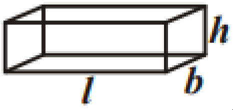
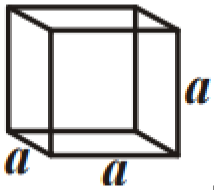
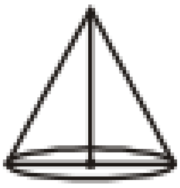
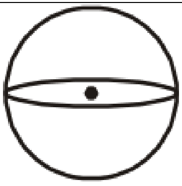
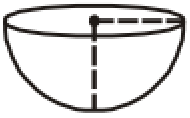
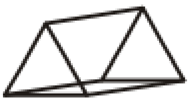
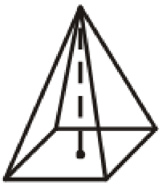
అధ్యాయము 10

10 వ తరగతి క్షేత్రమితి (నోట్స్)

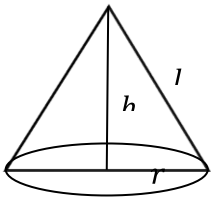
Prepared by: బలభద్ర సురేష్ M.Sc;B.Ed

S.N	ఘనాకృతి	ఆకృతి పేరు మరియు సంకేత వివరణ	ఉపరితల /వక్రతల వైశాల్యం L.S.A/C.S.A	సంపూర్ణతల వైశాల్యం T.S.A	ఘనపరిమాణం
1		దీర్ఘఘనం $l =$ పొడవు $b =$ వెడల్పు $h =$ ఎత్తు	$2h(l+b)$	$2(lb+bh+lh)$	lbh
2		సమఘనం $a =$ భుజం	$4a^2$	$6a^2$	a^3
3		క్రమ వృత్తాకార స్థూపం $r =$ వ్యాసార్ధం $h =$ ఎత్తు	$2\pi rh$	$2\pi r(h+r)$	$\pi r^2 h$
4		క్రమ వృత్తాకార శంఖువు $r =$ వ్యాసార్ధం $h =$ ఎత్తు $l =$ ఏటవాలు ఎత్తు $l = \sqrt{h^2+r^2}$	πrl	$\pi r(l+r)$	$\frac{1}{3}\pi r^2$
5		గోళం $r =$ వ్యాసార్ధం	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
6		అర్ధ గోళం $r =$ వ్యాసార్ధం	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$
7		క్రమ పట్టకం	(భూపరిధి) $\times$ ఎత్తు	L.S.A +భూవైశాల్యం	$\frac{1}{3}$ (భూవైశాల్యం) $\times$ ఎత్తు
8		క్రమ పిరమిడ్	$\frac{1}{2}$(భూపరిధి) $\times$ ఏటవాలుఎత్తు	L.S.A + భూవైశాల్యం	$\frac{1}{3}$ (భూవైశాల్యం) $\times$ ఎత్తు

BALABHADRA SURESH

ఉదాహరణ-1. శంఖాకారములో యున్న గుడారము యొక్క భూవ్యాసార్ధం 7 మిటర్లు. గుడారము నిర్మించడానికి కావలసిన గుడ్డ పొడవును గుడ్డ యొక్క వెడల్పు 2 మీటర్లుగా ఉన్నప్పుడు కనుగొనండి $\left[\pi = \frac{22}{7}\right]$

సాధన: గుడారము యొక్క భూవ్యాసార్ధం (r)=7 మీ



ఎత్తు (h)=10 మీ

శంకువు ఏటవాలు ఎత్తు $= l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{7^2 + 10^2}$

$= \sqrt{49 + 100}$

$= \sqrt{149}$

$= 12.2$ మీ

	12.2
1	$\overline{1}\ \overline{49}.\overline{00}$
	−1
22	49
	− 44
242	500
	−484
	16

గుడారము యొక్క ఉపరితలవైశాల్యం (L.S.A) $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 12.2$

$= 22 \times 12.2$

$= 268.4$ చ.మీ

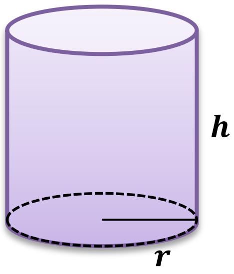
ఉపయోగించిన గుడ్డ యొక్క వైశాల్యం =268.4 చ.మీ

గుడ్డ యొక్క వెడల్పు = 2మీ

గుడ్డ యొక్క పొడవు $= \frac{\text{ఉపయోగించిన గుడ్డ యొక్క వైశాల్యం}}{\text{గుడ్డ యొక్క వెడల్పు}} = \frac{268.4}{2} = 134.2$ మీ

ఉదాహరణ-2. స్థూపాకృతిలో నున్న నూనె పీపా 2 మీటర్ల భూవ్యాసార్థం 7 మీటర్ల ఎత్తును కల్గియున్నది. పీపాకు, రంగు వేయడానికి పెయింటర్ 1 చదరపు మీటరునకు ₹3 లను తీసుకొంటుంటే, 10 నూనె పీపాలకు రంగు వేయడానికి ఎంత ఖర్చువుతుంది?

సాధన : స్థూపాకార నూనె పీపా యొక్క భూవ్యాసము =d=2 మీ



వ్యాసార్ధం (r) $= \frac{d}{2} = \frac{2}{2} = 1$ మీ ; ఎత్తు (h)=7 మీ

స్థూపాకార నూనె పీపా యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము (T.S.A) $= 2\pi r(r + h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (1 + 7)$

$= \frac{44 \times 8}{7} = \frac{352}{7} = 50.28$ మీ ^{2}

10 పీపాల యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము $= 10 \times 50.28$ మీ $^2 = 502.8$ మీ ^{2}

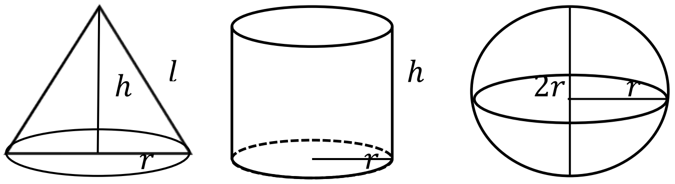
పీపాకు, రంగు వేయడానికి పెయింటర్ 1 చదరపు మీటరునకు ఖర్చు = ₹3

10 నూనె పీపాలకు రంగు వేయడానికి ఖర్చు $= 502.8 \times 3 =$ ₹1508.40

ఉదాహరణ-3. ఒక గోళం, ఒక స్థూపం, ఒక శంఖువు ఒకే ఎత్తు, ఒకే వ్యాసార్ధంను కల్గియున్నాయి. అయినచో వాటి యొక్క వక్రతల వైశాల్యముల నిష్పత్తి ఎంత?

BALABHADRA SURESH

సాధన :



గోళం, స్థూపం మరియు శంఖువు యొక్క భూవ్యాసార్థం$=r$ అనుకొనుము

గోళము ఎత్తు = వ్యాసం = 2r.

శంఖువు ఎత్తు= స్థూపము ఎత్తు = గోళము ఎత్తు (h). = 2r.

శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు $= l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{r^2 + (2r)^2} = \sqrt{r^2 + 4r^2} = \sqrt{5\,r^2} = \sqrt{5}r$

$S_1 =$ గోళం ఉపరితల వైశాల్యం $= 4\pi r^2$

$S_2 =$ స్థూపము ఉపరితల వైశాల్యం $= 2\pi rh = 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$

$S_3 =$ శంఖువు ఉపరితల వైశాల్యం $= \pi rl = \pi r \times \sqrt{5}r = \sqrt{5}\pi r^2$

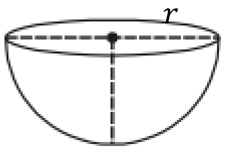
$S_1 : S_2 : S_3 = 4\pi r^2 : 4\pi r^2 : \sqrt{5}\pi r^2 = 4:4:\sqrt{5}$

ఉపరితల వైశాల్యముల నిష్పత్తి $=4:4:\sqrt{5}$

ఉదాహరణ-4. ఒక కంపెనీ దళసరి ఉక్కుషీట్ నుపయోగించి 1000 అర్ధగోళాకారంలో ఉన్న బేసిన్‌లను తయారు చేయాలని అనుకొంది. అర్ధగోళాకార బేసిన్ వ్యాసార్థం. 21 సెం.మీ ఉండే విధముగా 1000 బేసిన్‌లు తయారు చేయడానికి కావలసిన ఉక్కుషీట్ యొక్క వైశాల్యము ఏంత?

