - x^2$బహుపది యొక్క శూన్యాలు అగును

గమనించిన విషయం : $a < 0$ అయినపుడు $p(x) = ax^2 + bx + c$ యొక్క రేఖాచిత్రం ∩ ఆకారంలో కింది వైపుకు ఉంటుంది .

.

BALABHADRA SURESH


scale
X-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 1 యూనిట్
Y-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
Y Y- అక్షం
X- అక్షం
X
X1
Y1
(-4, 8)
(5, 8)
(-3, 0)
(4, 0)
(-2, -6)
(3, -6)
(-1, -10)
(2, -10)
(0, -12)
(1, -12)

EXERCISE – 3.2

3. (i) $p(x) = x^2 - x - 12$ బహుపది యొక్క రేఖాచిత్రం గీయండి . శూన్యాలు కనుగొనండి . ఫలితాన్ని సమర్థించండి.

సాధన : $P(x) = x^2 - x - 12 = y$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$-x$	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12
$y = x^2 - x - 12$	0	0	-6	-10	-12	-12	-10	-6	0
(x, y)	(-4,8)	(-3,0)	(-2,-6)	(-1,-10)	(0,-12)	(1,-12)	(2,-10)	(3,-6)	(4,0)

$y = x^2 - x - 12$ రేఖాచిత్రం X- అక్షం ను (-3,0) మరియు (4,0)ల వద్ద ఖండించినది .

$P(x) = x^2 - x - 12$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు -3 మరియు 4.

సమర్థించడం :- $P(x) = x^2 - x - 12$

$P(-3) = (-3)^2 - (-3) - 12$

$= 9 + 3 - 12$

$= 12 - 12 = 0$

$P(4) = (4)^2 - 4 - 12$

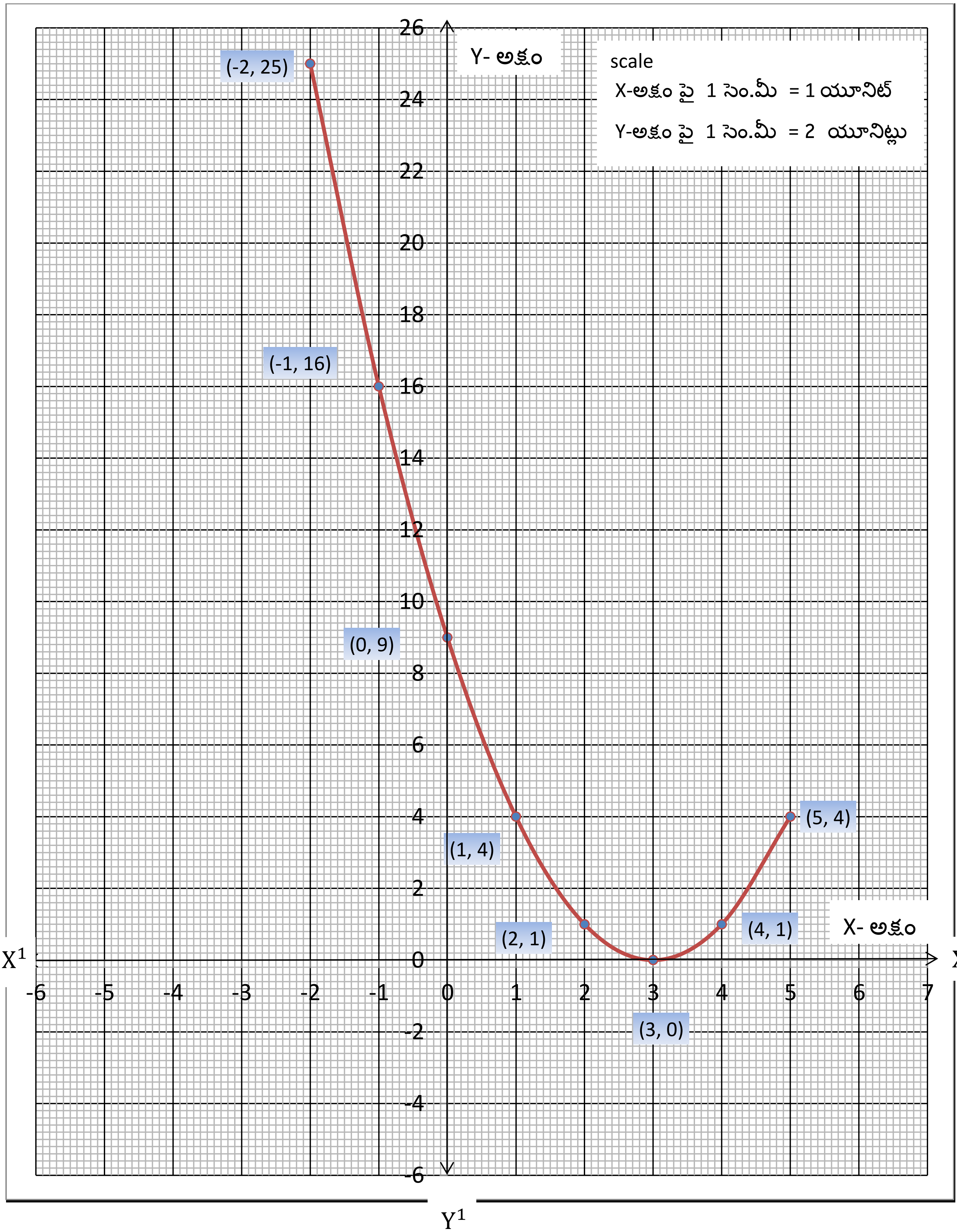
$= 16 - 16$

$= 0$

P(-3) =0 మరియు P(4) = 0

∴ -3 మరియు 4 లు $P(x) = x^2 - x - 12$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు అవుతాయి .

BALABHADRA SURESH


Y- అక్షం
scale
X-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 1 యూనిట్
Y-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
(-2, 25)
(-1, 16)
(0, 9)
(1, 4)
(2, 1)
(3, 0)
(4, 1)
(5, 4)
X- అక్షం
X1
X
Y1
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7

(ii) $p(x) = x^2 - 6x + 9$ యొక్క రేఖాచిత్రం గీయండి . బహుపది శూన్యాలు కనుగొనండి . ఫలితాన్ని సమర్థించండి.

సాధన : $P(\mathrm{x}) = x^2 - 6x + 9 = y$

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^2	4	1	0	1	4	9	16	25
$-6x$	12	6	0	-6	-12	-18	-24	-30
9	9	9	9	9	9	9	9	9
$y = x^2 - 6x + 9$	25	16	9	4	1	0	1	4
(x, y)	(-2,25)	(-1,16)	(0,9)	(1,4)	(2,1)	(3,0)	(4,1)	(5,4)

$y = x^2 - 6x + 9$ యొక్క రేఖాచిత్రం X-అక్షం ను (3,0) వద్ద తాకుచున్నది .

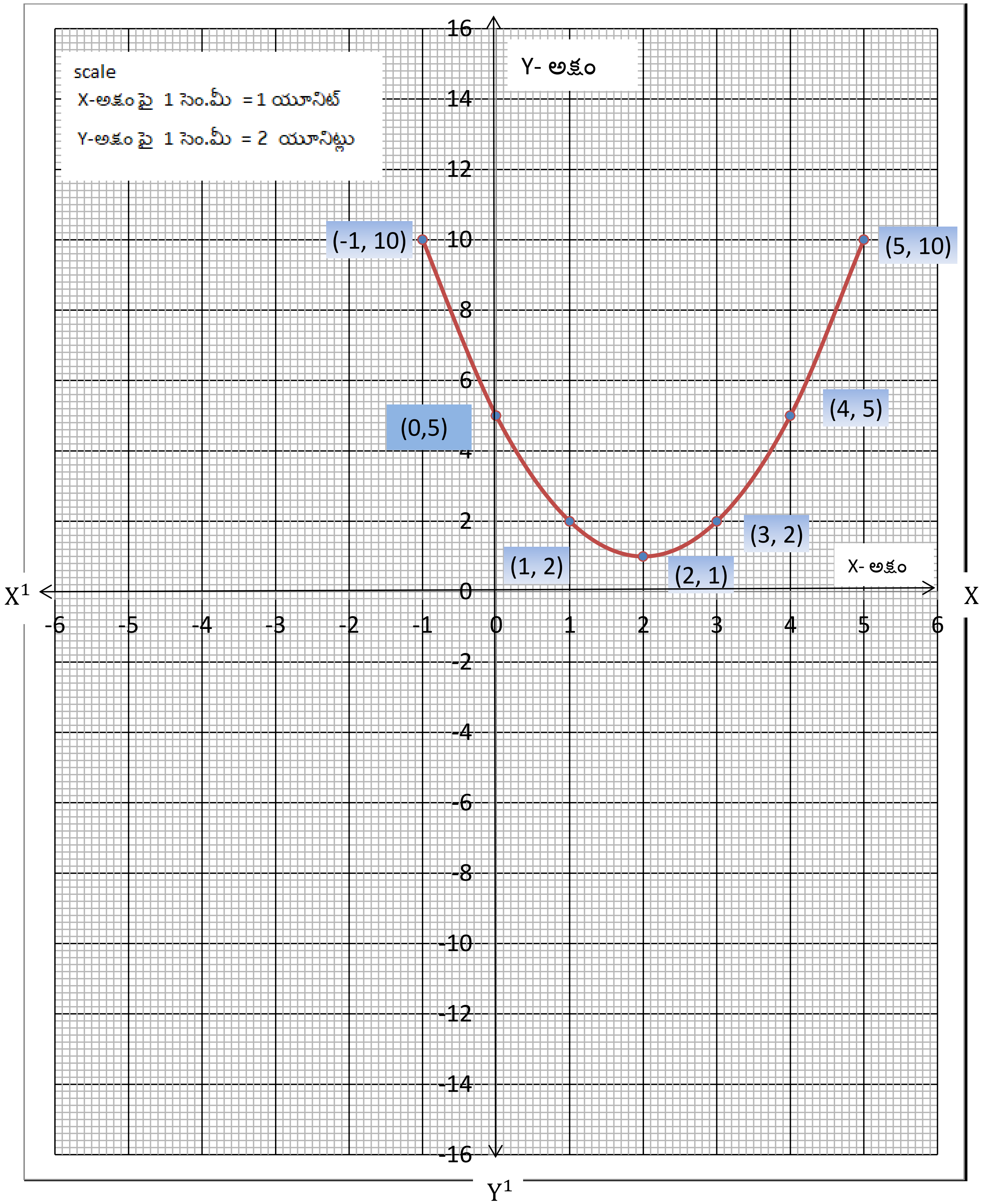
$P(\mathrm{x}) = x^2 - 6x + 9$ బహుపది యొక్క శూన్యం 3.

సమర్థించడం: $P(\mathrm{x}) = x^2 - 6x + 9$

$$P(3) = 3^2 - 6 \times 3 + 9$$
$$= 9 - 18 + 9$$
$$= 18 - 18 = 0$$

3 అనేది $P(x) = x^2 - 6x + 9$ బహుపది యొక్క శూన్యం అవుతుంది .

