

- $ax + by + c = 0$ రూపంలో వుండి a, b, c లు వాస్తవ సంఖ్యలవుతూ కనీసం a లేదా b సున్నా కానట్టి (i.e. $a^2 + b^2 \neq 0$), సమీకరణాన్ని రెండుచరరాశులు x మరియు y లలో రేఖీయ సమీకరణం అందురు.
- ఒకే రకమైన రెండు చరరాశులు గల రెండు రేఖీయ సమీకరణాలను రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత అందురు

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad (a_1^2 + b_1^2 \neq 0)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad (a_2^2 + b_2^2 \neq 0)$$

3.

నిష్పత్తుల పోలిక	సూచించే గ్రాఫ్	బీజగణిత వివరణ	సాధన	రేఖాచిత్రం
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ఖండన రేఖలు	సంగతము	ఏకైక సాధన	
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	సమాంతర రేఖలు	అసంగతము	సాధన లేదు	
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ఏకీభవించే రేఖలు	సంగతము	అనంతమైన సాధనలు	



ప్రయత్నించండి

- క్రింది సమీకరణాల జతకు 'p' యొక్క ఏ విలువకు ఏకైక సాధన వుంటుందో కనుగొనండి

$$2x + py = -5 \quad \text{మరియు} \quad 3x + 3y = -6$$

$$\text{సాధన : } 2x + py = -5$$

$$2x + py + 5 = 0 \quad ; \quad a_1 = 2, b_1 = p, c_1 = 5$$

$$3x + 3y = -6$$

$$3x + 3y + 6 = 0 \quad ; \quad a_2 = 3, b_2 = 3, c_2 = 6$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల జతకు ఏకైక సాధన వుంటే

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{2}{3} \neq \frac{p}{3} \Rightarrow p \neq 2$$

P విలువ 2 తప్ప మిగిలిన అన్ని వాస్తవ సంఖ్యలకు ఇచ్చిన సమీకరణాల జతకు ఏకైక సాధన ఉంటుంది.

2. $2x - ky + 3 = 0, 4x + 6y - 5 = 0$ సమీకరణాల జతకు 'k' యొక్క ఏ విలువకు అవి సమాంతర రేఖలవుతాయో కనుగొనండి.

సాధన : $2x - ky + 3 = 0$; $a_1 = 2, b_1 = -k, c_1 = 3$

$4x + 6y - 5 = 0$; $a_2 = 4, b_2 = 6, c_2 = -5$

ఇచ్చిన సమీకరణాల జత సమాంతర రేఖలైతే

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{-k}{6}$$

$$\Rightarrow -k \times 4 = 2 \times 6$$

$$\Rightarrow -k = \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow k = -3$$

3. 'k' యొక్క ఏ విలువకు $3x + 4y + 2 = 0$ మరియు $9x + 12y + k = 0$ రేఖా సమీకరణాల జత ఏకీభవించే రేఖలవుతాయో కనుగొనండి .

సాధన : $3x + 4y + 2 = 0$; $a_1 = 3, b_1 = 4, c_1 = 2$

$9x + 12y + k = 0$; $a_2 = 9, b_2 = 12, c_2 = k$

ఇచ్చిన సమీకరణాల జత ఏకీభవించే రేఖలైతే

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{2}{k}$$

$$\Rightarrow k \times 3 = 2 \times 9$$

$$\Rightarrow k = \frac{18}{3} = 6$$

4. 'p' యొక్క ఏ ధనవిలువలకు క్రింది సమీకరణాల జతకు అనంత సాధనలుంటాయో కనిగొనండి $px +$

$3y - (p - 3) = 0; 12x + py - p = 0$

సాధన : $px + 3y - (p - 3) = 0$; $a_1 = p, b_1 = 3, c_1 = -(p - 3)$

$12x + py - p = 0$; $a_2 = 12, b_2 = p, c_2 = -p$

ఇచ్చిన సమీకరణాల జతకు అనంత సాధనలుంటే

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{p}{12} = \frac{3}{p} = \frac{-(p - 3)}{-p}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{12} = \frac{3}{p}$$

$$\Rightarrow p^2 = 36 \Rightarrow p = 6$$

అభ్యాసము -4.1

1. గ్రాఫ్ లు గీయకుండా $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$ నిష్పత్తులను పోల్చి, క్రింద ఇచ్చిన రేఖా సమీకరణాల జతలు ఖండన రేఖలో, సమాంతర రేఖలో లేదా ఏకీభవించే రేఖలో కనుగొనుము

a) $5x - 4y + 8 = 0; 7x + 6y - 9 = 0$

సాధన : $5x - 4y + 8 = 0$; $a_1 = 5, b_1 = -4, c_1 = 8$

$7x + 6y - 9 = 0$; $a_2 = 7, b_2 = 6, c_2 = -9$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}; \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{-9} = \frac{-8}{9}$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \text{యిచ్చిన రేఖా సమీకరణాల జతలు ఖండన రేఖలు .}$$

b) $9x + 3y + 12 = 0; 18x + 6y + 24 = 0$

సాధన : $9x + 3y + 12 = 0$; $a_1 = 9, b_1 = 3, c_1 = 12$

$18x + 6y + 24 = 0$; $a_2 = 18, b_2 = 6, c_2 = 24$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \text{యిచ్చిన రేఖా సమీకరణాల జతలు ఏకీభవించే రేఖలు}$$

c) $6x - 3y + 10 = 0; 2x - y + 9 = 0$

సాధన : $6x - 3y + 10 = 0$; $a_1 = 6, b_1 = -3, c_1 = 10$

$2x - y + 9 = 0$; $a_2 = 2, b_2 = -1, c_2 = 9$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2} = 3; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = 3; \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \text{యిచ్చిన రేఖా సమీకరణాల జతలు సమాంతర రేఖలు}$$

రేఖీయ సమీకరణాల జతకు సాధన కనుగొనడానికి బీజగణిత పద్ధతులు

ప్రతిక్షేపన పద్ధతి



ఇవి చేయండి

క్రింద యిచ్చిన ప్రతి జత సమీకరణాలను ప్రతిక్షేపన పద్ధతి ద్వారా సాధించండి .