సాధన : అర్ధగోళాకార బేసిన్ వ్యాసార్థం $(r) = 21$ సెం. మీ

అర్ధగోళాకార బేసిన్ యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం $= 2\pi r^2$



$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

$= 2 \times 22 \times 3 \times 21$

$= 2772$ సెం. మీ ^{2}

1 బేసిన్ తయారికి కావలసిన ఉక్కుషీట్ వైశాల్యం $= 2772\ cm^2$

1మీ $= 100$ సెం. మీ
1మీ^{2} $= 10000$ సెం. మీ ^{2}
1 సెం. మీ $^2 = \frac{1}{10000}$ మీ^{2}

1000 బేసిన్‌లు తయారీకి కావలసిన మొత్తం ఉక్కుషీట్ వైశాల్యం

$= 2772 \times 1000$

$=2772000$ సెం. మీ ^{2}

$= \frac{2772000}{10000}$ మీ ^{2}

$= 277.2$ మీ ^{2}

ఉదాహరణ-5. ఒక క్రమ వృత్తాకార స్థూపము యొక్క భూవ్యాసార్థం 14 సెం.మీ. మరియు ఎత్తు 2100, అయిన ఈ క్రింది వాటిని కనుగొనుము:

(i) భూతలవైశాల్యం (ii) వక్రతల వైశాల్యం (iii) సంపూర్ణ తల వైశాల్యం (iv) క్రమ వృత్తాకార స్థూపము యొక్క ఘనపరిమాణం.

BALABHADRA SURESH

సాధన: స్థూపపు భూవ్యాసార్థం (r) = 14సెం. మీ

స్థూపపు ఎత్తు (h) = 21సెం. మీ

(i)భూతలవైశాల్యం $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 22 \times 2 \times 14 = 616\ cm^2$

(ii)వక్రతల వైశాల్యం $= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 21 = 44 \times 2 \times 21 = 1848\ cm^2$

(iii) సంపూర్ణ తల వైశాల్యం $= 2\pi r(r+h) = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (14+21) = 44 \times 2 \times 35 = 3080 cm^2$

(iv) క్రమ వృత్తాకార స్థూపము యొక్క ఘనపరిమాణం= $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 21$

$= 22 \times 2 \times 14 \times 21 = 12936\ cm^2$.

ఉదాహరణ-6. 2.1సెం.మీ వ్యాసార్థము కల్గిన గోళము యొక్క ఉపరితలవైశాల్యం, ఘనపరిమాణములను కనుగొనుము.

$(\pi = \frac{22}{7})$

సాధన : గోళ వ్యాసార్థం (r) $= 2.1 = \frac{21}{10} cm$

గోళం ఉపరితల వైశాల్యం $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{10} \times \frac{21}{10}$

$= \frac{4 \times 22 \times 3 \times 21}{100}$

$= \frac{5544}{100} = 55.44\ cm^2$

గోళం ఘన పరిమాణం $= \frac{4}{3} \pi r^3$

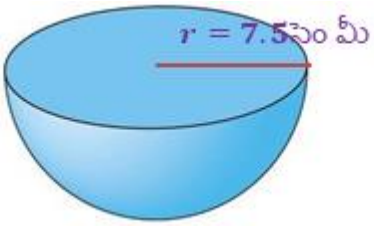
$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{10} \times \frac{21}{10} \times \frac{21}{10}$

$= \frac{4 \times 22 \times 21 \times 21}{1000}$

$= \frac{38808}{1000} = 38.808\ cm^3$

BALABHADRA SURESH

ఉదాహరణ- 7. 3.5సెం. మీ వ్యాసార్థము కల్గిన అర్థగోళము యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము మరియు ఘనపరిమాణమును $(\pi = \frac{22}{7})$



సాధన : అర్ధగోళవ్యాసార్థము (r) $= 3.5\ cm = \frac{35}{10} cm = \frac{7}{2} cm$

అర్ధగోళ ఘనపరిమాణము $= \frac{2}{3} \pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{11 \times 7 \times 7}{6} = \frac{539}{6} = 89.83\ cm^3$

అర్ధగోళము యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము $= 3\pi r^2$

$= 3 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{231}{2} = 115.5\ cm^2$

అభ్యాసం -10.1

1. **క్రమవృత్తాకార శంఖువు ఆకారములో నున్న జోకర్ టోపి యొక్క భూవ్యాసార్ధము 7 సెం.మీ మరియు ఎత్తు24 సెం.మీ. ఇటువంటి 10 టోపీలను తయారు చేయడానికి కావలసిన అట్టముక్క (షీట్) యొక్కపరిమాణము ఎంత?**

సాధన: జోకర్ టోపి(శంఖువు) యొక్క భూవ్యాసార్ధము=r=7 cm

ఎత్తు =h=24 cm

ఏటవాలు ఎత్తు $= l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ cm

జోకర్ టోపి వక్రతల వైశాల్యం $= \pi rl$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 22 \times 25 = 550\text{cm}^2$

ఒక టోపీ కి కావలసిన అట్టముక్క పరిమాణం $= 550\ \text{cm}^2$.

$= 10 \times 550\ \text{cm}^2 = 5500\ \text{cm}^2$

2. **క్రీడా వస్తువులను తయారుచేసే కంపెనీ షటిల్‌కాక్‌లను నిల్వ చేసేందుకు 100 స్థూపాకార కాగితపు డబ్బాలను తయారు చేయాలనుకొంది. స్థూపాకారపు డబ్బా యొక్క కొలతలు 35 సెం.మీ పొడవు/ఎత్తు మరియు 'భూవ్యాసార్ధము 7 సెం.మీ ఉండే విధముగా 100 డబ్బాలను తయారు చేయడానికి కావలసిన కాగితపు పరిమాణము ఎంత?**

సాధన : స్థూపాకారపు డబ్బా వ్యాసార్ధం (r) =7 సెం. మీ

స్థూపాకారపు డబ్బా ఎత్తు (h) =35 సెం. మీ

స్థూపాకారపు డబ్బా వక్రతల వైశాల్యం $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 35 = 44 \times 35 = 1540$ సెం. మీ ^{2}

100 డబ్బాలను తయారు చేయడానికి కావలసిన కాగితపు పరిమాణము

$=100 \times 1540$ సెం. మీ ^{2}

$= 154000$సెం. మీ $^2 = \frac{154000}{10000}$ మీ $^2 = 15.4$ మీ ^{2}

3. **6 సెం.మీ భూవ్యాసార్ధము, 7 సెం.మీ ఎత్తు కల్గిన క్రమ వృత్తాకార శంఖువు యొక్క ఘనపరిమాణమును కనుక్కోండి?.**

సాధన : శంఖువు యొక్క వ్యాసార్ధం (r)=6 సెం. మీ ; ఎత్తు (h)=7 సెం. మీ

శంఖువు యొక్క ఘనపరిమాణము $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 7$

$= 22 \times 12 = 264$ సెం. మీ ^{3}

4. **ఒక స్థూపము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము, శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యమునకు సమానము. రెండింటి యొక్క భూవ్యాసార్ధములు సమానము అయిన స్థూపము యొక్క ఎత్తు, శంఖువు యొక్క ఏటవాలు ఎత్తుల**

BALABHADRA SURESH

నిష్పత్తి ఎంత?

సాధ: స్థూపము యొక్క వ్యాసార్థము = శంఖువు యొక్క వ్యాసార్థము $= r$

స్థూపము యొక్క ఎత్తు $= h$ మరియు శంఖువు యొక్క ఏటవాలు ఎత్తు $= l$

స్థూపము యొక్కవక్రతల వైశాల్యము = శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యము

$\Rightarrow 2\pi rh = \pi rl$

$\Rightarrow \frac{h}{l} = \frac{\pi r}{2\pi r} = \frac{1}{2}$

$\therefore h : l = 1 : 2$

5. **ఒక స్వయం సహాయక 3 సెం.మీ భూవ్యాసార్థం మరియు. 4 సెం.మీ ఎత్తు కలిగిన శంఖువు ఆకారములో యున్న జోకర్ టోపీలను తయారు చేయాలనుకొంది. 1000 చ. సెం.మీ రంగు కాగితము వారు కలిగి యున్నచో దాని ద్వారా ఎన్ని టోపీలను తయారుచేయగలరు**

సాధన : జోకర్ టోపీ(శంఖువు) వ్యాసార్థం $= r = 3$ సెం. మీ

జోకర్ టోపీ(శంఖువు) ఎత్తు $= h = 4$ సెం. మీ

ఏటవాలు ఎత్తు $= l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ సెం. మీ

శంఖువు వక్రతల వైశాల్యం $= \pi rl$

$= \frac{22}{7} \times 3 \times 5 = \frac{330}{7}$ సెం. మీ ^{2}

1 జోకర్ టోపీ కి కావలసిన రంగు కాగితం $= \frac{330}{7}\ cm^2$.