BALABHADRA SURESH


scale
X-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 1 యూనిట్
Y-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
Y- అక్షం
X- అక్షం
(-1, 10)
(5, 10)
(0,5)
(4, 5)
(1, 2)
(3, 2)
(2, 1)
X¹
X
Y¹

(iii) $p(x) = x^2 - 4x + 5$ యొక్క రేఖాచిత్రం గీయండి . బహుపది శూన్యాలు కనుగొనండి . ఫలితాన్ని సమర్థించండి

సాధన : $P(x) = x^2 - 4x + 5 = y$

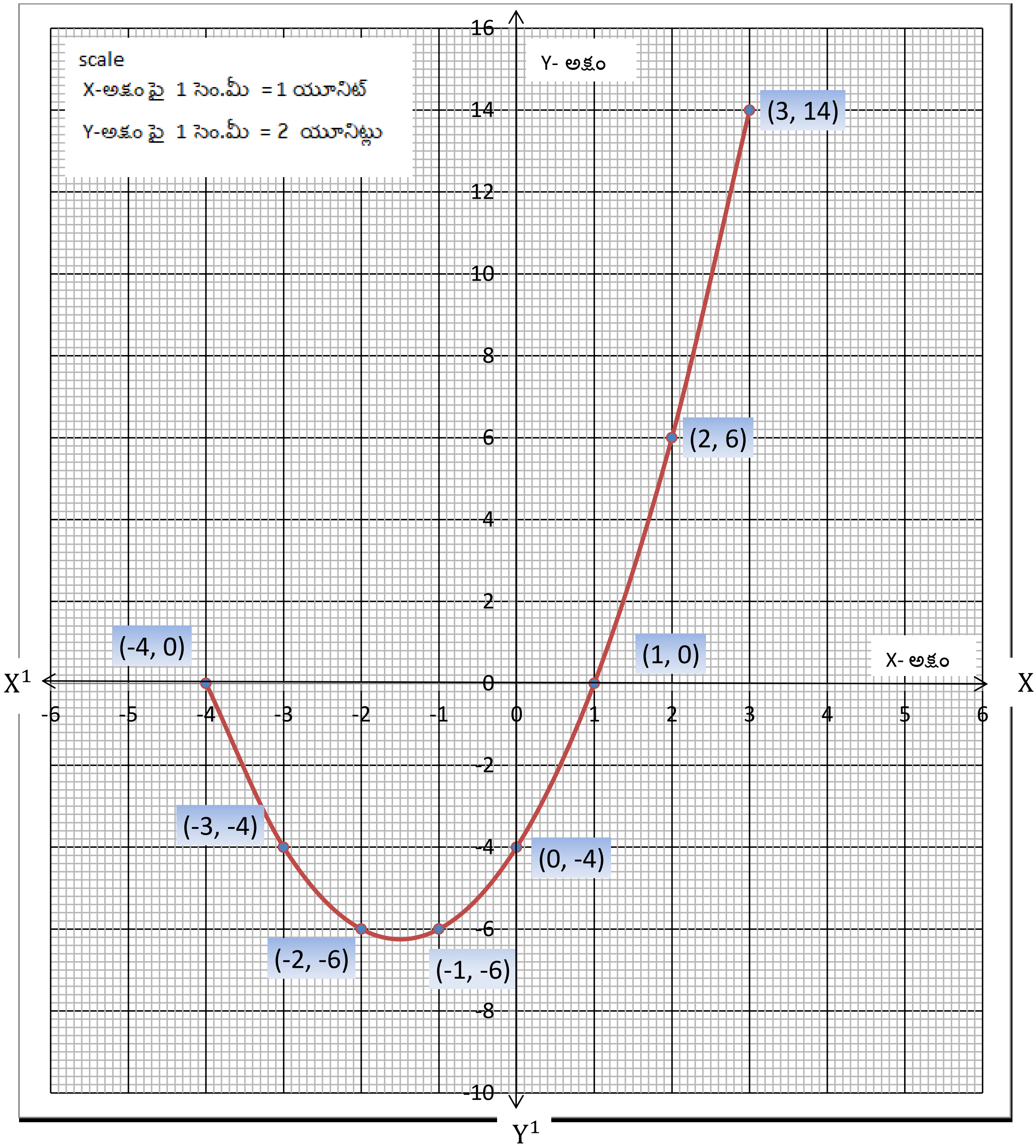
x	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	4	1	0	1	4	9	16
$-4x$	8	4	0	-4	-8	-12	-16
5	5	5	5	5	5	5	5
$y = x^2 - 4x + 5$	17	10	5	2	1	2	5
(x, y)	(-2,17)	(-1,10)	(0,5)	(1,2)	(2,1)	(3,3)	(4,5)

$y = x^2 - 4x + 5$ యొక్క రేఖాచిత్రం X- *అక్షం* ను ఖండించుట లేదు ,తాకుట లేదు .

$P(x) = x^2 - 4x + 5$ బహుపదికి వాస్తవ శూన్యాలు లేవు .

BALABHADRA SURESH

Y


scale
X-అక్షంపై 1 సెం.మీ = 1 యూనిట్
Y-అక్షంపై 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
Y- అక్షం
X- అక్షం
X1
X
Y1
(3, 14)
(2, 6)
(1, 0)
(-4, 0)
(-3, -4)
(0, -4)
(-2, -6)
(-1, -6)

(iv) $p(x) = x^2 + 3x - 4$ యొక్క రేఖాచిత్రం గీయండి . బహుపది శూన్యాలు కనుగొనండి . ఫలితాన్ని సమర్థించండి

సాధన : $P(x) = x^2 + 3x - 4 = y$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9
$3x$	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
$y = x^2 + 3x - 4$	0	-4	-6	-6	-4	0	6	14
(x, y)	(-4,0)	(-3,-4)	(-2,-6)	(-1,-6)	(0,-4)	(1,0)	(2,6)	(3,14)

$y = x^2 + 3x - 4$ యొక్క రేఖాచిత్రం X- అక్షం ను (-4,0)మరియు (1,0) ల వద్ద ఖండించినది .

P$(x) = x^2 + 3x - 4$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు **-4** మరియు **1.**

సమర్థించడం :- P$(x) = x^2 + 3x - 4$

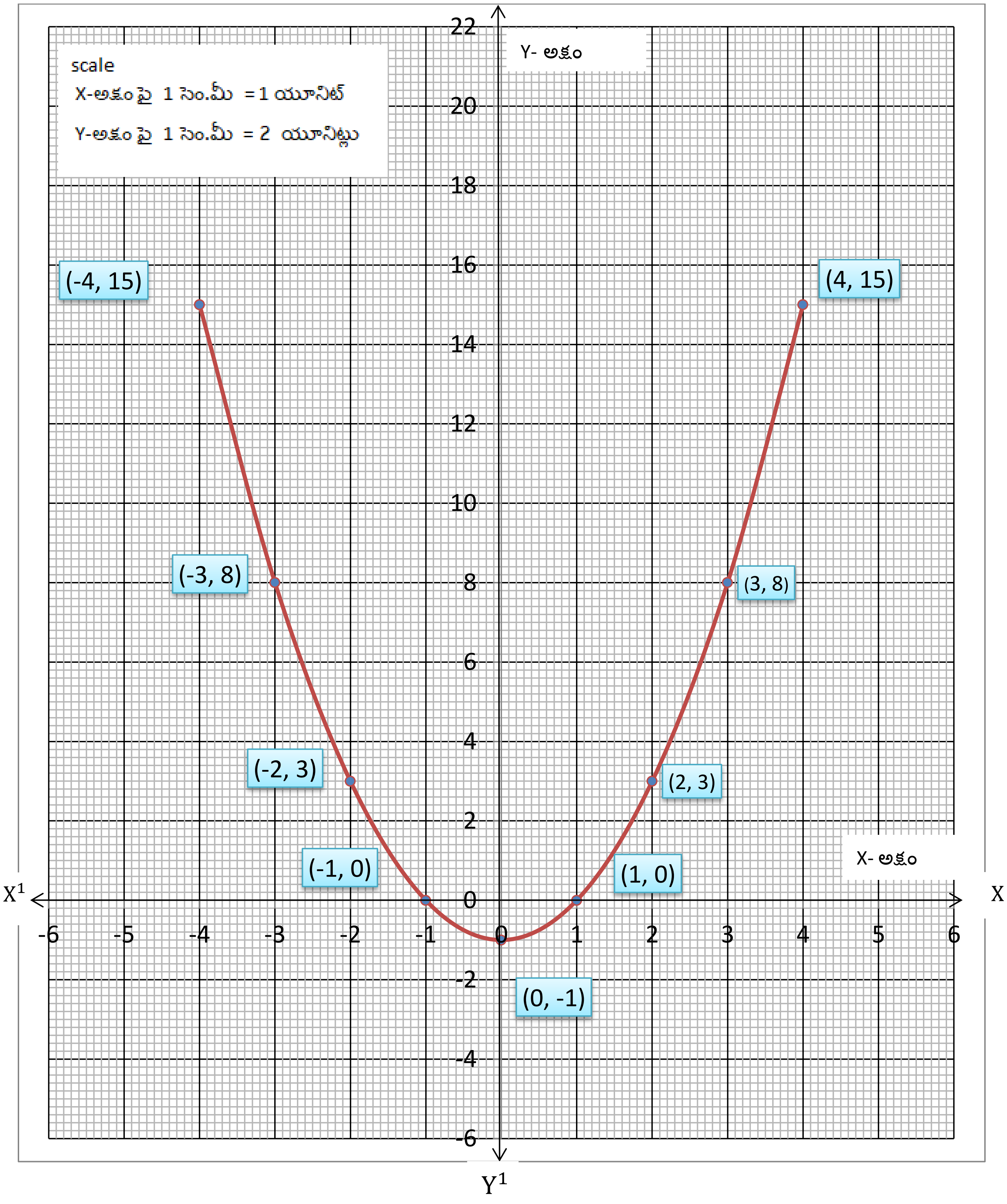
P(-4) = $(-4)^2 + 3(-4) - 4$
$= 16 - 12 - 4$
= 16-16
$= 0$

P(1) = $(1)^2 + 3 \times 1 - 4$
=1+3 $- 4$
$= 4 - 4$
$= 0$

P(-4) =0 మరియు P(1) = 0

$\therefore$ -4 మరియు 1లు $P(x) = x^2 + 3x - 4$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు అవుతాయి .

BALABHADRA SURESH


scale
X-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 1 యూనిట్
Y-అక్షం పై 1 సెం.మీ = 2 యూనిట్లు
Y- అక్షం
X- అక్షం
(-4, 15)
(4, 15)
(-3, 8)
(3, 8)
(-2, 3)
(2, 3)
(-1, 0)
(1, 0)
(0, -1)
X¹
X
Y¹

(v) $P(x) = x^2 - 1$ యొక్క రేఖాచిత్రం గీయండి . బహుపది శూన్యాలు కనుగొనండి . ఫలితాన్ని సమర్థించండి

సాధన : $P(x) = x^2 - 1 = y$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$y = x^2 - 1$	15	8	3	0	-1	0	3	8	15
(x, y)	(-4,15)	(-3,8)	(-2,3)	(-1,0)	(0,-1)	(1,0)	(2,3)	(3,8)	(4,15)

$y = x^2 - 1$ యొక్క రేఖాచిత్రం X- అక్షం ను (-1,0) మరియు (1,0)ల వద్ద ఖండించినది .

$P(x) = x^2 - 1$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు $-\mathbf{1}$ మరియు **1.**

సమర్థించడం : $P(x) = x^2 - 1$

$P(1) = 1^2 - 1$ $\quad$ $P(-1) = (-1)^2 - 1$

$= 1 - 1$ $\quad$ $= 1 - 1$

$= 0$ $\quad$ $= 0$

$P(1) = 0$ మరియు $P(-1) = 0$

∴ 1 మరియు -1 లు $P(x) = x^2 - 1$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు అవుతాయి .