1. $3x - 5y = -1; x - y = -1$

సాధన : $3x - 5y = -1 \rightarrow (1)$

$x - y = -1 \rightarrow (2)$

(2) నుండి : $x = -1 + y$

దీనిని (1) వ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$3(-1 + y) - 5y = -1$$

$$-3 + 3y - 5y = -1$$

$$-2y = -1 + 3$$

$$-2y = 2$$

$$y = \frac{2}{-2} = -1$$

$y = -1$ ని సమీకరణం (2) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$x = -1 - 1 = -2$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = -2$ మరియు $y = -1$.

2. $x + 2y = -1; 2x - 3y = 12$

సాధన : $x + 2y = -1 \rightarrow (1)$

$2x - 3y = 12 \rightarrow (2)$

(1)నుండి : $x = -1 - 2y$

దీనిని (2) వ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$2(-1 - 2y) - 3y = 12$

$-2 - 4y - 3y = 12$

$-7y = 12 + 2 = 14$

$y = \frac{14}{-7} = -2$

$y = -2$ ని సమీకరణం (2) లో ప్రతిక్షేపించగా

$x = -1 - 2y = -1 - 2 \times (-2) = -1 + 4 = 3$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = 3$ మరియు $y = -2$

3. $2x + 3y = 9; 3x + 4y = 5$

సాధన : $2x + 3y = 9 \rightarrow (1)$

$3x + 4y = 5 \rightarrow (2)$

(1) నుండి : $3y = 9 - 2x$

$y = \frac{9 - 2x}{3}$

దీనిని (2) వ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$3x + 4\left(\frac{9 - 2x}{3}\right) = 5$

$\frac{9x + 36 - 8x}{3} = 5$

$x + 36 = 15$

$x = 15 - 36$

$x = -21$

$x = -21$ ని సమీకరణం (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$y = \frac{9 - 2x}{3} = \frac{9 - 2(-21)}{3} = \frac{9 + 42}{3} = \frac{51}{3} = 17$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = -21$ మరియు $y = 17$

4. $x + \frac{6}{y} = 6 ; 3x - \frac{8}{y} = 5$

సాధన : $x + \frac{6}{y} = 6 \rightarrow (1)$

$3x - \frac{8}{y} = 5 \rightarrow (2)$

Let $\frac{1}{y} = a$

(1) $\Rightarrow x + 6a = 6 \rightarrow (3)$

(2) $\Rightarrow 3x - 8a = 5 \rightarrow (4)$

(3) నుండి : $x = 6 - 6a$

దీనిని (4) వ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$3(6 - 6a) - 8a = 5$$

$$18 - 18a - 8a = 5$$

$$-26a = 5 - 18 = -13$$

$$a = \frac{-13}{-26} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2$$

$y = 2$ ని సమీకరణం (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$x + \frac{6}{2} = 6 \Rightarrow x + 3 = 6$$

$$\Rightarrow x = 6 - 3 = 3$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = 3$ మరియు $y = 2$

5. $0.2x + 0.3y = 1.3$; $0.4x + 0.5y = 2.3$

సాధన : $0.2x + 0.3y = 1.3$

10 చే గుణించగా

$$2x + 3y = 13 \rightarrow (1)$$

$$0.4x + 0.5y = 2.3$$

10 చే గుణించగా

$$4x + 5y = 23 \rightarrow (2)$$

$$(1) \text{ నుండి : } 2x = 13 - 3y$$

$$\Rightarrow x = \frac{13 - 3y}{2}$$

దీనిని (2) వ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$4\left(\frac{13 - 3y}{2}\right) + 5y = 23$$

$$26 - 6y + 5y = 23$$

$$-y = 23 - 26 = -3$$

$$y = 3$$

$y = 3$ ని సమీకరణం (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$x = \frac{13 - 3y}{2} = \frac{13 - 3 \times 3}{2} = \frac{13 - 9}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = 2$ మరియు $y = 3$

6. $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$; $\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$

సాధన : $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0 \rightarrow (1)$

$$\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0 \rightarrow (2)$$

$$(1) \text{ నుండి : } \sqrt{3}y = -\sqrt{2}x$$

$$y = \frac{-\sqrt{2}x}{\sqrt{3}}$$

దీనిని (2) వ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$\sqrt{3}x - \sqrt{8} \left(\frac{-\sqrt{2}x}{\sqrt{3}} \right) = 0 \Rightarrow \sqrt{3}x + \frac{4x}{\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow \frac{3x + 4x}{\sqrt{3}} = 0$$

$$3x + 4x = 0$$

$$7x = 0$$

$$x = 0$$

$$y = \frac{-\sqrt{2}x}{\sqrt{3}} = 0$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = 0$ మరియు $y = 0$.

చరరాశిని తొలగించు పద్ధతి



ఇవి చేయండి

క్రింది ప్రతీజిత రేఖీయ సమీకరణాలను చరరాశిని తొలగించే పద్ధతి ద్వారా సాధించండి .

1. $8x + 5y = 9$; $3x + 2y = 4$

సాధన : $8x + 5y = 9 \rightarrow (1)$

$$3x + 2y = 4 \rightarrow (2)$$

$$2 \times (1) \Rightarrow 16x + 10y = 18$$

$$5 \times (2) \Rightarrow 15x + 10y = 20$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \underline{16x + 10y = 18} \\ 15x + 10y = 20 \\ \hline x = -2 \end{array}$$

$x = -2$ విలువను సమీకరణం (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$8(-2) + 5y = 9$$

$$-16 + 5y = 9$$

$$5y = 9 + 16$$

$$5y = 25$$

$$y = \frac{25}{5} = 5$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = -2, y = 5$.

2. $2x + 3y = 8$; $4x + 6y = 7$

సాధన : $2x + 3y = 8 \rightarrow (1)$

$$4x + 6y = 7 \rightarrow (2)$$

$$2 \times (1) \Rightarrow 4x + 6y = 16$$

$$1 \times (2) \Rightarrow 4x + 6y = 7$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \underline{4x + 6y = 16} \\ 4x + 6y = 7 \\ \hline 0 = 9 \text{ ఇది సాధ్యం కాదు.} \end{array}$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల జతకు సాధన లేదు .