మొత్తం రంగు కాగితం $= 1000$ సెం. మీ ^{2}

టోపీల సంఖ్య $= \frac{1000}{\frac{330}{7}} = \frac{1000 \times 7}{330} = \frac{700}{33} = 21.21$

టోపీల సంఖ్య $= 21$

6. **ఒక స్థూపము మరియు శంఖువు సమాన భూవ్యాసార్థమును మరియు ఎత్తును కల్గి యున్నాయి. అయినచో వాటి ఘనపరిమాణముల నిష్పత్తి 3:1 అని చూపుము.**

సాధన : స్థూపము భూవ్యాసార్థము= శంఖువు భూవ్యాసార్థము$= r$

స్థూపము ఎత్తు = శంఖువు ఎత్తు $= h$

స్థూపము ఘనపరిమాణము : శంఖువు ఘనపరిమాణము $= \pi r^2 h : \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= 1 : \frac{1}{3} = 1 \times 3 : \frac{1}{3} \times 3 = 3 : 1$

7. **స్థూపాకారముగా యున్న ఇనుప కడ్డీ యొక్క ఎత్తు 11 సెం.మీ మరియు భూవ్యాసము 7 సెం.మీ అయినచో ఇటువంటి 50 ఇనుపకడ్డీల యొక్క మొత్తము ఘనపరిమూణము ఎంత?**

BALABHADRA SURESH

సాధన : స్థూపాకారముగా యున్న ఇనుప కడ్డీ వ్యాసము (d)=7 సెం. మీ

వ్యాసార్థము (r) $= \frac{7}{2}$ సెం. మీ

ఎత్తు (h)=11 సెం. మీ

ఇనుప కడ్డీ ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 11 = \frac{847}{2} = 423.5$ సెం. మీ ^{3}

1 ఇనుప కడ్డీ ఘనపరిమాణం =423.5 సెం. మీ ^{3}

50 ఇనుపకడ్డీల యొక్క ఘనపరిమాణము $=50 \times 423.5 = 21175$ సెం. మీ ^{3}

8. ఒక ధాన్యపురాశి 12 మీటర్ల భూవ్యాసము మరియు 8 మీటర్ల ఎత్తు కల్గిన శంఖువు వలే యున్నది.దాని ఘనపరిమాణము ఎంత? ఆ ధాన్యపురాశిని కప్పడానికి కావలసిన గుడ్డ పరిమాణము ఎంత? (2=3.14 గా తీసుకొనుము) (Use $\pi = 3.14$)

సాధన : ధాన్యపురాశి (శంఖువు) భూవ్యాసము =d=12 మీ.

భూవ్యాసార్థము (r) $= \frac{12}{2} = 6$ మీ; ఎత్తు (h) $= 8$ మీ .

ధాన్యపురాశి ఘనపరిమాణము $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 6 \times 6 \times 8 = 301.44$ మీ ^{3}

శంఖువు ఏటా వాలు ఎత్తు $= l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ మీ

ధాన్యపురాశి వక్రతల వైశాల్యం $= \pi r l$

$= 3.14 \times 6 \times 10 = 188.4$ మీ ^{2}

ధాన్యపురాశిని కప్పడానికి కావలసిన గుడ్డ పరిమాణము $= 188.4\ m^2$

9. ఒక శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యము 4070 చదరపు సెంటీమీటర్లు మరియు దాని వ్యాసము 70 సెం.మీ. అయినచో దాని ఏటవాలు ఎత్తును కనుగొనుము

సాధన : శంఖువు భూవ్యాసము (d)=70 సెం. మీ

భూవ్యాసార్థము(r) $= \frac{70}{2} = 35$ సెం. మీ

శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యము =4070 సెం. మీ ^{2}

$\pi r l = 4070$

$\frac{22}{7} \times 35 \times l = 4070$

$l = \frac{4070 \times 7}{22 \times 35} = 37$ సెం. మీ

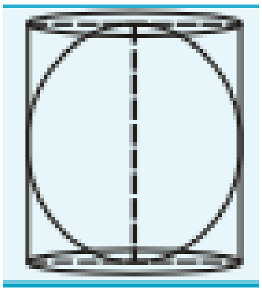
$\therefore$ శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు=37 సెం. మీ

ఆలోచించి చర్చించి రాయండి

BALABHADRA SURESH

స్థూపాకార పాత్రలో ఒక గోళము అంతర్లీన పరచబడినది. అయినచో గోళము యొక్క. ఉపరితలవైశాల్యము స్థూపము యొక్క వక్రతల వైశాల్యమునకు సమానమవుతుందా? మీ సమాధానము,"అవును' అయితే అది ఏవిధముగా సాధ్యమో సహేతుకముగా వివరింపుము ?

సాధన : సమానమవుతుంది



గోళము వ్యాసార్థం $=r$

గోళము ఉపరితల వైశాల్యం $= 4\pi r^2$

స్థూపం భూ వ్యాసార్థం $=r$

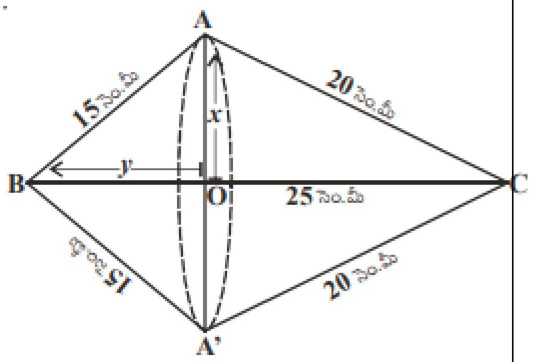
స్థూపం ఎత్తు $(h)=2r$

స్థూపము యొక్క వక్రతల వైశాల్యము $= 2\pi rh = 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$

ఉదాహరణ-8. ఒక లంబకోణ త్రిభుజము యొక్క భూమి 15 సెం.మీ మరియు ఎత్తు 20 సెం.మీ. దానిని కర్ణమువెంబడి భ్రమణము చేయగా ఏర్పడే ద్వి శంఖువు ఆకారము యొక్క ఘనపరిమాణము మరియు ఉపరితల వైశాల్యము.కనుక్కోండి. (π=3.14).

సాధన : ABC ఒక లంబకోణ త్రిభుజం

$AB = 15$ సెం. మీ మరియు $AC = 20$ సెం. మీ



పైథాగరస్ సిద్ధాంతము ప్రకారం ΔABC లో

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$

$BC = \sqrt{625} = 25$ cm

$OA = x$ మరియు $OB = y$

$\Delta BOA \sim \Delta BAC$ (కోణము – కోణము సరూపత)

$$\frac{BO}{BA} = \frac{OA}{AC} = \frac{BA}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{15} = \frac{x}{20} = \frac{15}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{15} = \frac{15}{25} \quad \text{మరియు} \quad \frac{x}{20} = \frac{15}{25}$$

$$\Rightarrow y = \frac{15}{25} \times 15 \quad \text{మరియు} \quad x = \frac{15}{25} \times 20$$

$\Rightarrow y = 9$ మరియు $x = 12$

$\Rightarrow OB = 9$ సెం. మీ మరియు $OA = 12$ సెం. మీ

ద్విశంఖువు ఘనపరిమాణం = శంఖువు CAA^1ఘనపరిమాణం + శంఖువు BAA^1ఘనపరిమాణం

$$= \frac{1}{3}\pi\,(OA)^2 \times OC + \frac{1}{3}\pi\,(OA)^2 \times OB$$

$$= \frac{1}{3}\pi\,(OA)^2[OC + OB]$$

$$= \frac{1}{3}\pi\,(OA)^2 \times BC$$

BALABHADRA SURESH

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 12 \times 12 \times 25$

$= 3768$ సెం. మీ ^{3}

ద్విశంఖువు ఉపరితల వైశాల్యం = (శంఖువు CAA^1 వక్రతల వైశాల్యం) + (శంఖువుBAA^1వక్రతల వైశాల్యం)

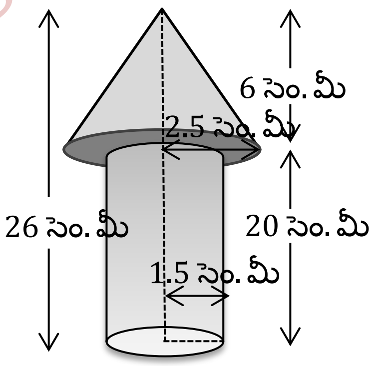
$= (\pi\times OA\times AC) + (\pi\times OA\times AB)$