BALABHADRA SURESH

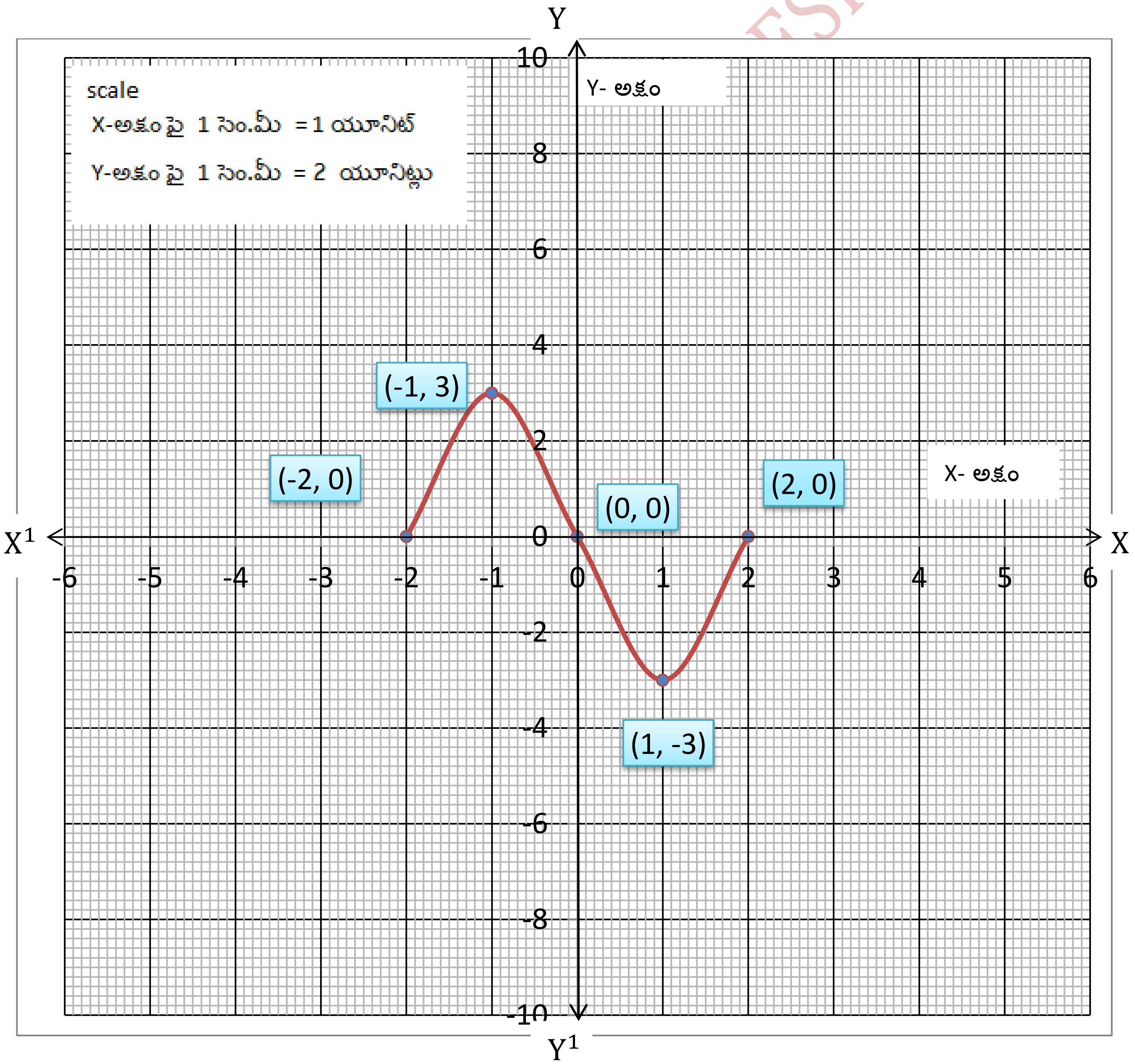
1. $p(x) = x^3 - 4x$ ఘన బహుపది యొక్క రేఖాచిత్రం గీచి , శూన్యాలు కనుగొనండి .

సాధన : $p(x) = x^3 - 4x = y$

x	-2	-1	0	1	2
x^3	-8	-1	0	1	8
$-4x$	8	4	0	-4	-8
$y = x^3 - 4x$	0	3	0	-3	0
(x, y)	$(-2,0)$	$(-1,3)$	$(0,0)$	$(1,-3)$	$(2,0)$

$y = x^3 - 4x$ యొక్క రేఖాచిత్రం x-అక్షం ను $(-2,0)$, $(0,0)$ మరియు $(2,0)$ ల వద్ద ఖండించినది

$p(x) = x^3 - 4x$ ఘన బహుపది యొక్కశూన్యాలు $-2, 0$ మరియు 2



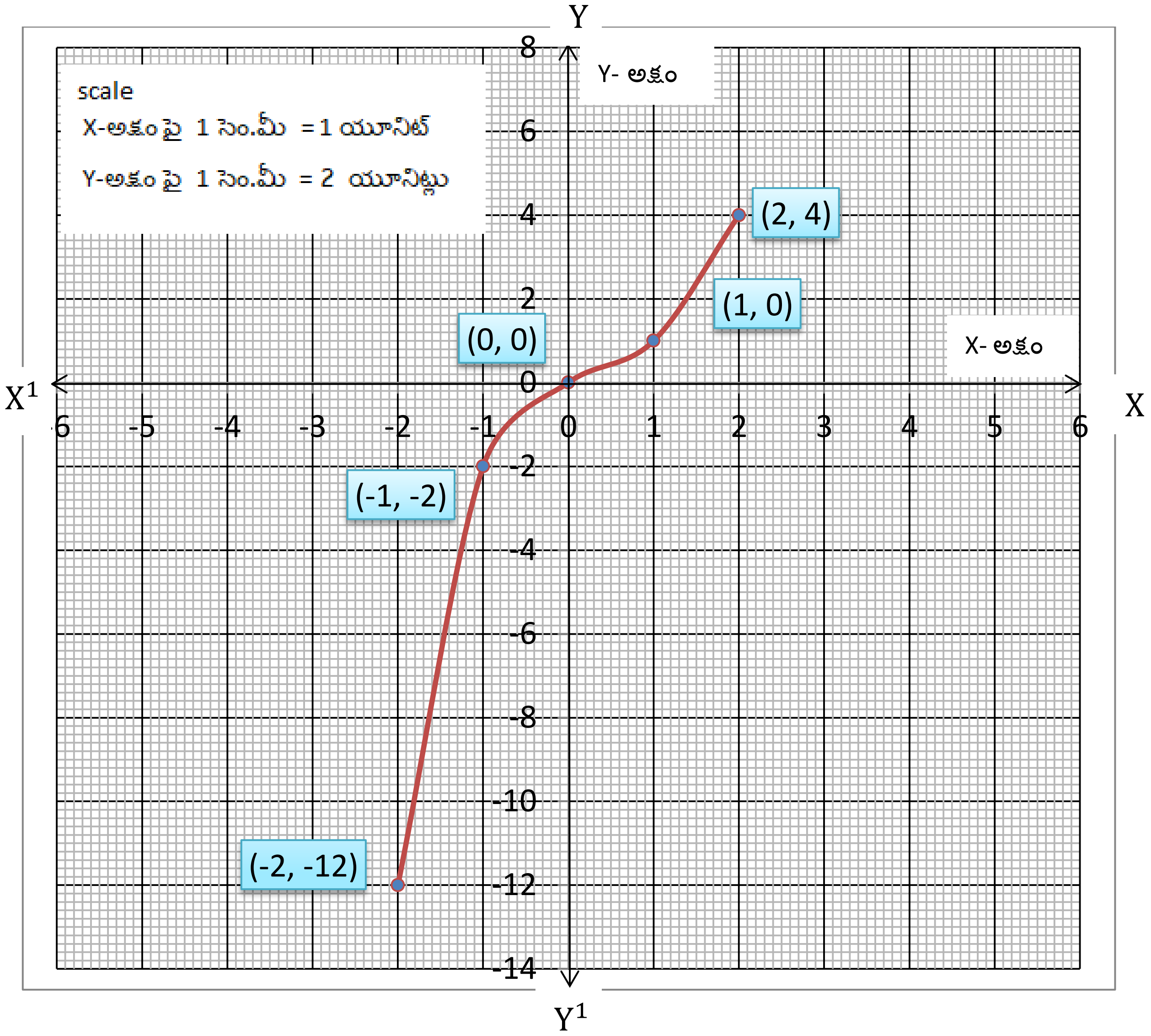
2. . $p(x) = x^3$ ఘన బహుపది యొక్క రేఖాచిత్రం గీచి , శూన్యాలు కనుగొనండి.

సాధన : $p(x) = x^3 = y$

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^3$	-8	-1	0	1	8
(x, y)	$(-2, -8)$	$(-1, -1)$	$(0,0)$	$(1,1)$	$(2,8)$

$y = x^3$ యొక్క రేఖాచిత్రం X-అక్షం ను $(0,0)$ వద్ద ఖండించినది

$p(x) = x^3$ యొక్క శూన్య విలువ 0 .



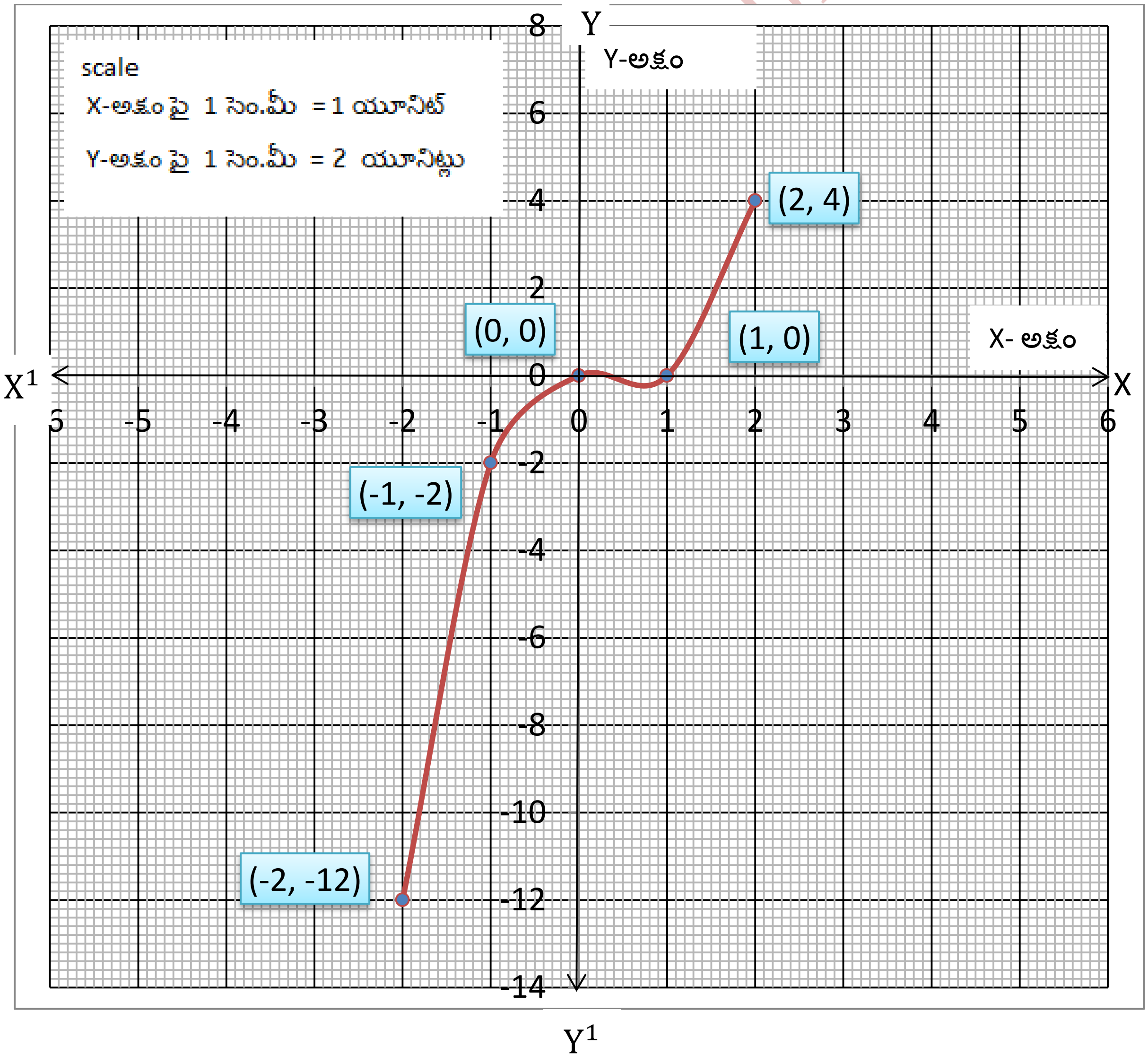
3. $p(x) = x^3 - x^2$ ఘన బహుపది యొక్క రేఖాచిత్రం గీచి , శూన్యాలు కనుగొనండి.