3. $3x + 4y = 25$; $5x - 6y = -9$

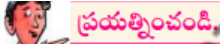
సాధన : $3x + 4y = 25 \rightarrow (1)$

$$\begin{aligned}
5x - 6y &= -9 \rightarrow (2) \\
3 \times (1) &\Rightarrow 9x + 12y = 75 \\
2 \times (2) &\Rightarrow 10x - 12y = -18 \\
\hline
19x &= 57 \\
\hline
x &= \frac{57}{19} = 3
\end{aligned}$$

$x = 3$ విలువను (1) లో వ్రాయగా

$$\begin{aligned}
3(3) + 4y &= 25 \\
9 + 4y &= 25 \\
4y &= 25 - 9 = 16 \\
y &= \frac{16}{4} = 4
\end{aligned}$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = 3, y = 4$.



ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాల జతను సాధించండి

$$\begin{aligned}
(a - b)x + (a + b)y &= a^2 - 2ab - b^2 \rightarrow (1) \\
(a + b)(x + y) &= a^2 + b^2 \rightarrow (2) \\
(1) &\Rightarrow (a - b)x + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2 \\
(2) &\Rightarrow (a + b)x + (a + b)y = a^2 + b^2 \\
\hline
(-) \quad (-) \quad (-) \quad (-) \\
(a - b)x - (a + b)x &= a^2 - 2ab - b^2 - a^2 - b^2 \\
\hline
ax - bx - ax - bx &= -2ab - 2b^2 \\
-2bx &= -2b(a + b) \\
x &= \frac{-2b(a + b)}{-2b} = (a + b)
\end{aligned}$$

$x = (a + b)$ విలువను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$\begin{aligned}
(a - b)(a + b) + (a + b)y &= a^2 - 2ab - b^2 \\
a^2 - b^2 + (a + b)y &= a^2 - 2ab - b^2 \\
(a + b)y &= a^2 - 2ab - b^2 - a^2 + b^2 \\
(a + b)y &= -2ab \\
y &= \frac{-2ab}{a + b}
\end{aligned}$$

కావలసిన సాధన $x = a + b, y = \frac{-2ab}{a + b}$



- ఇద్దరు వ్యక్తుల ఆదాయాల నిష్పత్తి 9 : 7 మరియు వారి ఖర్చుల నిష్పత్తి 4 : 3. వారు ప్రతి ఒక్కరూ నెలకు ₹2000 సొమ్ము ఆదా చేసిన, వారి నెలవారీ ఆదాయాలను కనుగొనండి .

సాధన : ఇద్దరు వ్యక్తుల ఆదాయాల నిష్పత్తి = 9 : 7

వారి ఆదాయాలు $9x$ మరియు $7x$ అనుకొనుము

వారి ఖర్చుల నిష్పత్తి = $4 : 3$

వారి ఖర్చులు $4y$ మరియు $3y$ అనుకొనుము

ప్రతి ఒక్కరూ ఆదాచేసిన సొమ్ము = ₹2000

$$9x - 4y = 2000 \rightarrow (1)$$

$$7x - 3y = 2000 \rightarrow (2)$$

$$3 \times (1) \Rightarrow 27x - 12y = 6000$$

$$4 \times (2) \Rightarrow 28x - 12y = 8000$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline -x \quad \quad \quad = -2000 \\ \hline x = 2000 \end{array}$$

$x = 2000$ ను సమీకరణం (1) లో వ్రాయగా

$$9(2000) - 4y = 2000$$

$$18000 - 4y = 2000$$

$$-4y = 2000 - 18000$$

$$-4y = -16000$$

$$4y = 16000$$

$$y = \frac{16000}{4} = 4000$$

వారి ఆదాయాలు 9×2000 మరియు $7 \times 2000 \Rightarrow ₹18000$ మరియు ₹ 14000

2. ఒక రెండంకెల సంఖ్య మరియు దానిలోని స్థానాలను తారుమారు చేయగా వచ్చిన సంఖ్యల మొత్తము 66. ఆ సంఖ్య లోని రెండు అంకెల భేదము 2 అయిన ఆ సంఖ్యను కనుగొనుము, అటువంటి సంఖ్యలు ఎన్ని ఉంటాయి?

సాధన : ఒకట్ల స్థానం లోని అంకె = x మరియు పదుల స్థానంలోని అంకె = y అనుకొనుము

$$\text{ఆ సంఖ్య} = 10y + x$$

$$\text{స్థానాలను తారుమారు చేయగా వచ్చిన సంఖ్య} = 10x + y$$

$$\text{లొక్క ప్రకారం వీటి మొత్తం} = 66$$

$$(10y + x) + (10x + y) = 66$$

$$11x + 11y = 66 \Rightarrow x + y = 6 \rightarrow (1)$$

$$\text{లొక్క ప్రకారం సంఖ్య లోని రెండు అంకెల భేదము} = 2$$

$$x - y = 2 \rightarrow (2)$$

$$(1) \Rightarrow x + y = 6$$

$$(2) \Rightarrow x - y = 2$$

$$\begin{array}{r} \hline 2x \quad = 8 \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

$x = 4$ విలువను (1) లో వ్రాయగా

$$4 + y = 6$$

$$y = 6 - 4 = 2$$

$$\text{ఆ సంఖ్య} = 10y + x \text{ మరియు } 10x + y$$

$$\Rightarrow 10 \times 2 + 4 \text{ మరియు } 10 \times 4 + 2$$

$$\Rightarrow 24 \text{ మరియు } 42 \text{ అటువంటి సంఖ్యలు రెండు ఉంటాయి}$$

3. రెండు సంపూరక కోణాలలో పెద్ద కోణము, చిన్న కోణము కన్నా 18° ఎక్కువ అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనండి

సాధన : పెద్ద కోణము = x మరియు చిన్న కోణము = y అనుకొనుము

$$\text{సంపూరక కోణముల మొత్తం} = 180^\circ$$

$$x + y = 180^\circ \rightarrow (1)$$

$$\text{లెక్క ప్రకారం పెద్ద కోణము} = \text{చిన్న కోణము} + 18^\circ$$

$$x = y + 18^\circ \Rightarrow x - y = 18^\circ \rightarrow (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow x + y = 180^\circ$$

$$x - y = 18^\circ$$

$$\hline 2x = 198^\circ$$

$$x = \frac{198}{2} = 99^\circ$$

$$x = 99^\circ \text{ విలువను (1)లో వ్రాయగా}$$

$$99^\circ + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow y = 180^\circ - 99^\circ = 81^\circ$$

$$\therefore \text{కావలసిన కోణము లు } 99^\circ \text{ మరియు } 81^\circ$$

4. హైదరాబాద్ లో టాక్సీ ఛార్జీలు రెండు అంశాలుగా వుంటాయి. మొదటిది స్థిర ఛార్జీ కాగా రెండవది దూరాన్ని బట్టి