$= (\pi\times12\times20) + (\pi\times12\times15)$ సెం. మీ ^{2}

$= 420\ \pi\ cm^2 = 420 \times 3.14\ cm^2 = 1318.8$ సెం. మీ ^{2}

ఉదాహరణ-9._. ప్రక్కపటంలో చూపిన విధముగా కర్రతో చేసిన రాకెట్ బొమ్మ స్థూపముపై నిలిపిన శంఖువు వలే యున్నది.రాకెట్ యొక్క ఎత్తు 26 సెం. మీ శంఖువు అకారములో యన్న బాగము ఎత్తు 6 సెం. మీ. శంఖువు ఆకారము భాగము భూవ్యాసము 5 సెంమీ మరియు స్థూపాకార భాగము యొక్క భూ వ్యాసము 3 సెం. మీ శంఖాకృతి భాగమును నారింజరంగు స్థూపాకార భాగమును పసుపురంగు వేస్తే, ఈ రంగులు వేయడానికి కావలసిన రాకెట్ వైశాల్యమును విడివిడిగా కనుగొనుము ($\pi = 3.14$)

సాధన : శంఖువు అకారము:



వ్యాసము $(d) = 5$ సెం. మీ ; వ్యాసార్థం $(r) = \frac{5}{2}$ సెం. మీ

ఎత్తు $(h) = 6$ సెం. మీ

$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(2.5)^2 + 6^2} = \sqrt{6.25 + 36}$

$= \sqrt{42.25} = 6.5 = \frac{65}{10}$ సెం. మీ

నారింజ రంగు వేయబడిన వైశాల్యం

= శంఖువు వక్రతల వైశాల్యం $= \pi rl$

$= 3.14 \times \frac{5}{2} \times \frac{65}{10} = \frac{314}{100} \times \frac{5}{2} \times \frac{65}{10}$

$= \frac{157 \times 5 \times 65}{1000} = \frac{51025}{1000}$

$= 51.025$ సెం. మీ^{2}

స్థూపాకార భాగము:

వ్యాసము$(d) = 3$ సెం. మీ ; వ్యాసార్థం$(r) = \frac{3}{2} = 1.5$సెం. మీ

ఎత్తు $(h) = 26 - 6 = 20$ సెం. మీ

పసుపు రంగు వేయబడిన వైశాల్యం = స్థూపము యొక్క వక్రతల వైశాల్యం +స్థూపము యొక్క భూ వైశాల్యం

$= 2\pi rh + \pi r^2$

$= \pi r(2h + r)$

$= 3.14 \times 1.5 \times (2 \times 20 + 1.5)$

$= 3.14 \times 1.5 \times 41.5$

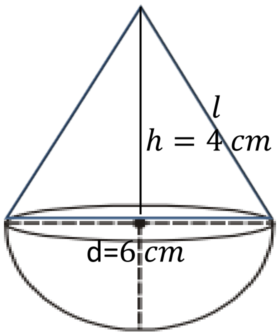
$= 195.465$ సెం. మీ^{2}

అభ్యాసము - 10.2

1. **ఒక ఆటవస్తువు అర్థగోళము పై నిటారుగా నిలుపబడిన శంఖువు వలెయున్నది. శంఖువు యొక్క భూవ్యాసం**

6"సెం.మీ మరియు ఎత్తు 4 సెం.మీ అయినచో ఆటవస్తువు యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము ఎంత? [$\pi = 3.14$]

సాధన : : శంఖువు:



భూవ్యాసం (d)=6 cm

భూవ్యాసార్ధం (r) $= \frac{6}{2} = 3$ cm

ఎత్తు (h)=4 cm

ఏటవాలు ఎత్తు $= l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ cm

అర్ధగోళమువ్యాసార్ధం (r)=3 cm

ఆటవస్తువు యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము = శంఖువు వక్రతల వైశాల్యం + అర్ధగోళము వక్రతల వైశాల్యం

$= \pi rl + 2\pi r^2$

$= \pi r(l + 2r)$

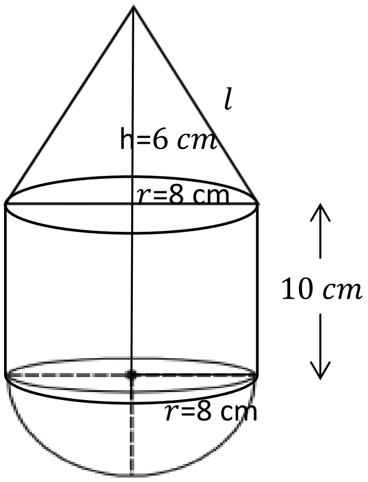
$= 3.14 \times 3 \times (5 + 2 \times 3)$

$= 3.14 \times 3 \times 11$

$= 103.62\ cm^2$

2. 'ఒక ఘనాకార వస్తువు ఒక చివర అర్ధగోళము మరో చివర శంఖువు ఆకార భాగము కల్గిన స్థూపము వలె యున్నది. రెండింటి యొక్క ఉమ్మడి భూవ్యాసార్ధం 8 సెంమీ మరియు స్థూపము, శంఖుపు ఆకారముల ఎత్తులు వరుసగా 10 సెం.మీ మరియు 6 సెం.మీ అయినచో ఆ వస్తువు యొక్క సంపూర్ణ తల వైశాల్యమును కనుగొనుము. [$\pi = 3.14$]

సాధన : శంఖువు:



వ్యాసార్ధం (r)=8 cm

ఎత్తు (h)=6 cm

ఏటవాలు ఎత్తు $= l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ cm

శంఖువు వక్రతల వైశాల్యం $= \pi rl = \pi \times 8 \times 10 = 80\pi\ cm^2$

స్థూపము:

వ్యాసార్ధం (r)=8 cm

ఎత్తు (h)=10 cm

స్థూపము వక్రతల వైశాల్యం $= 2\pi rh = 2\pi \times 8 \times 10 = 160\pi\ cm^2$

అర్ధగోళం :

వ్యాసార్ధం (r)=8 cm

అర్ధగోళం వక్రతల వైశాల్యం $= 2\pi r^2 = 2\pi \times 8 \times 8 = 128\pi\ cm^2$

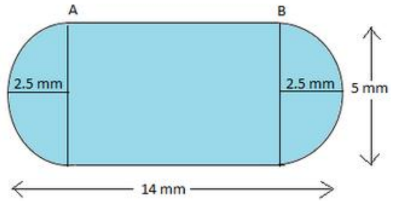
వస్తువు యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము

= శంఖువు వక్రతల వైశాల్యం + స్థూపము వక్రతల వైశాల్యం + అర్ధగోళం వక్రతల వైశాల్యం

BALABHADRA SURESH

$= 80\pi + 160\pi + 128\pi = 348\pi = 368 \times 3.14 = 1155.52\ cm^2$

3. **ఒక మందు బిళ్ళ రెండు చివరల అర్ధగోళా కారంలో నున్న స్థూపము వలె యున్నది. మందు బిళ్ళ యొక్క పొడవు 14 మి.మీ మరియు వెడల్పు 5మి.మీ అయితే దానఉపరితల వైశాల్యము ఎంత?**



సాధన : స్థూపాకార భాగం :

వ్యాసార్ధం (r)= 2.5 మి.మీ

ఎత్తు(h) $= 14 - 2 \times 2.5 = 14 - 5 = 9$ మి. మీ

వ్యాసార్ధం (r)= 2.5 మి. మీ

అర్ధగోళం వ్యాసార్ధం (r)=2.5 మి. మీ

మందు బిళ్ళ ఉపరితల వైశాల్యం = స్థూపము ఉపరితల వైశాల్యం + 2 × అర్ధగోళం ఉపరితల వైశాల్యం

$= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$

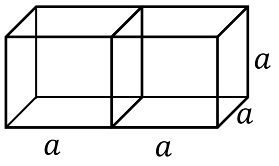
$= 2\pi r(h + 2r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.5 \times (9 + 2 \times 2.5)$

$= \frac{44}{7} \times 2.5 \times (9 + 5)$

$= \frac{44}{7} \times 2.5 \times 14 = 44 \times 2.5 \times 2 = 44 \times 5 = 220$ మి. మీ ^{2}

4. **64 ఘనపు సెం.మీ ఘనపరిమాణము గల రెండు ఘనములు కలుపబడినవి. అయిన ఏర్పడిన క్రొత్త ఘనము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము ఎంత?**



సాధన : ఘనము ఘనపరిమాణం =64 సెం.మీ^{3}

$a^3 = 64 = 4^3$

$\Rightarrow a = 3$

ఘనం యొక్క భుజం $(a) = 4$ సెం. మీ

రెండు ఘనములను కలిపి దీర్ఘఘనమును ఏర్పరిస్తే రెండు ముఖ్యములు కనిపించవు .