సాధన : $p(x) = x^3 - 4x = y$

x	-2	-1	0	1	2
x^3	-8	-1	0	1	8
$-x^2$	-4	-1	0	-1	-4
$y = x^3 - x^2$	-12	-2	0	0	4
(x, y)	$(-2, -12)$	$(-1, -2)$	$(0,0)$	$(1,0)$	$(2,4)$

$y = x^3 - x^2$ యొక్క రేఖాచిత్రం x-అక్షం ను (0,0) మరియు (1,0) ల వద్ద ఖండించినది . $p(x) = x^3 - x^2$ ఘన బహుపది యొక్క శూన్య విలువలు 0 మరియు 1.

URESH



అధ్యాయము 3

10 వ తరగతి -2023-24

బహుపదులు (Polynomials)

1. **బహుపది** : ఒక బీజీయ సమాసం లోని చర రాశుల ఘాతాంకాలు పూర్ణాంకాలు అయితే అది ఒక బహుపది .

ఉదాహరణ : $2x + 5, 3x^2 + 5x + 6, -5y$ ...

బహుపదులు	బహుపదులుకాదు
$2x$	$4x^{\frac{1}{2}}$
$\frac{1}{3}x - 4$	$3x^2 + 4x^{-1} + 5$
$x^2 - 2x - 1$	$4 + \frac{1}{x}$

2. **బహుపది పరిమాణం** : x చరరాశిలో గల బహుపది $p(x)$లో x యొక్క గరిష్ఠ ఘాతాంకమును బహుపది $p(x)$ యొక్క పరిమాణం అందురు

3. **రేఖీయ బహుపది** : బహుపది పరిమాణం 1అయితే దానిని రేఖీయ బహుపది అందురు .

ఉదాహరణ: $3x + 5, 7x - 8, -9x$, ...

చరరాశి x లో రేఖీయ బహుపది సాధారణ రూపం $ax + b$ $(a, b \in R, a \neq 0)$.

4. **వర్గ బహుపది** : బహుపది పరిమాణం 2 అయితే దానిని వర్గ బహుపది అందురు.

ఉదాహరణ: $x^2 - 5x + 6, 2x^2 - 5, 7x^2$, ...

చరరాశి x లో వర్గ బహుపది సాధారణ రూపం $ax^2 + bx + c$ $(a, b, c \in R, a \neq 0)$.

5. **ఘన బహుపది** : బహుపది పరిమాణం 3 అయితే దానిని ఘన బహుపది అందురు.

ఉదాహరణ: $5x^3 - 4x^2 + x - 1, 2x^3 - 3x + 5, -3x^3 - 10$,.......

చరరాశి x లో ఘన బహుపది సాధారణ రూపం $ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in R, a \neq 0)$.

6. **చరరాశి x లో n వ పరిమాణ బహుపది సాధారణ రూపం** :

$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots\cdots + a_{n-1}x + a_n$

BALABHADRA SUR

ఇందులో $a_0, a_1, a_2, \dots\dots\dots, a_{n-1}, a_n$ అనేవి చరరాశి వాస్తవ గుణకాలు మరియు $a_0 \neq 0$.

7. **బహుపది యొక్క విలువ** :

$p(x)$ అనే బహుపదికి k వద్ద వచ్చువిలువ $= p(k)$.(xకు బదులుగా kప్రతిక్షేపించాలి)

$p(x)$ అనే బహుపదికి 2 వద్ద వచ్చువిలువ $= p(2)$

ఇవి చేయండి (page 49)

i) $P(x) = x^2 - 5x - 6$, అయిన $p(1), p(2), p(3), p(0), p(-1), p(-2), p(-3)$విలువలు కనుగొనండి .

సాధన : $P(x) = x^2 - 5x - 6$

$P(1) = (1)^2 - 5 \times 1 - 6$

$= 1 - 5 - 6$

$= 1 - 11$

$= -10$

$P(2) = (2)^2 - 5 \times 2 - 6$

$= 4 - 10 - 6$

$= 4 - 16$

$= -12$

$P(3) = (3)^2 - 5 \times 3 - 6$

$= 9 - 15 - 6$

$= 9 - 21$

$= -12$

$P(0) = (0)^2 - 5 \times 0 - 6$

$= 0 - 0 - 6$

$= -6$

$P(-1) = (-1)^2 - 5 \times (-1) - 6$

$= 1 + 5 - 6$

$= 6 - 6$

BALABHADRA SURESH

$= 0$

$P(-2) = (-2)^2 - 5 \times (-2) - 6$

$= 4 + 10 - 6$

$= 14 - 6$

$= 8$

$P(-3) = (-3)^2 - 5 \times (-3) - 6$

$= 9 + 15 - 6$

$= 21 - 6 = 15$

ii) **$P(m) = m^2 - 3m + 1$ అయిన $p(1)$మరియు $p(-1)$ విలువలు కనుగొనండి .**

సాధన : $P(m) = m^2 - 3m + 1$

$P(1) = (1)^2 - 3 \times 1 + 1$

$= 1 - 3 + 1$

$= 2 - 3$

$= -1$

$P(-1) = (-1)^2 - 3 \times (-1) + 1$

$= 1 + 3 + 1$

$= 5$

BALABHADRA SURESH

బహుపది శూన్యాలు :

$p(x)$ఒక బహుపది, kఒక వాస్తవ సంఖ్య $p(k) = 0$అయిన kను బహుపది $p(x)$యొక్క శూన్య విలువ అంటాం .

ఇవి చేయండి

(i) $p(x) = x^2 - 4x + 3$ అయిన $p(0)$, $p(1)$, $p(2)$, $p(3)$ విలువలు కనుగొనండి. $p(x)$ యొక్క శూన్యాలు ఏవో తెల్పండి.

(ii) $x^2 - 9$ అనే బహుపదికి -3 మరియు 3 శూన్యాలు అవుతాయో కాదో సరిచూడండి.

i)

సాధన : $p(x) = x^2 - 4x + 3$

$p(0) = (0)^2 - 4 \times 0 + 3$

$= 0 - 0 + 3$

$= 3$

$p(1) = (1)^2 - 4 \times 1 + 3$

$= 1 - 4 + 3$

$= 4 - 4$

$= 0$

$p(2) = (2)^2 - 4 \times 2 + 3$

$= 4 - 8 + 3$

$= 7 - 8$

$= -1$

$p(3) = (3)^2 - 4 \times 3 + 3$

$= 9 - 12 + 3$

$= 12 - 12$

$= 0$

$p(1) = 0$ మరియు $p(3) = 0$ కావున

$\therefore$ 1,3 లు బహుపది $p(x) = x^2 - 4x + 3$కు శూన్యాలు అవుతాయి

ii)

సాధన : $p(x) = x^2 - 9$

$p(-3) = (-3)^2 - 9$

$= 9 - 9$

$= 0$

BALABHADRA SURESH

$p(3) = (3)^2 - 9$

$= 9 - 9$

$= 0$

$p(-3) = 0$ మరియు $p(3) = 0$ కావున

$x^2 - 9$ అనే బహుపదికి -3 మరియు 3 శూన్యాలు అవుతాయి .

అభ్యాసం - 3.1

1. $p(x) = 5x^7 - 6x^5 + 7x - 6$, అయిన

$p(x)$యొక్క పరిమాణం

స్థిరపదము

$p(x) = 5x^{7} - 6x^5 + 7x - 6$

x^5యొక్క గుణకం

(i). x^5యొక్క గుణకం Ans: -6

(ii). $p(x)$యొక్క పరిమాణం Ans: 7

(iii). స్థిరపదము . Ans: -6

BALABHADRA SURESH

2. కింది ప్రవచనాలలో ఏవి సత్యం ? ఏవి అసత్యం ? కారణాలను తెల్పండి ?

(i). $\sqrt{2}x^2 - 3x + 1$ అనే బహుపది పరిమాణం $\sqrt{2}$.

సాధన: అసత్యము . ఎదువలన అనగా ఇచ్చిన బహుపది పరిమాణం 2 .

(ii). $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 7$ అనే బహుపదిలో x^2 యొక్కగుణకం 2 .

సాధన: అసత్యము . ఎదువలన అనగా ఇచ్చిన బహుపదిలో x^2 యొక్కగుణకం -4

(iii). $\frac{1}{x^2-5x+6}$ అనేది ఒక వర్గ బహుపది .

సాధన: అసత్యము

(iv). ఒక బహుపది పరిమాణం దానిలో పదాల సంఖ్య కన్నా ఒకటి ఎక్కువ .

సాధన: అసత్యము. ఎదువలన అనగాబహుపది $5x^7 - 6x^5 + 7x - 6$ లోని పదాల సంఖ్య 4. కానీ దాని పరిమాణం 7

3. $p(t) = t^3 - 1$ అయిన $p(1), p(-1), p(0), p(2)$ మరియు $p(-2)$ విలువలు కనుగొనండి .

సాధన: $P(t) = t^3 - 1$

$P(1) = 1^3 - 1$
$= 1 - 1$
$= 0$

$P(-1) = (-1)^3 - 1$
$= -1 - 1$
$= -2$

$P(0) = 0^3 - 1$
$= 0 - 1$
$= -1$

$P(-2) = (-2)^3 - 1$
$= -8 - 1$
$= -9$

4. -2 మరియు 2 అనేవి $x^4 - 16$ అనే బహుపదికి శూన్యాలు అగునో, కాదో సరి చూడండి .

సాధన : $p(x) = x^4 - 16$

$p(-2) = (-2)^4 - 16$
$= 16 - 16$
$= 0$

$p(2) = (2)^4 - 16$

$= 16 - 16$

$= 0$

$p(-2) = 0$ మరియు $p(2) = 0$

కావున -2 మరియు 2 అనేవి $x^4 - 16$ అనే బహుపదికి శూన్యాలు అవుతాయి .

BALABHADRA SURESH

5. $p(x) = x^2 - x - 6$ అనే బహుపదికి 3 మరియు -2 అనేవి శూన్యాలు అగునో, కాదో సరి చూడండి

సాధన : $\mathrm{P}(x) = x^2 - x - 6$

$\mathrm{P}(3) = 3^2 - 3 - 6$
$= 9 - 3 - 6$
$= 9 - 9$
$= 0$

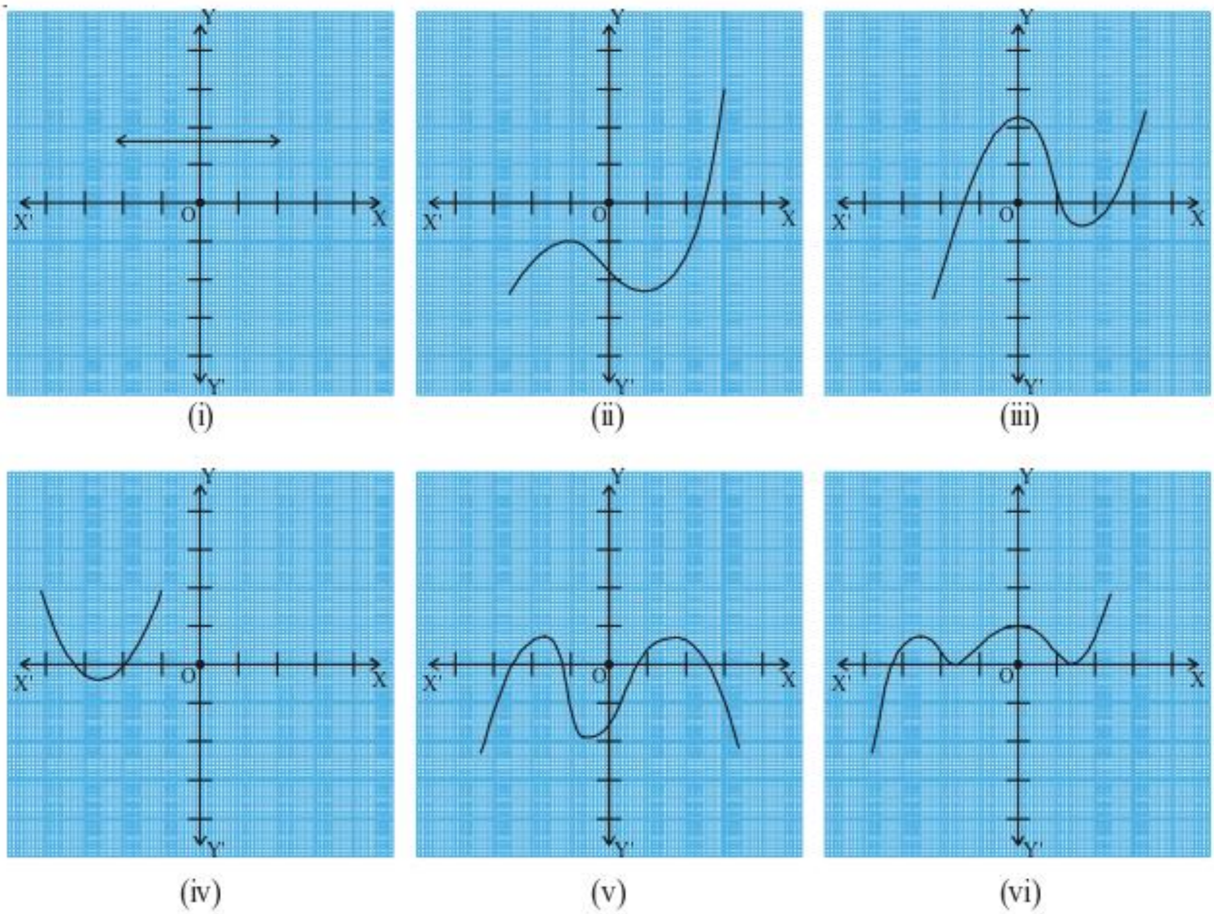
$\mathrm{P}(-2) = (-2)^2 - (-2) - 6$
$= 4 + 2 - 6$
$= 6 - 6$
$= 0$