నిర్ణయించే ఛార్జీ. 10 కి. మీ. దూరం ప్రయాణం చేసినపుడు అయిన మొత్తం ఛార్జీ ₹220. అలాగే 15 కి. మీ దూరం

ప్రయాణం చేసినపుడు అయిన మొత్తము ఛార్జీ ₹310. అయిన

i. స్థిర ఛార్జీ విలువ మరియు ఒక కిలోమీటరుకు అయ్యే ఛార్జీ విలువ ఎంత ?

ii. ఒక వ్యక్తి 25 కి. మీ. దూరం ప్రయాణించిన అతను ఛార్జీల నిమిత్తం చెల్లించవలసిన మొత్తం ఎంత ?

సాధన : స్థిర ఛార్జీ = x

$$\text{ఒక కిలోమీటరుకు అయ్యే ఛార్జీ} = y \text{ అనుకొనుము}$$

$$10 \text{ కి. మీ. దూరం ప్రయాణం చేసినపుడు అయిన మొత్తం ఛార్జీ } ₹220$$

$$x + 10y = 220 \rightarrow (1)$$

$$15 \text{ కి. మీ దూరం ప్రయాణం చేసినపుడు అయిన మొత్తము ఛార్జీ } ₹310.$$

$$x + 15y = 310 \rightarrow (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow x + 15y = 310$$

$$x + 10y = 220$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$5y = 90$$

$$y = \frac{90}{5} = 18$$

$y=18$ ను (1)లో వ్రాయగా

$$x + 10(18) = 220$$

$$x + 180 = 220$$

$$x = 220 - 180 = 40$$

∴ స్థిర ఛార్జీ = $x = ₹40$; ఒక కిలోమీటరుకు అయ్యే ఛార్జీ = $y = ₹18$

ii. ఒక వ్యక్తి 25 కి. మీ. దూరం ప్రయాణించిన అతను ఛార్జీల నిమిత్తం చెల్లించవలసిన మొత్తం

$$= x + 25y = 40 + 25 \times 18 = 40 + 450 = ₹490$$

5. ఒక భిన్నంలో లవ, హారాలకు 1 కలిపిన $\frac{4}{5}$ అవుతుంది. అలాగే లవ, హారాల నుండి 5 తీసివేసిన ఆ భిన్నము $\frac{1}{2}$

అవుతుంది . అయిన ఆ భిన్నాన్ని కనుగొనండి .

సాధన : భిన్నము $= \frac{x}{y}$ అనుకొనుము

లెక్కప్రకారం

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$$

మరియు

$$\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 5(x+1) = 4(y+1) \quad \text{మరియు} \quad 2(x-5) = 1(y-5)$$

$$\Rightarrow 5x+5 = 4y+4 \quad \text{మరియు} \quad 2x-10 = y-5$$

$$\Rightarrow 5x-4y = 4-5 \quad \text{మరియు} \quad 2x-y = -5+10$$

$$\Rightarrow 5x-4y = -1 \rightarrow (1) \quad \text{మరియు} \quad 2x-y = 5 \rightarrow (2)$$

$$(1) \Rightarrow 5x-4y = -1$$

$$4 \times (2) \Rightarrow 8x-4y = 20$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline -3x = -21 \end{array}$$

$$3x = 21$$

$$x = \frac{21}{3} = 7$$

$x = 7$ విలువను (2)లో వ్రాయగా

$$2(7) - y = 5$$

$$14 - y = 5$$

$$y = 14 - 5 = 9$$

∴ కావలసిన భిన్నము $= \frac{7}{9}$

6. ఒక రహదారి పై A, B అనే ప్రదేశాలు 100 కి. మీ. దూరంలో వున్నాయి. A నుండి ఒక కారు, B నుండి ఒక కారు ఒకే సమయంలో వేరు వేరు వేగాలతో ప్రయాణిస్తున్నాయి. ఆ రెండు కార్లు ఒకే దిశ లో ప్రయాణం చేసిన అవి 5 గంటల తరువాత కలుస్తాయి. అలాకాక అవి ఒక దాని వైపు ఒకటి ప్రయాణం చేసిన 1 గంట తరువాత కలుస్తాయి. అయిన ఆ రెండు కార్ల వేగాలను కనుగొనండి ?

సాధన : A నుండి బయలు దేరిన మొదటి కారు వేగం $= x$ కి. మీ./గం

$$\text{కాలం} \times \text{వేగం} = \text{దూరం}$$

B నుండి బయలు దేరిన రెండవ కారు వేగం $= y$ కి. మీ./గం

రెండు కార్లు ఒకే దిశ లో ప్రయాణం చేసినపుడు సాపేక్షవేగం = $(x - y)$ అవి 5 గంటల తరువాత కలుస్తాయి

$$5(x - y) = 100 \Rightarrow x - y = 20 \rightarrow (1)$$

రెండు కార్లు వేరు వేరు దిశ లో ప్రయాణం చేసినపుడు సాపేక్షవేగం = $(x + y)$ అవి 1గంట తరువాత కలుస్తాయి

$$x + y = 100 \rightarrow (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2x = 120$$

$$x = \frac{120}{2} = 60$$

$x = 60$ విలువను (2)లో వ్రాయగా

$$60 + y = 100$$

$$y = 100 - 60 = 40$$

\therefore మొదటి కారు వేగం = 60 కి. మీ./గం, రెండవ కారు వేగం = 40 కి. మీ./గం.

7. రెండు కోణాలు పూరక కోణాలు. పెద్ద కోణము కొలత, చిన్న కోణము రెట్టింపు కన్నా 3° తక్కువ అయిన ఆ రెండు కోణాలను కనుగొనండి.