కొత్తగా ఏర్పడిన దీర్ఘఘనమునకు 12 – 2 =10 చదరపు ముఖాలు ఉంటాయి

∴ దీర్ఘఘనము యొక్క సంపూర్ణ తల వైశాల్యం . $=10a^2 = 10 \times 4 \times 4 = 160$ సెం. మీ^{2}

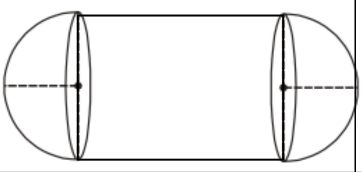
5. **'ఒక నీటి ట్యాంకు రెండు చివరలు అర్ధగోళాకారముగా ఉన్న స్థూపము వలె యున్నది. స్థూపము యొక్క బాహ్యవ్యాసము 1.4 మీటర్లు మరియు దాని పొడవు 8 మీటర్లు నీటి ట్యాంకు బయట రంగు వేయడానికి చదరపు మీటరుకు ₹20 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును ?**

సాధన : స్థూపాకార భాగము :

వ్యాసము (d)=1.4 m

వ్యాసార్ధం (r)$= \frac{1.4}{2} = 0.7 = \frac{7}{10}$ m

ఎత్తు(h) $= 8$ m



BALABHADRA SURESH

వ్యాసార్ధం (r)= $\frac{7}{10}$ m

నీటి ట్యాంకు సంపూర్ణ తల వైశాల్యం = స్థూపము ఉపరితల వైశాల్యం $+ 2 \times$ అర్ధగోళం ఉపరితల వైశాల్యం

$= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h + 2r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{10} \times \left(8 + 2 \times \frac{7}{10}\right)$

$= \frac{44}{10} \times \left(8 + \frac{14}{10}\right)$

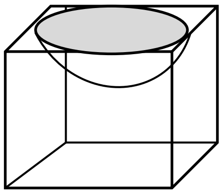
$= \frac{44}{10} \times \frac{94}{10} = \frac{4136}{100}$

$= 41.36\ m^2$

ఒక చదరపు మీటరుకు రంగు వేయుటకు ఖర్చు =₹20

మొత్తం ఖర్చు =41.36 × 20=₹ 827.20

6. ఒక ఘనాకార చెక్క దిమ్మ నుండి ఘనపు భుజము పొడవునకు సమాన పొడవు కల్గిన వ్యాసము, కల్గిన అర్ధగోళాకారము కత్తిరించబడినది. అయినచో మిగలిన చెక్క దిమ్మ యొక్క ఉపరితల వైశాల్యమును కనుగొనుము



సాధన : ఘనపు భుజము $=a$ యూనిట్లు

అర్ధగోళం వ్యాసము $= a$ యూనిట్లు

వ్యాసార్ధం $= r = \frac{a}{2}$ యూనిట్లు

మిగలిన చెక్క దిమ్మ యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము

= ఘనం సంపూర్ణ తల వైశాల్యం $-\left(\frac{a}{2}\right)$ వ్యాసార్ధం కలిగిన వృత్త వైశాల్యం + అర్ధ గోళం ఉ.వై

$= 6a^2 - \pi r^2 + 2\pi r^2$

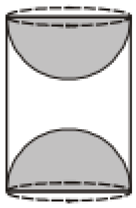
$= 6a^2 + \pi r^2$

$= 6a^2 + \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$= 6a^2 + \frac{\pi a^2}{4}$

$= a^2\left(6 + \frac{\pi}{4}\right)$ చదరపు యూనిట్లు

7. పటములో చూపిన విధముగా ఒక చెక్కతో చేసిన వస్తువు రెండు చివరల నుండి అర్ధగోళాకార భాగములు తొలగించబడిన స్థూపము వలె యున్నది. స్థూపము యొక్క ఎత్తు 10 సెం.మీ దాని భూవ్యాసార్ధము 3.5 సెం.మీ అయినచో ఆ వస్తువు యొక్క సంపూర్ణ తల వైశాల్యము.ఎంత?



సాధన : స్థూపం భూ వ్యాసార్ధం = అర్ధగోళం వ్యాసార్ధం = (r) = 3.5cm = $\frac{35}{10}$ సెం.మీ.

స్థూపం ఎత్తు (h)= 10 సెం.మీ

వస్తువు యొక్క సంపూర్ణ తల వైశాల్యము = స్థూపము వక్రతల వైశాల్యం $+ 2 \times$ అర్ధగోళం ఉపరితల వైశాల్యం

$= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h + 2r)$

BALABHADRA SURESH

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{10} \times \left(10 + 2 \times \frac{35}{10}\right)$$

$$= \frac{44 \times 35}{70} \times \frac{170}{10} = 22 \times 17 = 374 \text{ సెం. మీ}^2$$

ఘనాకార వస్తు సముదాయ ఘనపరిమాణం

ప్రయత్నించండి

1. **ఒక తీగ యొక్క మధ్యచ్ఛేద వ్యాసమును 5శాతమును తగ్గిస్తే దాని ఘనపరిమాణములో మార్పు లేకుండా.ఉండటానికి దాని పొడవును, ఎంతశాతము పెంచాలో లెక్కింపుము?**

సాధన: తీగ యొక్క మధ్యచ్ఛేద వ్యాసార్థం $= r$, వ్యాసము $= 2r$ మరియు తీగ పొడవు $= h$

తీగ యొక్క ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h \rightarrow (1)$

తీగ యొక్క మధ్యచ్ఛేద వ్యాసమును 5% తగ్గిస్తే కొత్త వ్యాసము $= 95\%$ of $2r$

$$= \frac{95}{100} \times 2r = \frac{19r}{10} \Rightarrow \text{కొత్త వ్యాసార్థం } (r_1) = \frac{19r}{2 \times 10} = \frac{19r}{20}$$

కొత్త పొడవు $= h_1$

కొత్త తీగ ఘనపరిమాణం $= \pi {r_1}^2 h_1 = \pi \left(\frac{19r}{20}\right)^2 h_1 \rightarrow (2)$

(1)మరియు (2)ల నుండి

$$\pi \left(\frac{19r}{20}\right)^2 h_1 = \pi r^2 h \Rightarrow \pi \times \frac{361r^2}{400} \times h_1 = \pi r^2 h$$

$$\Longrightarrow h_1 = \frac{\pi r^2 h \times 400}{361 r^2 \pi} = \frac{400}{361} h$$

పెంచిన పొడవు $= h_1 - h = \frac{400}{361} h - h = \frac{400h - 361h}{361} = \frac{39}{361} h$

పెంచిన తీగ పొడవు శాతము $= \frac{\text{పెంచిన పొడవు}}{\text{అసలు పొడవు}} \times 100\%$

$$= \frac{\frac{39}{361} h}{h} \times 100$$

$$= \frac{3900}{361} = 10.8\ \%$$

2. **గోళము, ఘనము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యములు సమానము. అయినచో వాటి ఘనపరిమాణముల నిష్పత్తిని కనుక్కోండి.**

సాధన : గోళము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం = ఘనము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం

$$4\pi r^2 = 6a^2$$

$$r^2 = \frac{6a^2}{4\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{6a^2}{4\pi}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \times a$$

వాటి ఘనపరిమాణముల నిష్పత్తి $= \frac{4}{3}\pi r^3 : a^3$

BALABHADRA SURESH

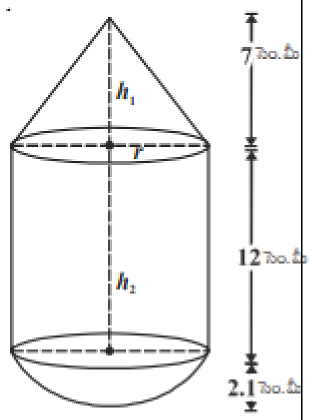
$$= \frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \times a\right)^3 : a^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi \times \frac{3\sqrt{3}}{2\pi\sqrt{2\pi}} \times a^3 : a^3$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2\pi}} : 1$$

$$= \sqrt{\frac{6}{\pi}} : 1 \quad \text{or} \quad 1 : \sqrt{\frac{\pi}{6}}$$

ఉదాహరణ-10. ఒక చివర అర్ధగోళాకారంను మరో చివర క్రమ వృత్తాకార శంఖువు ఆకారమును కల్గిన క్రమ వృత్తాకార స్థూపాకార ఘనాకృతి ఆట వస్తువు యొక్క ఉమ్మడి వ్యాసము 4.2 సెం.మీ, స్థూపాకార, శంఖువు ఆకార భాగముల యొక్క ఎత్తులు వరుసగా 12 సెం.మీ మరియు 7 సెం.మీ అయితే ఘనాకార ఆటవస్తువు యొక్క 'ఘనపరిమాణమును కనుక్కోండి. [$\pi = \frac{22}{7}$]