$\mathrm{P}(3) = 0$ మరియు $\mathrm{P}(-2) = 0$.

కావున $\mathrm{P}(x) = x^2 - x - 6$బహుపదికి 3 మరియు -2 శూన్యాలు అవుతాయి.

అభ్యాసం – 3.2

1. కొన్ని $p(x)$ బహుపదుల సంబంధిత $y = p(x)$ యొక్క పటాలు దిగువ ఇవ్వబడినవి. $p(x)$ యొక్క శూన్యాల సంఖ్యను పటాలు పరిశీలించి తెలపండి.



Sol: (i) రేఖా చిత్రం X-అక్షంను ఖండించుట లేదు . కావున శూన్యాల సంఖ్య =0 (శూన్యాలు లేవు)

(ii) రేఖా చిత్రం X-అక్షంను ఒక బిందువు వద్ద ఖండించింది . కావున శూన్యాల సంఖ్య =1

(iii) రేఖా చిత్రం X-అక్షంను మూడు బిందువుల వద్ద ఖండించింది . కావున శూన్యాల సంఖ్య =3

(iv) రేఖా చిత్రం X-అక్షంను రెండు బిందువుల వద్ద ఖండించింది . కావున శూన్యాల సంఖ్య =2

(v) రేఖా చిత్రం X-అక్షంను నాలుగు బిందువుల వద్ద ఖండించింది . కావున శూన్యాల సంఖ్య =4

(vi) రేఖా చిత్రం X-అక్షంను మూడు బిందువుల వద్ద ఖండించింది . కావున శూన్యాల సంఖ్య =3

2. కింది బహుపదుల శూన్యాలు కనుగొనండి .

(i). $P(x) = 3x$

సాధన : $P(x) = 0$ తీసుకొనగా

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

ఇచ్చిన బహుపది $P(x) = 3x$ యొక్క శూన్యం = 0.

(ii). $\mathrm{P}(x) = x^2 + 5x + 6$

సాధన : $P(x) = 0$ తీసుకొనగా

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x^2 + 2x + 3x + 6 = 0$$

$$x(x+2) + 3(x+2) = 0$$

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$(x+2) = 0 \quad \text{or} \quad (x+3) = 0$$

$$x = -2 \quad \text{or} \quad x = -3$$

$\therefore$ $\mathrm{P}(x) = x^2 + 5x + 6$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు -2 మరియు -3.

(iii). $p(x) = (x+2)(x+3)$

సాధన : $P(x) = 0$ తీసుకొనగా

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$(x+2) = 0 \quad \text{or} \quad (x+3) = 0$$

$$x = -2 \quad \text{or} \quad x = -3$$

$\therefore$ $\mathrm{P}(x) = (x+2)(x+3)$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు -2 మరియు -3.

(iv). $p(x) = x^4 - 16$

సాధన : $P(x) = 0$ తీసుకొనగా

$$x^4 - 16 = 0$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(x^2)^2 - 4^2 = 0$$

$$(x^2+4)(x^2-4) = 0$$

$$(x^2+4) = 0 \ or \ (x^2-4) = 0$$

$$x^2 = -4 \ or \ x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{-4} \ or \ x = \sqrt{4} = \pm 2$$

BALABHADRA SURESH

$x = 2, -2 \quad (\sqrt{-4}$ అనేది వాస్తవ సంఖ్య కాదు)

$\therefore\ p(x) = x^4 - 16$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు 2 మరియు -2

4. $p(x) = 4x^2 + 3x - 1$ అనే బహుపదికి $\frac{1}{4}$ మరియు -1 అనేవి శూన్యాలు ఏవిధంగా అగునో తెలపండి .

సాధన : $p(x) = 4x^2 + 3x - 1$

$$p\left(\frac{1}{4}\right) = 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3 \times \frac{1}{4} - 1$$
$$= 4 \times \frac{1}{16} + \frac{3}{4} - 1$$
$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1$$
$$= \frac{4}{4} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$p(-1) = 4(-1)^2 + 3 \times (-1) - 1$$
$$= 4 \times 1 - 3 - 1$$
$$= 4 - 3 - 1$$
$$= 4 - 4$$
$$= 0$$

$p\left(\frac{1}{4}\right) = 0$ మరియు $p(-1) = 0$

కావున $p(x) = 4x^2 + 3x - 1$ అనే బహుపదికి $\frac{1}{4}$ మరియు -1 అనేవి శూన్యాలు అవుతాయి .

ఒక బహుపది గుణకలకు , శూన్యాలకు మధ్యసంబంధము

1. α మరియు β లు వర్గ బహుపది $ax^2 + bx + c\ (a, b, c \in R, a \neq 0)$ యొక్క శూన్యాలు అయితే

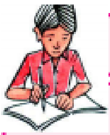
i) శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = \dfrac{-(x \text{ యొక్క గుణకం})}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \dfrac{-b}{a}$

ii) శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta = \dfrac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \dfrac{c}{a}$

x^2 యొక్క గుణకం $= a$
x యొక్క గుణకం $= b$
స్థిర పదము $= c$

2. α మరియు β లు శూన్యాలు గా గల వర్గ బహుపది $= \mathrm{k}[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$= k\left[x^2 - (\text{శూన్యాల మొత్తం })x + \text{శూన్యాల లబ్ధం}\right]$(k ఒక స్థిర సంఖ్య)



ఇవి చేయండి

దిగువ ఇవ్వబడిన వర్గ బహుపదుల యొక్క శూన్యాలను కనుగొనండి. ఇదేవిధంగా శూన్యాల మొత్తము మరియు లబ్ధమును కనుగొని, బహుపది పదాల గుణకాలకు బహుపదిశూన్యాలకు మధ్యన గల సంబంధాన్ని సరిచూడండి.

(i) $p(x) = x^2 - x - 6$ (ii) $p(x) = x^2 - 4x + 3$

(iii) $p(x) = x^2 - 4$ (iv) $p(x) = x^2 + 2x + 1$

(i). $p(x) = x^2 - x - 6$

x^2 యొక్క గుణకం $= a$=1
x యొక్క గుణకం $= b$=-1
స్థిర పదము = c= -6

BALABHADRA SURE

సాధన : $p(x) = x^2 - x - 6$

$= x^2 - 3x + 2x - 6$

$= x(x-3) + 2(x-3)$

$= (x-3)(x+2)$

శూన్యాల కొరకు $p(x) = 0$ అనుకొనుము

$(x-3)(x+2) = 0$

$x - 3 = 0$ లేదా $x + 2 = 0$

$x = 3$ లేదా $x = -2$

$p(x) = x^2 - x - 6$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు 3 మరియు -2

$\alpha = 3$ మరియు $\beta = -2$

శూన్యాల మొత్తం $= (3) + (-2) = 1 = \frac{-(-1)}{1} = \frac{-(x \text{ యొక్క గుణకం})}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= (3) \times (-2) = -6 = \frac{-6}{1} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

(ii). $p(x) = x^2 - 4x + 3$

సాధన : $p(x) = x^2 - 4x + 3$

$= x^2 - 3x - x + 3$

$= x(x-3) - 1(x-3)$

$= (x-3)(x-1)$

x^2 యొక్క గుణకం $= a = 1$
x యొక్క గుణకం $= b = -4$
స్థిర పదము $= c = 3$

శూన్యాల కొరకు $p(x) = 0$ అనుకొనుము

$(x-3)(x-1) = 0$

$x - 3 = 0$ or $x - 1 = 0$

$x = 3$ or $x = 1$

$p(x) = x^2 - 4x + 3$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు 3 మరియు 1

$\alpha = 3$ మరియు $\beta = 1$

శూన్యాల మొత్తం $= (3) + (1) = 4 = \frac{-(-4)}{1} = \frac{-(x \text{ యొక్క గుణకం})}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= (3) \times (1) = 3 = \frac{3}{1} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

x^2 యొక్క గుణకం $= a = 1$
x యొక్క గుణకం $= b = 0$

BALABHADRA SURESH

(iii). $p(x) = x^2 - 4$

సాధన : $p(x) = x^2 - 4$

$= x^2 - 2^2$

$= (x+2)(x-2)$

శూన్యాల కొరకు $p(x) = 0$ అనుకొనుము

$(x+2)(x-2) = 0$

$x + 2 = 0$ లేదా $x - 2 = 0$

$x = -2$ లేదా $x = 2$

$p(x) = x^2 - 4$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు -2 మరియు 2

$\alpha = -2$ మరియు $\beta = 2$

శూన్యాల మొత్తం $= (-2) + 2 = 0 = \frac{-(0)}{1} = \frac{-(x \text{ యొక్క గుణకం})}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= (-2) \times 2 = -4 = \frac{-4}{1} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

(iv). $p(x) = x^2 + 2x + 1$

సాధన : $p(x) = x^2 + 2x + 1$

x^2 యొక్క గుణకం $= a = 1$
x యొక్క గుణకం $= b = 2$
స్థిర పదము $= c = 1$

$= x^2 + x + x + 1$

$= x(x+1) + 1(x+1)$

$= (x+1)(x+1)$

శూన్యాల కొరకు $p(x) = 0$ అనుకొనుము

$(x+1)(x+1) = 0$

$x + 1 = 0$ లేదా $x + 1 = 0$

$x = -1$ లేదా $x = -1$

BALABHADRA SURESH

$p(x) = x^2 + 2x + 1$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు -1 మరియు -1

$\alpha = -1$ మరియు $\beta = -1$

శూన్యాల మొత్తం $= (-1) + (-1) = -2 = \frac{-(2)}{1} = \frac{-(x \text{ యొక్క గుణకం})}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= (-1) \times (-1) = 1 = \frac{1}{1} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

ఉదాహరణ-3. $x^2 + 7x + 10$ అనే వర్గబహుపది యొక్క శూన్యాలను కనుగొని, శూన్యాలకు, బహుపది గుణకాలకు సంబంధాన్ని సరిచూడండి.