సాధన : పెద్ద కోణము = x మరియు చిన్న కోణము = y అనుకొనుము

పూరక కోణాల మొత్తం = 90°

$$x + y = 90^\circ \rightarrow (1)$$

లెక్క ప్రకారం పెద్ద కోణము = $2 \times$ చిన్న కోణము + 3°

$$x = 2y - 3^\circ \Rightarrow x - 2y = -3^\circ \rightarrow (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow x + y = 90^\circ$$

$$x - 2y = -3^\circ$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (+) \\ \hline \end{array}$$

$$3y = 93^\circ$$

$$y = \frac{93^\circ}{3} = 31^\circ$$

$y = 31^\circ$ విలువను సమీకరణం (1)లో వ్రాయగా

$$x + 31^\circ = 90^\circ$$

$$x = 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$$

\therefore కావలసిన కోణాలు 59° మరియు 31°

8. ఒక బీజగణిత పాఠ్యపుస్తకంలో 1382 పేజీలు వున్నాయి. దీనిని రెండు భాగాలు చేసిన రెండవ భాగములో, మొదటిభాగము కన్నా 64 పేజీలు ఎక్కువ వున్నాయి. అయిన ప్రతి భాగము లోని పేజీల సంఖ్యను కనుగొనుము.

సాధన : మొదటిభాగము లోని పేజీల సంఖ్య = x

రెండవ భాగము లోని పేజీల సంఖ్య = y అనుకొనుము

మొత్తం పేజీల సంఖ్య = 1382

$$x + y = 1382 \rightarrow (1)$$

రెండవ భాగములో, మొదటిభాగము కన్నా 64 పేజీలు ఎక్కువ వున్నాయి కావున

$$y = x + 64$$

$$x - y = -64 \rightarrow (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2x = 1382 - 64$$

$$2x = 1318$$

$$x = \frac{1318}{2} = 659$$

$x = 659$ విలువను (1)లో వ్రాయగా (ప్రతిక్షేపించగా)

$$659 + y = 1382$$

$$y = 1382 - 659 = 723$$

\therefore మొదటిభాగము లోని పేజీల సంఖ్య =659

రెండవ భాగము లోని పేజీల సంఖ్య =723

9. ఒక రసాయనాలు అమ్మే దుకాణా దారుని వద్ద రెండు రకాల హైడ్రోక్లోరిక్ ఆమ్ల ద్రావణాలున్నాయి. ఒకటి 50% ద్రావణము మరియు రెండవది 80% ద్రావణము. 100మి.లీ. 68% ద్రావణము కావాలన్న ఆ రెండు ద్రావణములను ఎంత పరిమాణంలో తీసుకోవాలి.

సాధన : మొదటి ద్రావణం పరిమాణం = x మి.లీ , రెండవ ద్రావణం పరిమాణం = y మి.లీ అనుకొనుము

$$x + y = 100 \rightarrow (1)$$

లెక్క ప్రకారం

$$50\% \text{ of } x + 80\% \text{ of } y = 68\% \text{ of } 100$$

$$\frac{50x}{100} + \frac{80y}{100} = \frac{68}{100} \times 100$$

$$50x + 80y = 6800$$

$$5x + 8y = 680 \rightarrow (2)$$

$$8 \times (1) \Rightarrow 8x + 8y = 800$$

$$(2) \Rightarrow 5x + 8y = 680$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{3x}{\quad} = \frac{120}{\quad}$$

$$x = \frac{120}{3} = 40$$

$x=40$ విలువను (1)లో వ్రాయగా

$$40 + y = 100$$

$$y = 100 - 40 = 60$$

\therefore మొదటి ద్రావణం పరిమాణం =40మి.లీ

రెండవ ద్రావణం పరిమాణం =60 మి.లీ

10. నీ వద్ద దాచుకొనుటకు ₹12000సొమ్ము కలదనుకొనుము. దానిలో కొంత మొత్తాన్ని 10% వడ్డీరేటుకు మిగిలినది 15% వడ్డీ రేటు వచ్చునట్లు పొదుపు చేయాలి అయితే మొత్తం మీద పొదుపు 12% వడ్డీ రేటు రావాలంటే ఏ వడ్డీ రేటున ఎంత సొమ్ము దాచు కోవాలి?

సాధన : 10% వడ్డీరేటుకు దాచుకోవాలసిన సొమ్ము =x

15% వడ్డీరేటుకు దాచుకోవాలసిన సొమ్ము =y

మొత్తం సొమ్ము = ₹12000

$$x + y = 12000 \rightarrow (1)$$

లెక్క ప్రకారం

10% of x + 15% of y = 12% of 12000

$$\frac{10x}{100} + \frac{15y}{100} = \frac{12}{100} \times 12000$$

$$10x + 15y = 144000 \rightarrow (2)$$

$$(2) \Rightarrow 10x + 15y = 144000$$

$$10 \times (1) \Rightarrow 10x + 10y = 120000$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline 5y = 24000 \end{array}$$

$$y = \frac{24000}{5} = 4800$$

y=4800 విలువను (1)లో వ్రాయగా

$$x + 4800 = 12000$$

$$x = 12000 - 4800 = 7200$$

10% వడ్డీరేటుకు దాచుకోవాలసిన సొమ్ము = ₹7200

15% వడ్డీరేటుకు దాచుకోవాలసిన సొమ్ము = ₹4800

అభ్యాసం -4.3

క్రింది సమీకరణాల జతను, రేఖీయ సమీకరణాల జతలుగా మార్చడం ద్వారా వాటికి సాధన కనుగొనండి .