సాధన : శంఖువు ఆకారము ఎత్తు $h_1 = 7cm$

స్థూపం ఆకారము ఎత్తు $h_2 = 12$ cm

వ్యాసము (d)=4.2 cm

వ్యాసార్ధం (r) $= \frac{4.2}{2} = 2.1 = \frac{21}{10}$ cm

'ఆటవస్తువు యొక్క ఘనపరిమాణము

= శంఖువు ఆకార భాగ ఘనపరిమాణం + స్థూపాకార భాగఘనపరిమాణం + అర్ధగోళాకార భాగఘనపరిమాణం

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 + \pi r^2 h_2 + \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \pi r^2\left[\frac{1}{3}h_1 + h_2 + \frac{2}{3}r\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{10}\right)^2 \times \left[\frac{1}{3} \times 7 + 12 + \frac{2}{3} \times \frac{21}{10}\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{441}{100} \times \left[\frac{7}{3} + 12 + \frac{21}{15}\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{441}{100} \times \left[\frac{35 + 180 + 21}{15}\right]$$

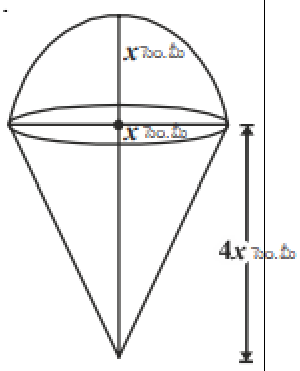
$$= \frac{22}{7} \times \frac{441}{100} \times \frac{236}{15} = \frac{27258 \times 8}{125 \times 8} = \frac{218064}{1000} = 218.064 \text{ cm}^3$$

ఉదాహరణ-11. _ 12 సెం.మీ వ్యాసము మరియు 15 సెం.మీ. ఎత్తు కలిగిన ఒక స్థూపాకార పాత్ర ఐస్‌క్రీంతో నింపబడినది. ఈ ఐస్‌క్రీంను పై తలం అర్ధగోళాకారంలో యున్న శంఖువులలో సమానముగా నింపి 10మంది పిల్లలకు పంచబడినది.శంకువు ఆకారభాగము ఎత్తు, భూ వ్యాసమునకు రెట్టింపు యున్నచో ఐస్ క్రీమ్ కోన్ యొక్క

BALABHADRA SURESH

వ్యాసమును కనుగొనుము.

సాధన : స్థూపాకార పాత్ర :



వ్యాసము = 12 cm . వ్యాసార్ధం =6cm

ఎత్తు (h) = 15 cm

$\therefore$ స్థూపాకార పాత్ర యొక్క ఘనపరిమాణం = $\pi r^2 h = \pi(6)^2\, 15 = 540\pi\ cm^3 \rightarrow (1)$

శంఖువు :

శంఖువు ఆకార ఐస్‌క్రీం యొక్క భూవ్యాసార్ధము (r) = x cm

$\therefore$ వ్యాసము = $2x$ cm

శంఖువు ఎత్తు (h) = 2 (భూ వ్యాసము) = $2(2x) = 4x\ cm$

ఐస్‌క్రీం కోన్ యొక్క ఘనపరిమాణం

= శంఖువు ఆకార భాగము ఘనపరిమాణం + అర్ధగోళాకృతి భాగం ఘనపరిమాణం

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{1}{3}\pi r^2 (h + 2r)$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times x^2 \times (4x + 2x)$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times x^2 \times 6x$

$= 2\pi x^3\ cm^3$

10 ఐస్‌క్రీం కోన్ ల యొక్క ఘనపరిమాణం = $10 \times 2\pi x^3 cm^3 = 20\pi x^3 cm^3 \rightarrow (2)$

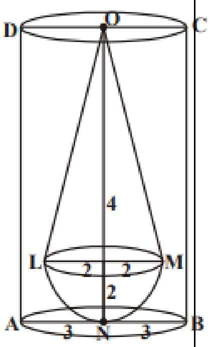
(1) మరియు (2) ల నుండి :

$20\pi x^3 = 540\pi$

$x^3 = \frac{540\,\pi}{20\pi} = 27 = 3^3 \Rightarrow x = 3$

$\therefore$ఐస్ క్రీమ్ కోన్ యొక్క వ్యాసం $=2x = 2 \times 3 = 6\ cm$

ఉదాహరణ-12. _ ప్రక్కపటములో చూపిన విధముగా అర్ధ గోళాకృతి పై నిటారుగా క్రమ వృత్తాకార శంఖువును నిలిపినట్లుయున్న ఘనాకార వస్తువును నీటితో పూర్తిగా నింపబడి యున్న ఒక క్రమ వృత్తాకార స్థూపాకృతి వస్తువులో'దాని అడుగుభాగమును తాకేటట్లుగా ముంచబడినది. స్థూపము యొక్క భూవ్యాసార్ధము 8 సెం.మీ మరియుఎత్తు 6 సెం.మీ, అర్ధగోళము యొక్క వ్యాసార్ధము 2 సెం.మీ, శంఖువు ఎత్తు 4 సెం.మీ. గా ఉంటే స్థూపం లో మిగిలియున్న నీటి యొక్క ఘనపరిమాణం ఎంత?.($\pi = \frac{22}{7}$)



సాధన : స్థూపం యొక్క ఘనపరిమాణం = $\pi r^2 h = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi\ cm^3$

BALABHADRA SURESH

అర్ధ గోళం యొక్క ఘనపరిమాణం $=\frac{2}{3}\pi r^3=\frac{2}{3}\pi\times 2^3=\frac{16}{3}\pi cm^3$

శంఖువు యొక్క ఘనపరిమాణం $=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\times 2^2\times 4=\frac{16}{3}\pi cm^3$

శంఖువు మరియు అర్ధగోళం యొక్క ఘనపరిమాణం $=\frac{16}{3}\pi+\frac{16}{3}\pi=\frac{32}{3}\pi cm^3$

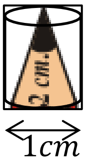
స్థూపం లో మిగిలియున్న నీటి యొక్క ఘనపరిమాణం

= స్థూపం యొక్క ఘనపరిమాణం − శంఖువు మరియు అర్ధగోళం యొక్క ఘనపరిమాణం

$=54\pi-\frac{32}{3}\pi$

$=\frac{162\pi-32\pi}{3}=\frac{130\pi}{3}=\frac{130}{3}\times\frac{22}{7}=\frac{2860}{21}=136.19cm^3$

ఉదాహరణ-13. స్థూపాకారముగా నున్న పెన్సిల్‌ను ఒక చివర చెక్కి ఆ చివరను ఒక శంఖువు ఆకృతిలో మారిస్తే(దాని పొడవులో మార్పులేకుండా), పెన్సిల్ యొక్క వ్యాసము 1 సెం.మీ॥ మరియు శంఖువు ఆకృతి భాగము.యొక్క ఎత్తు 2 సెం.మీ॥ అయినపుడు చెక్కబడిన భాగము యొక్క ఘనపరిమాణము ఎంత?.($\pi=\frac{22}{7}$)



సాధన : పెన్సిల్ యొక్క వ్యాసము (d)= 1cm

పెన్సిల్ యొక్క వ్యాసార్ధము (r) $=0.5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}cm$

శంఖువు ఆకార భాగము యొక్క పొడవు $=h=2cm$

చెక్కబడిన భాగము ఘనపరిమాణం = 2 సెం.మీ పొడవు, 0.5 సెం.మీ భూవ్యాసార్ధము గల స్థూపాకృతి ఘనపరిమాణం. – ఈ స్థూపముదే ఏర్పడిన శంఖువు ఘనపరిమాణం.