సాధన : $p(x) = x^2 + 7x + 10$

x^2 యొక్క గుణకం $= a = 1$
x యొక్క గుణకం $= b = 7$
స్థిర పదము $= c = 10$

$= x^2 + 5x + 2x + 10$

$= x(x + 5) + 2(x + 5)$

$= (x + 5)(x + 2)$

శూన్యాల కొరకు $p(x) = 0$ అనుకొనుము

$(x + 5)(x + 2) = 0$

$x + 5 = 0$ లేదా $x + 2 = 0$

$x = -5$ లేదా $x = -2$

$p(x) = x^2 + 7x + 10$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు -5 మరియు -2

$\alpha = -5$ మరియు $\beta = -2$

శూన్యాల మొత్తం $= (-5) + (-2) = -7 = \frac{-(7)}{1} = \frac{-(x \text{ యొక్క గుణకం})}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= (-5) \times (-2) = 10 = \frac{10}{1} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

ఉదాహరణ-4. $x^2 - 3$ అనే బహుపది యొక్క శూన్యాలు కనుగొని, శూన్యాలకు బహుపది గుణకాలకు మధ్యగల సంబంధాన్ని సరిచూడండి.

సాధన : $(x) = x^2 - 3$

x^2 యొక్క గుణకం $= a = 1$
x యొక్క గుణకం $= b = 0$
స్థిర పదము $= c = -3$

BALABHADRA SU

$= x^2 - \sqrt{3}^2$

$= (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

శూన్యాల కొరకు $p(x) = 0$ అనుకొనుము

$(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) = 0$

$x + \sqrt{3} = 0$ లేదా $x - \sqrt{3} = 0$

$x = -\sqrt{3}$ లేదా $x = \sqrt{3}$

$p(x) = x^2 - 3$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు $-\sqrt{3}$ మరియు $\sqrt{3}$

$\alpha = -2$ మరియు $\beta = 2$

శూన్యాల మొత్తం $= (-\sqrt{3}\,) + \sqrt{3} = 0 = \frac{-(0)}{1} = \frac{-(\,x \text{ యొక్క గుణకం}\,)}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం$= (-\sqrt{3}\,) \times \sqrt{3} = -3 = \frac{-3}{1} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

ఉదాహరణ-5. ఒక వర్గ బహుపది యొక్క శూన్యాలు మొత్తము మరియు లబ్దము వరుసగా -3 మరియు 2 అయిన ఆ వర్గ బహుపదిని కనుగొనండి.

Sol: శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = -3$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta = 2$

వర్గ బహుపది $= k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$= k[x^2 - (-3)x + 2]$

$= k[x^2 + 3x + 2]$

k=1అయితే

కావలసిన వర్గ బహుపది $= [x^2 + 3x + 2]$

ఉదాహరణ-6. ఒక వర్గ బహుపది యొక్క శూన్యాలు వరుసగా 2 మరియు $\frac{-1}{3}$ అయినచో ఆ బహుపదిని కనుగొనండి.

Sol: వర్గ బహుపది శూన్యాలు $\alpha = 2$ మరియు $\beta = -\frac{1}{3}$

BALABHADRASURESH

$\alpha + \beta = 2 + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{6-1}{3} = \frac{5}{3}$

$\alpha \times \beta = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

వర్గ బహుపది $= \mathrm{k}[x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta]$

$= k[x^2 - \left(\frac{5}{3}\right)x + \left(-\frac{2}{3}\right)]$

$= k[\ x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}\ ]$

k=3 అయినచో

కావలసిన వర్గ బహుపది $= 3[\ x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}\ ]$

$= 3 \times\ x^2 - 3 \times \frac{5}{3}x - 3 \times \frac{2}{3}$

$= 3x^2 - 5x - 2.$

ప్రయత్నించండి (page- 64)

(i). -2 మరియు $\frac{1}{3}$ శూన్యాలు కలిగిన వర్గ బహుపది ని కనుగొనండి .

Sol: వర్గ బహుపది శూన్యాలు $\alpha = -2$ మరియు $\beta = \frac{1}{3}$

$\alpha + \beta = (-2) + \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-6+1}{3} = \frac{-5}{3}$

$\alpha \times \beta = (-2) \times \left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

వర్గ బహుపది $= \mathrm{k}[x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta]$

$= k[x^2 - \left(-\frac{5}{3}\right)x + \left(-\frac{2}{3}\right)]$

$= k[\ x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}\ ]$

k=3అయినచో

కావలసిన వర్గ బహుపది $= 3[\ x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}\ ]$

$= 3 \times\ x^2 + 3 \times \frac{5}{3}x - 3 \times \frac{2}{3}$

$= 3x^2 + 5x - 2.$

(ii). శూన్యాల మొత్తం $\frac{-3}{2}$ మరియు లబ్ధం -1 కలిగిన వర్గ బహుపదిని తెలపండి .

Sol: శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = -\frac{3}{2}$

BALABHADRA SURESH

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta = -1$

వర్గ బహుపది $= k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$$= k\left[x^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)x + (-1)\right]$$

$$= k\left[x^2 + \frac{3}{2}x - 1\right]$$

k=2 అయితే

కావలసిన వర్గ బహుపది $= 2 \times \left[x^2 + \frac{3}{2}x - 1\right]$

$$= 2x^2 + 3x - 2$$

అభ్యాసం – 3.3

1. కింది వర్గ బహుపదులకు శూన్యలను కనుగొని బహుపది గుణకాలకు ,శూన్యలకు గల సంబంధాన్ని సరిచూడండి .

(i). $x^2 - 2x - 8$

సాధన : $p(x) = x^2 - 2x - 8$

x^2 యొక్క గుణకం $= a = 1$

x యొక్క గుణకం $= b = -2$

స్థిర పదము $= c = -8$

$= x^2 - 4x + 2x - 8$

$= x(x-4) + 2(x-4)$

$= (x-4)(x+2)$

$p(x) = 0$ అనుకొనుము

$(x-4)(x+2) = 0$

$x - 4 = 0$ లేదా $x + 2 = 0$

$x = 4$ లేదా $x = -2$

$p(x) = x^2 - 2x - 8$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు 4 మరియు -2

$\alpha = 4$ మరియు $\beta = -2$

BALABHADRA SURESH

శూన్యాల మొత్తం $= (4) + (-2) = 2 = \frac{-(-2)}{1} = \frac{-(x \text{ యొక్క గుణకం})}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= (4) \times (-2) = -8 = \frac{-8}{1} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

(ii). $4s^2 - 4s + 1$

s^2 యొక్క గుణకం $= a = 4$

s యొక్క గుణకం $= b = -4$

స్థిర పదము $= c = 1$

సాధన: $p(s) = 4s^2 - 4s + 1$

$= 4s^2 - 2s - 2s + 1$

$= 2s(2s - 1) - 1(2s - 1)$

$= (2s - 1)(2s - 1)$

$p(s) = 0$ అనుకొనుము

$(2s - 1)(2s - 1) = 0$

$2s - 1 = 0$ లేదా $2s - 1 = 0$

$2s = 1$ లేదా $2s = 1$

$s = \frac{1}{2}$ లేదా $s = \frac{1}{2}$

$p(s) = 4s^2 - 4s + 1$బహుపది యొక్క శూన్యాలు $\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{1}{2}$

శూన్యాల మొత్తం $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1 = \frac{-(-4)}{4} = \frac{-(s \text{ యొక్క గుణకం})}{s^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

(iii). $6x^2 - 3 - 7x$

x^2 యొక్క గుణకం $= a = 6$

x యొక్క గుణకం $= b = -7$

స్థిర పదము $= c = -3$

సాధన: $p(x) = 6x^2 - 7x - 3$

$= 6x^2 - 9x + 2x - 3$

$= 3x(2x - 3) + 1(2x - 3)$

$= (2x - 3)(3x + 1)$

BALABHADRA SURESH

$p(x) = 0$ అనుకొనుము

$(2x-3)(3x+1) = 0$

$2x - 3 = 0$ లేదా $3x + 1 = 0$

$2x = 3$ లేదా $3\,x = -1$

$x = \frac{3}{2}$ లేదా $x = \frac{-1}{3}$

$p(x) = 6x^2 - 7x - 3$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు $\frac{3}{2}$ మరియు $\frac{-1}{3}$

$\alpha = 4$ మరియు $\beta = -2$

శూన్యాల మొత్తం $= (\frac{3}{2}) + (\frac{-1}{3}) = \frac{9-2}{6} = \frac{7}{6} = \frac{-(-7)}{6} = \frac{-(x \text{ యొక్క గుణకం})}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం$= (\frac{3}{2}) \times (\frac{-1}{3}) = \frac{-3}{6} = = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

(iv). $4u^2 + 8u$

u^2 యొక్క గుణకం $= a = 4$
u యొక్క గుణకం $= b = 8$
స్థిర పదము $= c = 0$

సాధన: $P(u) = 4u^2 + 8u$

$= 4u(u+2)$

$p(u) = 0$ అనుకొనుము

$4u(u+2) = 0$

$4u = 0 \quad or \quad u + 2 = 0$

$u = 0 \quad or \quad u = -2$

$p(u) = 4u^2 + 8u$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు 0 మరియు -2

శూన్యాల మొత్తం $= 0 + (-2) = -2 = \frac{-8}{4} = \frac{-(u \text{ యొక్క గుణకం})}{u^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం$= 0 \times (-2) = 0 = \frac{0}{4} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{u^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

(v). $t^2 - 15$

t^2 యొక్క గుణకం $= a = 1$
t యొక్క గుణకం $= b = 0$

BALABHADRA SURESH

సాధన: $p(t) = t^2 - 15$

$$= t^2 - (\sqrt{15})^2$$

$$= (t + \sqrt{15})(t - \sqrt{15})$$

$p(t) = 0$ అనుకొనుము

$(t + \sqrt{15})(t - \sqrt{15}) = 0$

$t + \sqrt{15} = 0$ లేదా $t - \sqrt{15} = 0$

$t = \sqrt{15}$ లేదా $t = -\sqrt{15}$

$p(t) = t^2 - 15$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు $\sqrt{15}$ మరియు $-\sqrt{15}$

శూన్యాల మొత్తం $= \sqrt{15} + (-\sqrt{15}) = 0 = \frac{-0}{1} = \frac{-(t \text{ యొక్క గుణకం})}{t^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం$= \sqrt{15} \times (-\sqrt{15}) = -15 = \frac{-15}{1} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{t^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

(vi). $3x^2 - x - 4$

సాధన:$p(x) = 3x^2 - x - 4$

x^2 యొక్క గుణకం $= a = 3$

x యొక్క గుణకం $= b = -1$

స్థిర పదము $= c = -4$

$$= 3x^2 - 4x + 3x - 4$$

$$= x(3x - 4) + 1(3x - 4)$$

$$= (3x - 4)(x + 1)$$

$p(x) = 0$ అనుకొనుము

$(3x - 4)(x + 1) = 0$

$3x - 4 = 0$ లేదా $x + 1 = 0$

$3x = 4$ లేదా $x = -1$

$x = \frac{4}{3}$ లేదా $x = -1$

BALABHADRA SURESH

$p(x) = 3x^2 - x - 4$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు $\frac{4}{3}$ మరియు -1

$\alpha = 4$ మరియు $\beta = -2$

శూన్యాల మొత్తం $= (\frac{4}{3}) + (-1) = \frac{4-3}{3} = \frac{1}{3} = \frac{-(-1)}{3} = \frac{-(x \text{ యొక్క గుణకం})}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= (\frac{4}{3}) \times (-1) = \frac{-4}{3} = \frac{\text{స్థిర పదము}}{x^2 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

2. **ఒక వర్గ బహుపది యొక్క శూన్యాల మొత్తము మరియు లబ్ధాలు వరుసగా ఇవ్వబడినవి .ప్రతీ సందర్భం లోనూ ఆయా వర్గబహుపదులను కనుగొనండి .**

(i). $\frac{1}{4}, -1$

సాధన: శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = \frac{1}{4}$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta = -1$

వర్గబహుపది $= \mathrm{k}[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$= k[x^2 - \left(\frac{1}{4}\right)x + (-1)]$

$= k[\, x^2 - \frac{1}{4}x - 1\,]$

k=4 అయినచో

వర్గబహుపది$= 4 \times [\, x^2 - \frac{1}{4}x - 1\,]$

$= 4x^2 - x - 4$

(ii). $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$

సాధన: శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = \sqrt{2}$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta = \frac{1}{3}$