1. $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$; $\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$

సాధన :

$$5\left(\frac{1}{x-1}\right) + 1\left(\frac{1}{y-2}\right) = 2 \rightarrow (1)$$

$$6\left(\frac{1}{x-1}\right) - 3\left(\frac{1}{y-2}\right) = 1 \rightarrow (2)$$

$$\frac{1}{x-1} = a \text{ మరియు } \frac{1}{y-2} = b \text{ అనుకొనుము}$$

$$5a + b = 2 \rightarrow (3)$$

$$6a - 3b = 1 \rightarrow (4)$$

$$3 \times (3) \Rightarrow 15a + 3b = 6$$

$$(4) \Rightarrow 6a - 3b = 1$$

$$\frac{21a}{21} = 7$$

$$a = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

$a = \frac{1}{3}$ విలువను (4)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$6\left(\frac{1}{3}\right) - 3b = 1$$

$$2 - 3b = 1$$

$$-3b = 1 - 2$$

$$-3b = -1$$

$$b = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$a = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{x-1} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x - 1 = 3$$

$$\Rightarrow x = 3 + 1 = 4$$

$$b = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{y-2} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow y - 2 = 3$$

$$\Rightarrow y = 3 + 2 = 5$$

సమీకరణాల సాధన $x = 4$ మరియు $y = 5$

$$ii) \frac{x+y}{xy} = 2, \frac{x-y}{xy} = 6$$

$$\text{సాధన : } \frac{x+y}{xy} = 2 \Rightarrow \frac{x}{xy} + \frac{y}{xy} = 2 \Rightarrow \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow (1)$$

$$\frac{x-y}{xy} = 6 \Rightarrow \frac{x}{xy} - \frac{y}{xy} = 6 \Rightarrow \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = 6 \rightarrow (2)$$

$$\frac{1}{y} = a \text{ మరియు } \frac{1}{x} = b \text{ అనుకొనుము}$$

$$(1) \Rightarrow a + b = 2 \rightarrow (3)$$

$$(2) \Rightarrow a - b = 6 \rightarrow (4)$$

$$(3) + (4) \Rightarrow 2a = 8$$

$$\Rightarrow a = \frac{8}{2} = 4$$

$a = 4$ విలువను (3)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$4 + b = 2$$

$$b = 2 - 4 = -2$$

$$\text{కానీ } \frac{1}{x} = b \Rightarrow \frac{1}{x} = -2 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{1}{y} = a \Rightarrow \frac{1}{y} = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = \frac{-1}{2}$ మరియు $y = \frac{1}{4}$

$$iii) \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2; \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1$$

$$\text{సాధన : } \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) + 3\left(\frac{1}{\sqrt{y}}\right) = 2 \rightarrow (1)$$

$$\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1 \Rightarrow 4\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) - 9\left(\frac{1}{\sqrt{y}}\right) = -1 \rightarrow (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = a \text{ మరియు } \frac{1}{\sqrt{y}} = b$$

$$(1) \Rightarrow 2a + 3b = 2 \rightarrow (3)$$

$$(2) \Rightarrow 4a - 9b = -1 \rightarrow (4)$$

$$3 \times (3) \Rightarrow 6a + 9b = 6$$

$$(4) \Rightarrow 4a - 9b = -1$$

$$\frac{10a}{5} = 5$$

$$a = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$a = \frac{1}{2}$ విలువను (3)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$2 \times \frac{1}{2} + 3b = 2$$

$$1 + 3b = 2$$

$$3b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$\text{ఇప్పుడు } \frac{1}{\sqrt{x}} = a \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{1}{\sqrt{y}} = b \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{y} = 3 \Rightarrow y = 9$$

సమీకరణాల సాధన $x = 4$ మరియు $y = 9$

$$iv) \quad 6x + 3y = 6xy; 2x + 4y = 5xy$$

$$\text{సాధన : } 6x + 3y = 6xy$$

$$\frac{6x}{xy} + \frac{3y}{xy} = \frac{6xy}{xy},$$

$$\frac{6}{y} + \frac{3}{x} = 6$$

$$6\left(\frac{1}{y}\right) + 3\left(\frac{1}{x}\right) = 6$$

$$\frac{1}{x} = a \text{ మరియు } \frac{1}{y} = b \text{ అనుకొనుము}$$

$$6b + 3a = 6 \rightarrow (1)$$

$$2b + 4a = 5 \rightarrow (2)$$

$$3 \times (2) \Rightarrow 6b + 12a = 15$$

$$(1) \Rightarrow 6b + 3a = 6$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline 9a = 9 \end{array}$$

$$a = 1$$

$a = 1$ విలువను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$6b + 3 \times 1 = 6$$

$$6b = 6 - 3 = 3$$

$$b = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{కానీ } \frac{1}{x} = a \Rightarrow \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$\frac{1}{y} = b \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = 1$ మరియు $y = 2$

$$v) \quad \frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1; \frac{15}{x+y} + \frac{7}{x-y} = 10$$

$$\text{సాధన : } \frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1; \quad \frac{15}{x+y} + \frac{7}{x-y} = 10$$

$$5\left(\frac{1}{x+y}\right) - 2\left(\frac{1}{x-y}\right) = -1; \quad 15\left(\frac{1}{x+y}\right) + 7\left(\frac{1}{x-y}\right) = 10$$

$$\frac{1}{x+y} = a \text{ మరియు } \frac{1}{x-y} = b \text{ అనుకొనుము}$$

$$5a - 2b = -1 \rightarrow (1)$$

$$15a + 7b = 10 \rightarrow (2)$$

$$7 \times (1) \Rightarrow 35a - 14b = -7$$

$$2 \times (2) \Rightarrow 30a + 14b = 20$$

$$\frac{65a}{\quad} = 13$$

$$a = \frac{13}{65} = \frac{1}{5}$$

$a = \frac{1}{5}$ విలువను (2)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$15 \times \left(\frac{1}{5}\right) + 7b = 10$$

$$3 + 7b = 10$$

$$7b = 10 - 3 = 7 \Rightarrow b = 1$$

$$\text{కానీ } \frac{1}{x+y} = a \Rightarrow \frac{1}{x+y} = \frac{1}{5} \Rightarrow x+y = 5 \rightarrow (4)$$

$$\frac{1}{x-y} = b \Rightarrow \frac{1}{x-y} = 1 \Rightarrow x-y = 1 \rightarrow (5)$$

$$(4) + (5) \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$x=3$ విలువను (4)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$3 + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 3 = 2$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల సాధన $x = 3$ మరియు $y = 2$

$$vi) \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13; \frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$$

$$\text{సాధన : } \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13; \frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$$

$$2\left(\frac{1}{x}\right) + 3\left(\frac{1}{y}\right) = 13; \quad 5\left(\frac{1}{x}\right) - 4\left(\frac{1}{y}\right) = -2$$

$$\frac{1}{x} = a \text{ మరియు } \frac{1}{y} = b \text{ అనుకొనుము}$$

$$2a + 3b = 13 \rightarrow (1)$$

$$5a - 4b = -2 \rightarrow (2)$$

$$4 \times (1) \Rightarrow 8a + 12b = 52$$

$$3 \times (2) \Rightarrow 15a - 12b = -6$$

$$\frac{23a}{\quad} = 46$$

$$a = \frac{46}{23} = 2$$

$a = 2$ విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$2 \times 2 + 3b = 13$$

$$4 + 3b = 13$$

$$3b = 13 - 4$$

$$3b = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$\text{కానీ } \frac{1}{x} = a \Rightarrow \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{y} = b \Rightarrow \frac{1}{y} = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