$=\pi r^2h-\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{2}{3}\pi r^2h=\frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2=\frac{22}{21}=1.05\ cm^3$

అభ్యాసము-10.3

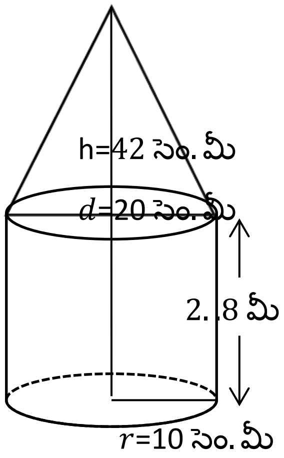
1. ఒక ఇనుపస్థూపాకార స్థంభము 2.8 మీటర్ల ఎత్తు, 20 సెం.మీ వ్యాసము కల్గియున్నది. దానిపై 42 సెం.మీ.ఎత్తు గల శంఖువు ఆకార భాగమున్నది. ఒక ఘనపు సెం.మీ ఇనుము యొక్క బరువు 7.5 గ్రాములు అయితేఈ ఇనుప స్థంభము యొక్క బరువు ఎంత?

సాధన : <u>శంకువు ఆకార భాగము</u> :

వ్యాసము (d) =20 సెం. మీ

వ్యాసార్ధము (r) =10 సెం. మీ

ఎత్తు (h) =42 సెం. మీ



శంకువు ఘనపరిమాణం $=\frac{1}{3}\pi r^2h$

$=\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 10\times 10\times 42=4400$సెం. మీ^{3}

స్థూపాకార భాగము :

BALABHADRA SURESH

వ్యాసార్ధము (r) =10 సెం.మీ

ఎత్తు (h) =2.8 మీ.=280 సెం.మీ

స్థూపం యొక్క ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h$

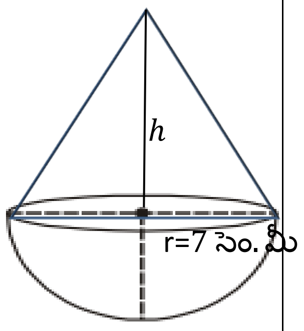
$= \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \times 280 = 88000$ సెం.మీ^{3}

ఇనుప స్థంభం యొక్క ఘనపరిమాణం $= 4400 + 88000 = 92400$ సెం.మీ^{3}

ఒక ఘనపు సెం.మీ ఇనుము యొక్క బరువు =7.5 గ్రాములు

ఇనుప స్థంభము యొక్క బరువు $=92400 \times 7.5$ గ్రాములు $= 693000$ గ్రాములు $= 693$ కిలో గ్రాములు

2. **ఒక అర్ధగోళము యొక్క సమతల ఉపరితలముపై క్రమవృత్తాకార శంఖువు ఆకార భాగము యొక్క వృత్తాకారభూభాగము కలుపబడి యున్నట్లు ఒక ఆటవస్తువు ఉన్నది. శంఖువు ఆకార భాగము యొక్క, భూ వ్యాసార్ధం 7సెం.మీ. మరియు దాని ఘనపరిమాణము అర్ధగోళాకార భాగము యొక్క ఘనపరిమాణమునకు $\frac{3}{2}$రెట్లుఉన్నది. శంఖువు ఆకార భాగము యొక్క ఎత్తు, మరియు ఆటవస్తువు యొక్క ఉపరితల వైశాల్యమును రెండు దశాంశ స్థానములకు సవరించి కనుగొనుము $\left(\pi = 3\frac{1}{7}\right)$**



సాధన : అర్ధగోళము యొక్క వ్యాసము = శంకువు యొక్క వ్యాసము =(r)= 7 సెం.మీ

శంకువు యొక్క ఘనపరిమాణం $= \frac{3}{2} \times$ అర్ధగోళము యొక్కఘనపరిమాణం

$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\pi r^3$

$h = \frac{3\pi r^3}{\pi r^2} = 3r = 3 \times 7 = 21$ సెం.మీ

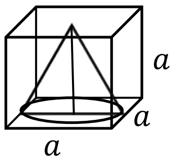
శంకువు ఏటా వాలు ఎత్తు $(l) = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{7^2 + 21^2} = \sqrt{49 + 441} = \sqrt{490} = 22.135$ సెం.మీ

ఆటవస్తువు యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము = శంకువు ఉపరితల వైశాల్యము + అర్ధగోళము ఉపరితల వైశాల్యము

$= \pi rl + 2\pi r^2 = \pi r(l + 2r) = \frac{22}{7} \times 7 \times (22.135 + 14) = 22 \times 36.135 = 794.97$ సెం.మీ^{2}

3. **7 సెం.మీ భుజముగా గల ఘనము నుండి ఏర్పరచ గల్గే క్రమవృత్తాకార శంఖువు ఆకార వస్తువు యొక్క గరిష్ఠ ఘనపరిమాణము ఎంత?**

సాధన : ఘనము యొక్క భుజము (a) =7 సెం.మీ



శంఖువు వ్యాసము (d) = 7 సెం.మీ

శంఖువు వ్యాసార్ధం (r) $= \frac{7}{2}$ సెం.మీ

శంఖువుఎత్తు (h) = 7 సెం.మీ

శంఖువు ఘనపరిమాణం $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 7 = \frac{11 \times 49}{6} = \frac{539}{6} = 89.83$ సెం.మీ^{3}

4. **ఒక సూపాకార తొట్టె 5 సెం.మీ. వ్యాసార్ధము మరియు 9.8 సెం. మీ పొడవు కల్గి నీటితో పూర్తిగా నింపబడి**

BALABHADRA SURESH

యున్నది. అర్ధగోళముపై నిటారుగా నిలుపబడిన క్రమ శంఖువుఆకారములో యున్న ఘనకార వస్తువు దానిలో ముంచబడినది.అర్ధగోళము యొక్క వ్యాసార్ధము 3.5 సెం.మీ. అర్ధగోళము బయటయున్న శంఖువు ఎత్తు 5 సెం.మీ. అయినచో తొట్టెలో మిగిలి యున్న నీటి ఘనపరిమాణమును కనుగొనుము $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

సాధన : సూపాకార తొట్టె:

వ్యాసార్ధము (r)=5 సెం. మీ

పొడవు $(h) = 9.8$ సెం. మీ $= \frac{98}{10}$ సెం. మీ

సూపాకార తొట్టె ఘనపరిమానం $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times \frac{98}{10} = 55 \times 14 = 770$ సెం. మీ^{3}

శంకువు వ్యాసార్ధము = అర్ధగోళం వ్యాసార్ధం $= (r) = 3.5$ సెం. మీ $= \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$ సెం. మీ

శంకువు ఎత్తు $(h) = 5$ cm

ఘనా కర వస్తువు ఘనపరిమాణం = శంకువు ఘనపరిమాణం + అర్ధగోళం ఘనపరిమాణం

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{1}{3}\pi r^2 (h + 2r)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \left(5 + 2 \times \frac{7}{2}\right)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 12 = 22 \times 7 = 154$ సెం. మీ^{3}

తొట్టెలో మిగిలి యున్న నీటి ఘనపరిమాణము = తొట్టె ఘనపరిమానం − ముంచిన వస్తువు ఘనపరిమాణం

$= 770 - 154 = 616\ cm^3$

5. **ప్రక్కపటములో చూపిన విధముగా ఒక ఘనాకార స్థూపము,యొక్కరెండు చివరల నుండి 3 సెం.మీ వ్యాసార్ధము, 4 సెం.మీఎత్తు కల్గిన సమానముగా యున్న రెండు శంఖాకార భాగములు తొలగించబడినవి. స్థూపము యొక్క ఎత్తు 10సెం.మీ, దాని వ్యాసం ? సెం.మీ. అయినచో మిగిలిన భాగము యొక్క ఘనపరిమాణము ఎంత?**

సాధన : స్థూపము:

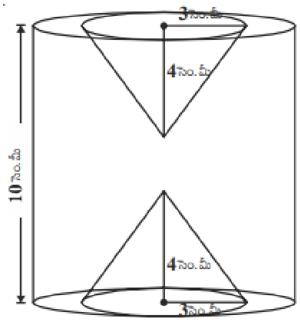
వ్యాసము (d)= 7 సెం. మీ

వ్యాసార్ధము $(r) = \frac{7}{2}$ సెం. మీ

ఎత్తు (h)=10 సెం. మీ

స్థూపము ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 10 = 385$ సెం. మీ^{3}



శంఖువు :

వ్యాసార్ధము$(r) = 3$ సెం. మీ

ఎత్తు (h)= 4 సెం. మీ

BALABHADRA SURESH

శంఖువు ఘనపరిమాణం $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 4 = \frac{264}{7}$ సెం. మీ^{3}

రెండు శంఖాకార భాగముల వైశాల్యం $= 2 \times \frac{264}{7} = \frac{528}{7}$ సెం. మీ^{3}

మిగిలిన భాగము యొక్క ఘనపరిమాణము ఎంత $= 385 - \frac{528}{7} = \frac{7 \times 385 - 528}{7}$

$= \frac{2695 - 528}{7} = \frac{2167}{7} = 309.57$ సెం. మీ^{3}

6. స్థూపాకార బీకరులో కొంత భాగము నీటితో నింపబడినది. బీకరు వ్యాసము 7 సెం.మీ. దానితో 1.4 సెం.మీ. వ్యాసము కల్గిన గోళాకార చలువరాళ్ళు ఎన్ని వేస్తే దానిలో నీటి మట్టము 5.6 సెం.మీ. మేరక పెరుగును?