వర్గబహుపది $= \mathrm{k}[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$= k[x^2 - \sqrt{2}x + \left(\frac{1}{3}\right)]$

k=3 అయితే

BALABHADRA SURESH

వర్గబహుపది= $3 \times [x^2 - \sqrt{2}x + \left(\frac{1}{3}\right)]$

$$= 3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$$

(iii). $0, \sqrt{5}$

సాధన: శూన్యాల మొత్తం= $\alpha + \beta = 0$

శూన్యాల లబ్ధం= $\alpha\beta = \sqrt{5}$

వర్గబహుపది = $\mathrm{k}[x^2 - (0)x + \sqrt{5}]$

$$= k[x^2 + \sqrt{5}]$$

k=1అయితే

వర్గబహుపది= $x^2 + \sqrt{5}$

(iv). 1,1

సాధన: శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = 1$

శూన్యాల లబ్ధం= $\alpha\beta = 1$

వర్గబహుపది = $k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$$= k[x^2 - (1)x + 1]$$

$$= k[x^2 - x + 1]$$

k=1 అయినచో

వర్గబహుపది= $[x^2 - x - 1]$

BALABHADRA SURESH

(v). $-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

సాధన: శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = -\frac{1}{4}$

శూన్యాల లబ్ధం= $\alpha\beta = \frac{1}{4}$

వర్గబహుపది = $k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$$= k\left[x^2 - \left(-\frac{1}{4}\right)x + \frac{1}{4}\right]$$

$$= k\left[x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right]$$

k=4 అయినచో

వర్గబహుపది $= 4 \times \left[x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right]$

$= 4x^2 + x + 1$

(vi). 4,1

సాధన : శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = 4$

శూన్యాల లబ్ధం$= \alpha\beta = 1$

వర్గబహుపది$= k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$= k[x^2 - (4)x + 1]$

$= k[x^2 - 4x + 1]$

k=1 అయినచో

వర్గబహుపది$= [x^2 - 4x + 1]$

3. ఒక వర్గ బహుపది యొక్క శూన్యాలు α, β లు దిగువ ఇవ్వబడినవి . ప్రతీ సందర్భంలోనూ ఆయా బహుపదులను కనుగొనండి .

(i). 2,-1

సాధన: $\alpha = 2, \beta = -1$

శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = 2 + (-1) = 1$

శూన్యాల లబ్ధం$= \alpha\beta = 2 \times (-1) = -2$

వర్గబహుపది$= k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$= k[x^2 - (1)x + (-2)]$

$= k[x^2 - x - 2]$

k=1 అయినచో

వర్గబహుపది $= x^2 - x - 2$

(ii). $\sqrt{3}, -\sqrt{3}$

సాధన: $\alpha = \sqrt{3}, \beta = -\sqrt{3}$

శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = \sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$

శూన్యాల లబ్ధం$= \alpha\beta = \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3$

వర్గబహుపది$= k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

BALABHADRA SURESH

$= k[x^2 - (0)x + (-3)]$

$= k[x^2 - 3]$

k=1అయినచో వర్గబహుపది $= x^2 - 3$

(iii). $\frac{1}{4}, -1$

సాధన: $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = -1$

శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = \frac{1}{4} + (-1) = \frac{1-4}{4} = \frac{-3}{4}$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta = \frac{1}{4} \times (-1) = -\frac{1}{4}$

వర్గబహుపది= $k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$= k\left[x^2 - \left(\frac{-3}{4}\right)x + (-\frac{1}{4})\right]$

$= k\left[x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\right]$

k=4 అయినచో

కావలసిన వర్గబహుపది= $4 \times \left[x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\right]$

$= 4 \times x^2 + 4 \times \frac{3}{4}x - 4 \times \frac{1}{4}$

$= 4x^2 + 3x - 1$

(iv). $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

సాధన: $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{3}{2}$

శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

శూన్యాల లబ్ధం= $\alpha\beta = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$

వర్గబహుపది $= k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$= k\left[x^2 - (2)x + \frac{3}{4}\right]$

$= k\left[x^2 - 2x + \frac{3}{4}\right]$

k=4 అయితే

కావలసిన వర్గబహుపది $= 4 \times \left[x^2 - 2x + \frac{3}{4}\right]$

$= 4 \times x^2 - 4 \times 2x - 4 \times \frac{3}{4}$

BALABHADRA SURESH

$= 4x^2 - 8x - 3$

ఘన బహుపదులు :

1. α, β, γ లు ఘన బహుపది $ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$ యొక్క శూన్యాలు అయితే

(i). $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-(x^2 \text{ యొక్క గుణకం})}{x^3 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-b}{a}$

(ii). $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{x \text{ యొక్క గుణకం}}{x^3 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{c}{a}$

(iii). $\alpha\beta\gamma = \frac{-(\text{స్థిర పదం})}{x^3 \text{ యొక్క గుణకం}} = \frac{-d}{a}$

2. α, β, γ లు శూన్యాలుగా గల ఘన బహుపది

$= k[x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma]$

ఇవి చేయండి (page- 66)

1. α, β మరియు γ అనేవి ఒక ఘన బహుపది యొక్క శూన్యాలయితే $\alpha + \beta + \gamma, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha, \alpha\beta\gamma$ లను కనుగొనుము .

1) $x^3 - 3x^2 - x - 2$ $[a = 1, b = -3, c = -1, d = -2]$

సాధన : $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = \frac{3}{1} = 3$

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$

$\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a} = \frac{-(-2)}{1} = \frac{2}{1} = 2$

2) $4x^3 + 8x^2 - 6x - 2$ $[a = 4, b = 8, c = -6, d = -2]$

సాధన: $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a} = \frac{-8}{4} = -2$

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$

$\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a} = \frac{-(-2)}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

3) $x^3 + 4x^2 - 5x - 2$ $[a = 1, b = 4, c = -5, d = -2]$

సాధన : $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{1} = -4$

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} = \frac{-5}{1} = -5$

$\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a} = \frac{-(-2)}{1} = \frac{2}{1} = 2$

BALABHADRA SURESH

4) x^3+5x^2+4 $[a=1, b=5, c=0, d=4]$

సాధన : $\alpha+\beta+\gamma=\frac{-b}{a}=\frac{-5}{1}=-5$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}=\frac{0}{1}=0$$

$$\alpha\beta\gamma=\frac{-d}{a}=\frac{-4}{1}=-4$$

ఉదాహరణ -7: ఘన బహుపది $p(x)=3x^3-5x^2-11x-3$ యొక్క శూన్యాలు $3, -1$ మరియు $-\frac{1}{3}$ అగునని చూపండి .బహుపది గుణకాలకు శూన్యాలకు మధ్యగల సంబంధాన్ని సరిచూడండి .

సాధన : $P(x)=3x^3-5x^2-11x-3$

$$P(3)=3(3)^3-5(3)^2-11(3)-3$$
$$=3\times27-5\times9-33-3$$
$$=81-45-33-3$$
$$=81-81=0$$

$$P(-1)=3(-1)^3-5(-1)^2-11(-1)-3$$
$$=3\times(-1)-5\times1+11-3$$
$$=-3-5+11-3=-11+11=0$$

$$P\left(-\frac{1}{3}\right)=3(-\tfrac{1}{3})^3-5\left(-\frac{1}{3}\right)^2-11(-\tfrac{1}{3})-3$$
$$=3\left(-\frac{1}{27}\right)-5\left(\frac{1}{9}\right)+\frac{11}{3}-3$$
$$=-\frac{1}{9}-\frac{5}{9}+\frac{11}{3}-3$$
$$=\frac{-1-5+33-27}{9}=\frac{-33+33}{9}=0$$

$P(3)=0$, $P(-1)=0$, మరియు $P\left(-\frac{1}{3}\right)=0$

కావున $3, -1, -\frac{1}{3}$ అనేవి ఘన బహుపది $P(x)=3x^3-5x^2-11x-3$యొక్క శూన్యాలు అవుతాయి .

$$\alpha=3, \beta=-1, \gamma=-\frac{1}{3}$$

$$\alpha+\beta+\gamma=3+(-1)+\left(\frac{-1}{3}\right)=2-\frac{1}{3}=\frac{5}{3}=\frac{-(-5)}{3}=\frac{-b}{a}$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3\times(-1)+(-1)\times\left(\frac{-1}{3}\right)+\left(\frac{-1}{3}\right)\times3=-3+\frac{1}{3}-1=\frac{-11}{3}=\frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma=3\times(-1)\times\left(\frac{-1}{3}\right)=1=\frac{-(-3)}{3}=\frac{-d}{a}$$

BALABHADRA SURESH

(అభ్యాసం -3.3) 4. ఒక ఘన బహుపది x^3+3x^2-x-3 యొక్క శూన్యాలు 1,-1 మరియు -3 అగునని సరిచూడండి . బహుపది గుణకాలకు శూన్యాలకు మధ్యగల సంబంధాన్ని సరిచూడండి

సాధన : $p(x) = x^3+3x^2-x-3$

x^3యొక్క గుణకం $= a = 1$
x^2యొక్క గుణకం $= b = 3$
xయొక్క గుణకం $= c = -1$
స్థిర పదం $= d = -3$

$p(1) = (1)^3+3(1)^2-1-3$

$= 1+3-1-3 = 4-4 = 0$

$p(-1) = (-1)^3+3(-1)^2-(-1)-3$

$= -1+3+1-3 = 4-4 = 0$

$p(-3) = (-3)^3+3(-3)^2-(-3)-3$

$= -27+27+3-3 = 30-30 = 0$

$p(1) = 0, p(-1) = 0$ మరియు $p(-3) = 0$

$\therefore 1, -1$ మరియు -3 లు ఘన బహుపది x^3+3x^2-x-3 యొక్క శూన్యాలు అవుతాయి .

$\alpha = 1,\ \beta = -1$ మరియు $\gamma = -3$

$$\alpha+\beta+\gamma = 1+(-1)+(-3) = -3 = \frac{-3}{1} = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = 1\times(-1)+(-1)\times(-3)+(-3)\times 1 = -1+3-3 = -1 = \frac{-1}{1} = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = 1\times(-1)\times(-3) = 3 = \frac{-(-3)}{1} = \frac{-d}{a}$$

BALABHADRA SURESH

బహుపదుల భాగహార నియమము

విభాజ్యము = (విభాజకము ×భాగఫలం) + శేషము

భాగఫలం
విభాజకము) విభాజ్యం
శేషము

ఉదాహరణ -8. $2x^2 + 3x + 1$ ను $x + 2$ చే భాగించండి

సాధన :

విభాజకము $= x+2$

విభాజ్యము $= 2x^2+3x+1$

భాగఫలము $= 2x-1$

శేషము $= 3$

$$\begin{array}{r|l} & 2x - 1 \\ x+2 & 2x^2 + 3x + 1 \\ & \underline{\overset{(-)}{2x^2} \overset{(-)}{+4x}} \\ & -x + 1 \\ & \underline{\overset{(+)}{-x} \overset{(+)}{-2}} \\ & 3 \end{array}$$

(విభాజకము ×భాగఫలం) + శేషము

$= (x + 2)(2x - 1) + 3$

$= 2x^2 - x + 4x - 2 + 3$

$= 2x^2 + 3x + 1 =$ విభాజ్యము

ఉదాహరణ -9. $3x^3 + x^2 + 2x + 5$ ను $1 + 2x + x^2$ చే భాగించండి.