సమీకరణాల సాధన $x = \frac{1}{2}$ మరియు $y = \frac{1}{3}$

$$\text{vii) } \frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4; \frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$$

$$\text{సాధన : } \frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4; \quad \frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$$

$$10\left(\frac{1}{x+y}\right) + 2\left(\frac{1}{x-y}\right) = 4; \quad 15\left(\frac{1}{x+y}\right) - 5\left(\frac{1}{x-y}\right) = -2$$

$$\frac{1}{x+y} = a \text{ మరియు } \frac{1}{x-y} = b \text{ అనుకొనుము}$$

$$10a + 2b = 4 \rightarrow (1)$$

$$15a - 5b = -2 \rightarrow (2)$$

$$5 \times (1) \Rightarrow 50a + 10b = 20$$

$$2 \times (2) \Rightarrow 30a - 10b = -4$$

$$\frac{80a}{\quad} = 16$$

$$a = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}$$

$$a = \frac{1}{5} \text{ విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా}$$

$$10 \times \frac{1}{5} + 2b = 4$$

$$2 + 2b = 4$$

$$2b = 4 - 2 = 2$$

$$b = 1$$

$$\text{కానీ } \frac{1}{x+y} = a \text{ మరియు } \frac{1}{x-y} = b$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+y} = \frac{1}{5} \text{ మరియు } \frac{1}{x-y} = 1$$

$$x+y = 5 \rightarrow (3) \text{ మరియు } x-y = 1 \rightarrow (4)$$

$$(3) + (4) \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 3 \text{ విలువను (3)లో ప్రతిక్షేపించగా}$$

$$3 + y = 5$$

$$y = 5 - 3 = 2$$

సమీకరణాల సాధన $x = 3$ మరియు $y = 2$

$$\text{viii) } \frac{1}{3x+y} + \frac{1}{3x-y} = \frac{3}{4}; \quad \frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = \frac{-1}{8}$$

$$\text{సాధన : } \frac{1}{3x+y} + \frac{1}{3x-y} = \frac{3}{4}; \quad \frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = \frac{-1}{8}$$

$$\frac{1}{3x+y} = a \text{ మరియు } \frac{1}{3x-y} = b \text{ అనుకొనుము}$$

$$a + b = \frac{3}{4} \Rightarrow 4a + 4b = 3 \rightarrow (1)$$

$$\frac{a}{2} - \frac{b}{2} = \frac{-1}{8} \Rightarrow 4a - 4b = -1 \rightarrow (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 8a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$a = \frac{1}{4} \text{ విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా}$$

$$4 \times \frac{1}{4} + 4b = 3$$

$$1 + 4b = 3$$

$$4b = 3 - 1 = 2$$

$$b = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{కానీ } \frac{1}{3x+y} = a \text{ మరియు } \frac{1}{3x-y} = b$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3x+y} = \frac{1}{4} \text{ మరియు } \frac{1}{3x-y} = \frac{1}{2}$$

$$3x + y = 4 \rightarrow (3) \quad 3x - y = 2 \rightarrow (4)$$

$$(3) + (4) \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

$$x = 1 \text{ విలువను (3)లో ప్రతిక్షేపించగా}$$

$$3 \times 1 + y = 4$$

$$y = 4 - 3 = 1$$

$$\text{సాధన } x = 1 \text{ మరియు } y = 1$$

2. i. ఒక పడవ నీటిలో ప్రవహమునకు అభిమఖముగా 30 కి. మీ. దూరమును మరియు ప్రవహపువారులో 44 కి.మీ దూరము ప్రయాణించుటకు 10 గంటలు పట్టును. అదే పడవకు 40 కి. మీ అభిముఖంగా, 55 కి. మీ ప్రవహపు వారులో ప్రయాణించుటకు 13 గంటలు కాలము పట్టును అయిన ప్రవహవేగమును, నిలకడ నీటిలో పడవ వేగమును కనుగొనుము.

సాధన : నిలకడ నీటిలో పడవ వేగము = x కి.మీ / గం

ప్రవహవేగము = y కి.మీ / గం అనుకొనుము

ప్రవహమునకు అభిమఖముగా వెళ్ళునపుడు పడవ సాపేక్షవేగం = $(x - y)$ కి.మీ / గం

ప్రవహపు వారులో వెళ్ళునపుడు పడవ సాపేక్షవేగం = $(x + y)$ కి.మీ / గం

$$\text{కాలము} = \frac{\text{దూరము}}{\text{వేగము}}$$

అభిమఖముగా 30 కి. మీ. + ప్రవహపువారులో 44 కి.మీ దూరము ప్రయాణించుటకు 10 గంటలు

$$\frac{30}{x-y} + \frac{44}{x+y} = 10 \rightarrow (1)$$

అభిమఖముగా 40 కి. మీ. + ప్రవహపువారులో 55 కి.మీ దూరము ప్రయాణించుటకు 13 గంటలు

$$\frac{40}{x-y} + \frac{55}{x+y} = 13 \rightarrow (2)$$

$$\frac{1}{x-y} = a \text{ మరియు } \frac{1}{x+y} = b \text{ అనుకొనుము}$$

$$30a + 44b = 10 \rightarrow (3)$$

$$40a + 55b = 13 \rightarrow (4)$$

$$4 \times (4) \Rightarrow 160a + 220b = 52$$

$$5 \times (3) \Rightarrow 150a + 220b = 50$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline 10a \quad \quad \quad = 2 \end{array}$$

$$a = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$a = \frac{1}{5}$ విలువను (3) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$30 \times \frac{1}{5} + 44b = 10$$

$$6 + 44b = 10$$

$$44b = 10 - 6 = 4$$

$$b = \frac{4}{44} = \frac{1}{11}$$

$$\text{కానీ } \frac{1}{x-y} = a \Rightarrow \frac{1}{x-y} = \frac{1}{5} \Rightarrow x-y = 5 \rightarrow (5)$$

$$\frac{1}{x+y} = b \Rightarrow \frac{1}{x+y} = \frac{1}{11} \Rightarrow x+y = 11 \rightarrow (6)$$

$$(5) + (6) \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{2} = 8$$

$x = 8$ విలువను (6)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$8 + y = 11 \Rightarrow y = 11 - 8 = 3$$