సాధన :

విభాజకము $= x^2 + 2x + 1$

విభాజ్యం $= 3x^3 + x^2 + 2x + 5$

భాగఫలం $= 3x - 5$

శేషము $= 9x + 10$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x - 5 \\
x^2 + 2x + 1 & 3x^3 + x^2 + 2x + 5 \\
 & 3x^3 + 6x^2 + 3x \\
 & (-) \quad (-) \quad (-) \\
\hline
 & -5x^2 - x + 5 \\
 & -5x^2 - 10x - 5 \\
 & (+) \quad (+) \quad (+) \\
\hline
 & 9x + 10 \\
\hline
\end{array}
$$

(విభాజకము × భాగఫలం) +శేషము

$= (x^2 + 2x + 1)(3x - 5) + (9x + 10)$

$= 3x^3 + 6x^2 + 3x - 5x^2 - 10x - 5 + 9x + 10$

$= 3x^3 + x^2 + 2x + 5$

బహుపదులలో భాగహార న్యాయం :

$p(x)$ మరియు $g(x)$ అనేవి రెండు బహుపదులు, $g(x) \neq 0$, అయినపుడు

$p(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$ అగునట్లు $q(x)$ మరియు $r(x)$ బహుపదులు ఉంటాయి

ఇక్కడ $r(x) = 0$ లేదా $r(x)$పరిమాణం $< g(x)$ యొక్క పరిమాణం .

(i) $g(x)$ అనేది ఒక రేఖీయ బహుపది అయిన $r(x) = r$ ఒక స్థిరాంకం .

(ii) $q(x)$ యొక్క పరిమాణం 1, అయిన $p(x)$యొక్క పరిమాణం $= 1 + g(x)$యొక్క పరిమాణం అగును .

(iii) $p(x)$ ను $(x - a)$ చే భాగిస్తే వచ్చే శేషం $p(a)$ అగును.

(iv) $r = 0$ అయితే $p(x)$ ను $q(x)$ ఖచ్చితంగా భాగిస్తుందని లేదా $q(x)$ అనేది $p(x)$యొక్క కారణాంకం అగునని చెప్పవచ్చు

ఉదాహరణ -10. $3x^2 - x^3 - 3x + 5$ ను $x - 1 - x^2$ చే భాగించి, భాగహార నియమాన్ని సరిచూడండి .

BALABHADRA SURESH

సాధన :

విభాజ్యం $= -x^3 + 3x^2 - 3x + 5$

విభాజకము $= -x^2 + x - 1$

భాగఫలం $= x - 2$

శేషము $= 3$

విభాజ్యం = విభాజకము × భాగఫలం + శేషము

$$\begin{array}{r} x \;-2 \\ -x^2 + x - 1 \,\big)\, -x^3 + 3x^2 - 3x \\ -x^3 + \;\; x^2 - \;\; x \\ (+) \quad (-) \quad (+) \\ \hline 2x^2 - 2x + 5 \\ 2x^2 \\ (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

$= (-x^2 + x - 1) \times (x - 2) + 3$

$= -x^3 - 2x^2 + x^2 - 2x - x + 2 + 3$

$= -x^3 + 3x^2 - 3x + 5$

భాగాహారం సరిచూడడమైనది .

ఉదాహరణ -11. $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ అను బహుపదికి $\sqrt{2}$ మరియు $-\sqrt{2}$ రెండు శూన్యాలు అయిన మిగిలిన అన్ని శూన్యలను కనుగొనండి .

సాధన : $p(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$

$\sqrt{2}$ మరియు $-\sqrt{2}$ లు p(x) కు రెండు శూన్యాలు

$(x - \sqrt{2}) \times (x + \sqrt{2}) = x^2 - (\sqrt{2})^2 = x^2 - 2$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 3x + 1 \\ x^2 - 2 \,\big)\, 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2 \\ 2x^4 \qquad\quad - 4x^2 \qquad\qquad \\ (-) \qquad\qquad (+) \qquad\qquad \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 2 \\ -3x^3 \qquad\; + 6x \qquad \\ (+) \qquad\quad (-) \qquad \\ \hline x^2 - 2 \\ x^2 - 2 \\ (-) \quad (+) \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

P(x) ను $x^2 - 2$ చే భాగించగా

భాగఫలం $= 2x^2 - 3x + 1$

$= 2x^2 - 2x - x + 1$

$= 2x(x - 1) - 1(x - 1)$

$= (x - 1)(2x - 1)$

శూన్యాల కొరకు $x - 1 = 0$ మరియు $2x - 1 = 0$

$\Rightarrow x = 1$ మరియు $x = \frac{1}{2}$

BALABHADRA SURESH

బహుపది p(x) యొక్క శూన్యాలు $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 1$ మరియు $\frac{1}{2}$.

అభ్యాసం – 3.4

1. కింద ఇవ్వబడిన బహుపదులలో p(x) బహుపదిని g(x) బహుపది చే భాగించి భాగఫలాన్ని, శేషాన్ని కనుగొనం:

(i) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3, g(x) = x^2 - 2$

భాగఫలం $= x - 3$

శేషము $= 7x - 9$

$$\begin{array}{r|l} & x - 3 \\ \hline x^2 - 2 & x^3 - 3x^2 + 5x - 3 \\ & x^3 \qquad\quad - 2x \\ & (-) \qquad\quad (+) \\ \hline & -3x^2 + 7x - 3 \\ & -3x^2 \qquad + 6 \\ & (+) \qquad\quad (-) \\ \hline & 7x - 9 \end{array}$$

(ii) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5, g(x) = 2 - x^2$

సాధన :

భాగఫలం $= x^2 + x - 3$

శేషము $= 8$

$$\begin{array}{r|l} & x^2 + x - 3 \\ \hline x^2 - x + 1 & x^4 \qquad - 3x^2 + 4x + 5 \\ & x^4 - x^3 + x^2 \\ & (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline & x^3 - 4x^2 + 4x \\ & x^3 - x^2 + x \\ & (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline & -3x^2 + 3x + 5 \\ & -3x^2 + 3x - 3 \\ & (-) \quad (-) \quad (+) \\ \hline & 8 \end{array}$$

(iii) $p(x) = x^4 - 5x + 6, g(x) = 2 - x^2$

సాధన :

భాగఫలం $= -x^2 - 2$

శేషము $= -5x + 10$

$$\begin{array}{r|l} & -x^2 - 2 \\ \hline -x^2 + 2 & x^4 \qquad - 5x + 6 \\ & x^4 - 2x^2 \\ & (-) \quad (+) \\ \hline & 2x^2 - 5x + 6 \\ & 2x^2 \qquad - 4 \\ & (-) \qquad (+) \\ \hline & -5x + 10 \end{array}$$

2. కింది బహుపదులలో రెండవ బహుపదిని, మొదటి బహుపదిచే భాగించి ప్రతి సందర్భంలో మొదటి బహుపది కారణాంకం అగునో, కాదో సరిచూడండి :

(i) $t^2 - 3, 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$

Sol:

శేషము $=0$ కావున

$$\begin{array}{r|l} & 2t^2 + 3t \\ \hline t^2 - 3 & 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t \\ & 2t^4 \qquad - 6t^2 \\ & (-) \qquad (+) \\ \hline & 3t^3 + 4t^2 - 9t - 12 \\ & 3t^3 \qquad - 9t \\ & (-) \qquad (+) \end{array}$$

BALABHADRA SURESH

$t^2 - 3$ బహుపది $2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$ బహుపదికి

కారణాంకం అగును

$(ii)\ x^2 + 3x + 1, 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x^2 - 4x \\
x^2 + 3x + 1 & 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2 \\
 & 3x^4 + 9x^3 + 3x^2 \\
 & (-)\quad (-)\quad (-) \\ \hline
 & -4x^3 - 10x^2 + 2x + 2 \\
 & -4x^3 - 12x^2 - 4x \\
 & (+)\quad (+) \\ \hline
 & 2x^2 + 6x + 2 \\
 & 2x^2 + 6x + 2 \\
 & (-)\quad (-)\quad (-) \\ \hline
 & 0
\end{array}
$$

శేషము $=0$ కావున

$x^2 + 3x + 1$బహుపది $3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$బహుపదికి

కారణాంకం అగును

$(iii) x^3 - 3x + 1, x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$

Sol:

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 - 1 \\
x^3 - 3x + 1 & x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1 \\
 & x^5 - 3x^3 + x^2 \\
 & (-)\quad (+)\quad (-) \\ \hline
 & -x^3 + 3x + 1 \\
 & -x^3 + 3x - 1 \\
 & (+)\quad (-)\quad (+) \\ \hline
 & 2
\end{array}
$$

శేషము $=2$ కావున

$x^3 - 3x + 1$ బహుపది $x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$ బహుపదికి

కారణాంకం కాదు

3. $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$, అను బహుపదికి రెండు శూన్యాలు $\sqrt{\frac{5}{3}}$ మరియు $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ అయిన మిగిలిన రెండు శూన్యాలను కనుగొనండి

BALABHADRA SURESH

సాధన : $p(x) = 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$

ఇచ్చిన శూన్యాలు $\sqrt{\frac{5}{3}}$ మరియు $-\sqrt{\frac{5}{3}}$

$i.e.\, x = \sqrt{\frac{5}{3}}$ మరియు $x = -\sqrt{\frac{5}{3}}$

$x - \sqrt{\frac{5}{3}} = 0$ మరియు $x + \sqrt{\frac{5}{3}} = 0 \Rightarrow \left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right) \times \left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right) = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 5 = 0$

$3x^2 - 5$ అనేది $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ కి కారణాంకం అవుతుంది

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2 + 2x + 1 \\
3x^2 - 5 & 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5 \\
 & 3x^4 \qquad\quad - 5x^2 \\
 & (-) \qquad\quad (+) \\
\hline
 & 6x^3 + 3x^2 - 10x - 5 \\
 & 6x^3 \qquad\quad - 10x \\
 & (-) \qquad\quad (+) \\
\hline
 & 3x^2 \qquad - 5 \\
 & 3x^2 \qquad - 5 \\
 & (-) \qquad (+) \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

P(x) ను $3x^2 - 5$ చే భాగించగా

భాగఫలం $= x^2 + 2x + 1 = (x+1)(x+1)$

శూన్యాల కొరకు $x + 1 = 0$ మరియు $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ మరియు $x = -1$

మిగిలిన రెండు శూన్యాలు $-1, -1$

4. $x^3 - 3x^2 + x + 2$ అను బహుపదిని g(x) అనే బహుపదిచే భాగిస్తే భాగఫలము x – 2 మరియు – 2x + 4, అయిన g(x) ను కనుగొనుము .

సాధన : విభాజ్యము $= p(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$

భాగఫలం$= q(x) = x - 2$

శేషము $= r(x) = -2x + 4$

విభాజకము $= g(x) =?$

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2 - x + 1 \\
x - 2 & x^3 - 3x^2 + 3x - 2 \\
 & x^3 - 2x^2 \\
 & (-) \quad (+) \\
\hline
 & -x^2 \\
 & -x^2 + 2x
\end{array}$$

BALABHADRA SURESH

భాగహార నియమము ప్రకారం

p(x) = g(x) q(x) + r(x)

$x^3 - 3x^2 + x + 2 = g(x) \times (x-2) + (-2x+4)$

$x^3 - 3x^2 + x + 2 + 2x - 4 = g(x) \times (x-2)$

$x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = g(x) \times (x-2)$

$$g(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{x-2}$$

$g(x) = x^2 - x + 1$

5. భాగహార నియమము మరియు దిగువ ఇవ్వబడిన నియమాలను తృప్తి పరిచే విధంగా p(x), g(x), q(x) మరియు r(x), బహుపదులకు తగిన ఉదాహరణలను ఇవ్వండి.

(i) p(x) పరిమాణం = q(x) పరిమాణం

సాధన : $p(x) = 4x^2 + 8x + 4$

$q(x) = x^2 + 2x + 1$

p(x) *పరిమాణం* = q(x) *పరిమాణం* =2

$g(x) = 4$ మరియు $r(x) = 0$

(ii) q(x) పరిమాణం = r(x) పరిమాణం

సాధన : $q(x) = x^2 + 2x + 1$

$r(x) = 2x^2 + 3$

$g(x) = x - 2$

$p(x) = (x-2) \times (x^2 + 2x + 1) + 2x^2 + 3$

$= x^3 + 2x^2 + x - 2x^2 - 4x - 2 + 2x^2 + 3$

$= x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

(iii) deg r(x) పరిమాణం = 0

సాధన : $p(x) = x^2 + 5x + 7$

$g(x) = x + 2$

$q(x) = x + 3$

BALABHADRA SURESH

$r(x) = 1$

r(x) పరిమాణం =0

BALABHADRA SURESH