నిలకడ నీటిలో పడవ వేగము = $x = 8$ కి. మీ / గం

ప్రవాహవేగము = $y = 3$ కి. మీ / గం

- ii. రహీమ్ తన యింటికి పోవుటకు 600 కి. మీ దూరములో, కొంత దూరము రైలులో మరియు కొంతదూరము కారులో ప్రయాణించును. 120 కి. మీ దూరము రైలులో మిగిలిన దూరము కారులో ప్రయాణమునకు అతనికి 8 గంటలు పట్టును. అదే 200 కి. మీ దూరము రైలులో మిగిలిన దూరము కారులో ప్రయాణము చేసిన అతనికి 20 నిమిషాల కాలము ఎక్కువ పట్టును. అయిన కారు మరియు రైలుల వేగములను కనుగొనండి .

సాధన : రైలు వేగము = x కి. మీ / గం

కారు వేగము = y కి. మీ / గం అనుకొనుము

మొత్తం ప్రయాణించు దూరము = 600 కి. మీ

$$\text{కాలము} = \frac{\text{దూరము}}{\text{వేగము}}$$

$$120 \text{ కి. మీ రైలులో} + 480 \text{ కి. మీ కారులో} = 8 \text{ గంటలు}$$

$$\frac{120}{x} + \frac{480}{y} = 8 \rightarrow (1)$$

$$200 \text{ కి. మీ రైలులో} + 400 \text{ కి. మీ కారులో} = 8 \text{ గం} + 20 \text{ నిమిషాలు}$$

$$\frac{200}{x} + \frac{400}{y} = 8 + \frac{20}{60} = 8 + \frac{1}{3} = \frac{25}{3} \rightarrow (2)$$

$$\frac{1}{x} = a \text{ మరియు } \frac{1}{y} = b$$

$$120a + 480b = 8 \Rightarrow 15a + 60b = 1 \rightarrow (3) \text{ (8 చే భాగించగా)}$$

$$200a + 400b = \frac{25}{3} \Rightarrow 24a + 48b = 1 \rightarrow (4) \text{ (25 చే భాగించి 3చే గుణించగా)}$$

$$4 \times (3) \Rightarrow 60a + 240b = 4$$

$$5 \times (4) \Rightarrow 120a + 240b = 5$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline -60a \quad \quad \quad = -1 \\ \hline a = \frac{1}{60} \end{array}$$

$$a = \frac{1}{60} \text{ విలువను (3)లో ప్రతిక్షేపించగా}$$

$$15 \times \frac{1}{60} + 60b = 1$$

$$\frac{1}{4} + 60b = 1$$

$$60b = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$b = \frac{3}{4 \times 60} = \frac{1}{80}$$

$$\text{కానీ } \frac{1}{x} = a \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{60} \Rightarrow x = 60$$

$$\frac{1}{y} = b \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{80} \Rightarrow y = 80$$

రైలు వేగము = 60 కి. మీ / గం

కారు వేగము = 80 కి. మీ / గం

- iii. ఇద్దరు స్త్రీలు మరియు 5 గురు పురుషులు ఒక కుట్టుపనిని 4 రోజులలో చేయగా ముగ్గురు స్త్రీలు మరియు 6 గురు పురుషులు దానిని 3 రోజులలో చేసేదరు స్త్రీ ఒక్కరే లేదా పురుషుడు ఒక్కడే ఆ పనిని పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలమును కనుగొనుము .

సాధన : స్త్రీ ఒక్కరే ఆ పనిని పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలము = x రోజులు

పురుషుడు ఒక్కడే ఆ పనిని పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలము = y రోజులు

$$\text{ఒక స్త్రీ ఒక్క రోజులో చేయు పని} = \frac{1}{x}$$

$$\text{ఒక పురుషుడు ఒక్క రోజులో చేయు పని} = \frac{1}{y}$$

$$\text{ఇద్దరు స్త్రీలు మరియు 5 గురు పురుషులు పనిని చేయుటకు పట్టురోజులు} = 4$$

$$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{8}{x} + \frac{20}{y} = 1 \rightarrow (1)$$

$$\text{ముగ్గురు స్త్రీలు మరియు 6 గురు పురుషులు పనిని చేయుటకు పట్టురోజులు} = 3$$

$$\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{9}{x} + \frac{18}{y} = 1 \rightarrow (2)$$

$$\frac{1}{x} = a \text{ మరియు } \frac{1}{y} = b \text{ అనుకొనుము}$$

$$(1) \Rightarrow 8a + 20b = 1 \rightarrow (3)$$

$$(2) \Rightarrow 9a + 18b = 1 \rightarrow (4)$$

$$9 \times (3) \Rightarrow 72a + 180b = 9$$

$$8 \times (4) \Rightarrow 72a + 144b = 8$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline 36b = 1 \end{array}$$

$$b = \frac{1}{36}$$

$b = \frac{1}{36}$ విలువను (3)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$8a + 20 \times \left(\frac{1}{36}\right) = 1$$

$$8a + \frac{5}{9} = 1$$

$$8a = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

$$a = \frac{4}{9 \times 8} = \frac{1}{18}$$

$$\text{కానీ } \frac{1}{x} = a \text{ మరియు } \frac{1}{y} = b$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{18} \text{ మరియు } \frac{1}{y} = \frac{1}{36}$$

$$x = 18 \text{ మరియు } y = 36$$

స్త్రీ ఒక్కరే ఆ పనిని పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలము = 18 రోజులు

పురుషుడు ఒక్కడే ఆ పనిని పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలము = 36 రోజులు

బలభద్ర సురేష్ -9866845885