సాధన : స్థూపాకార బీకరు వ్యాసార్ధము (r) $= \frac{7}{2}$ సెం. మీ

పెరిగిన నీటిమట్టము (h) $= 5.6 = \frac{56}{10}$ సెం. మీ

పెరిగిన నీటిమట్టము ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{56}{10} = \frac{22 \times 7 \times 14}{10}$ సెం. మీ^{3}

చలువరాయి వ్యాసార్ధము (r) $= \frac{1.4}{2} = 0.7 = \frac{7}{10}$ సెం. మీ

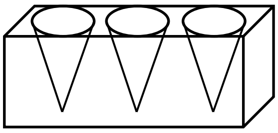
చలువరాయి ఘనపరిమాణం $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{88 \times 49}{3 \times 1000}$ సెం. మీ^{3}

కావలసిన గోళాకార చలువరాళ్ళ సంఖ్య $= \frac{\text{పెరిగిన నీటిమట్టము ఘనపరిమాణం}}{\text{చలువరాయి ఘనపరిమాణం}}$

$= \frac{\frac{22 \times 7 \times 14}{10}}{\frac{88 \times 49}{3 \times 1000}} = \frac{22 \times 7 \times 14}{10} \times \frac{3 \times 1000}{88 \times 49} = 3 \times 50 = 150$

7. 15సెం. మీ $\times$ 10సెం. మీ $\times$ 3. 5సెం. మీ కొలతలు కల్గిన దీర్ఘఘనములో 0.5 సెంమీ, వ్యాసార్ధము మరియు.14 సెం.మీ. లోతుతో శంఖువు ఆకారం గల గోతులు తీసి పెన్ను స్టాండుగా మార్చారు. పెన్‌స్టాండ్‌లోని కొయ్య ఘనపరిమాణము ఎంత?

సాధన : దీర్ఘఘనము ;



$l = 15$ సెం. మీ , $b = 10$సెం. మీ, $h = 3.5$ సెం. మీ

దీర్ఘఘనము ఘనపరిమాణం $= lbh = 15 \times 10 \times 3.5 = 525$ సెం. మీ^{3}

శంఖువు :

వ్యాసార్ధం (r) $= 0.5$ సెం. మీ $= \frac{5}{10}$సెం. మీ ; లోతు (h) $= 1.4$ సెం. మీ $= \frac{14}{10}$సెం. మీ

శంఖువు ఆకారం గల గోయి ఘనపరిమాణం $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{14}{10} = \frac{11}{30}$ cm^3

మూడు గోతుల ఘనపరిమాణం $= 3 \times \frac{11}{30} = \frac{11}{10} = 1.1$సెం. మీ^{3}

పెన్‌స్టాండ్‌లోని కొయ్య ఘనపరిమాణము$= 525 - 1.1 = 523.9$ సెం. మీ^{3}

BALABHADRA SURESH

ఒక ఆకృతిలో ఉన్న వస్తువు మరో ఆకృతిలో రూపాంతరము చేయుట

ఒక రూపంలో ఉన్న వస్తువు ను మరో రూపం లోనికి మర్చినపుడు దాని ఘనపరిమాణం లో మార్పు ఉండదు .

ఉదాహరణ-14: 24 సెం.మీ ఎత్తు, 6 సెం.మీ భూవ్యాసార్థము కల్గిన శంఖువు ఆకార మట్టి ముద్ద యున్నది. ఒకబాలుడు దానిని ఒక గోళముగా మారిస్తే, ఆ గోళము యొక్క వ్యాసార్థము ఎంత?

సాధన : శంఖువు ఎత్తు (h)=24 cm

శంఖువు వ్యాసార్థం (r)=6 cm

శంఖువు ఘనపరిమాణం $=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\times\pi\times 6\times 6\times 24\ cm^3$

గోళం వ్యాసార్థం $=r_1$

ఒక రూపంలో ఉన్న వస్తువు ను మరో రూపం లోనికి మర్చినపుడు దాని ఘనపరిమాణం లో మార్పు ఉండదు

గోళం ఘనపరిమాణం = శంఖువు ఘనపరిమాణం

$$\frac{4}{3}\pi {r_1}^3=\frac{1}{3}\times\pi\times 6\times 6\times 24$$

$${r_1}^3=\frac{6\times 6\times 24}{4}=6^3\Rightarrow r_1=6$$

మారిన గోళము యొక్క వ్యాసార్థము =6 cm

ఇవి చేయండి

1. **1 సెం.మీ వ్యాసము, 8 సెం.మీ పొడవు కల్గిన ఒక రాగి కడ్డీ 18మీటర్లు పొడవు కల్గిన ఏక మందము గల తీగగా మలచబడినది. అయినచో తీగ యొక్క మందమును కనుగొనుము?**

సాధన : రాగి కడ్డీ :

వ్యాసము (d)=1 cm

వ్యాసార్థము (r) $=\frac{1}{2}$ cm

పొడవు (h)=8 cm

రాగి కడ్డీ (స్థూపము) ఘనపరిమాణం $=\pi r^2 h=\pi\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 8=2\pi\ cm^3$

రాగి తీగ :

పొడవు (h)=18 m=1800 cm

వ్యాసార్థము =r

రాగి తీగ ఘనపరిమాణం $=\pi r^2 h=\pi r^2\times 1800$సెం.మీ ^{3}

ఒక రూపంలో ఉన్న వస్తువు ను మరో రూపం లోనికి మర్చినపుడు దాని ఘనపరిమాణం లో మార్పు ఉండదు.

రాగి తీగ ఘనపరిమాణం = రాగి కడ్డీ ఘనపరిమాణం

$$\pi r^2\times 1800=2\pi$$

$$r^2=\frac{2}{1800}=\frac{1}{900}=\left(\frac{1}{30}\right)^2\Rightarrow r=\frac{1}{30}$$

BALABHADRA SURESH

రాగి తీగ యొక్క మందము $= 2r = 2 \times \frac{1}{30} = \frac{1}{15}$ సెం. మీ

2. **ప్రవల్లి ఇంటి పై కప్పుపై వాటర్ ట్యాంక్ స్థూపకార ఆకృతిలో నిర్మించబడింది. భూగర్భములో దీర్ఘ ఘనాకారములో యున్న సంప్ నుండి నీటిని మోటారు సహాయముతో వాటర్ టాంక్కు పంపబడుతుంది.సంప్ యొక్కకొలతలు 1.57 మీటర్లు $\times 1.44$మీటర్లు $\times 9.5$ సెం. మీ. వాటర్ ట్యాంక్ యొక్క వ్యాసార్థము60 సెం.మీ మరియు ఎత్తు 95 సెం.మీ. నీటితో నిండుగా యున్న సంప్ నుండి నీటిని వాటర్ ట్యాంక్నిండుగా నింపితే అందులో మిగిలి వున్న నీటి మట్టము యొక్క ఎత్తు ఎంత? సంప్ మరియు వాటర్ట్యాంకుల యొక్క నీటి నిల్వ సామర్థ్యము లను పోల్చుము (π = 3.14)**

సాధన : సంప్ (దీర్ఘఘనం) యొక్క కొలతలు :

$l = 1.57$ మీ $= 157$ సెం. మీ; $b = 1.44$ మీ $= 147$ సెం. మీ; $h = 95$ సెం. మీ

సంప్ యొక్క ఘనపరిమాణం $= lbh = 157 \times 144 \times 95 = 2147760$ సెం. మీ^{3}

వాటర్ ట్యాంక్ (స్థూపం)యొక్క కొలతలు :

వ్యాసార్థం (r) =60 సెం.మీ

ఎత్తు (h) =95 సెం.మీ

వాటర్ ట్యాంక్ యొక్క ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 95 = 1074857$ సెం. మీ^{3}

సంప్ లో మిగిలిన నీటి ఘనపరిమాణం = సంప్ ఘనపరిమాణం − వాటర్ ట్యాంక్ ఘనపరిమాణం

$= 2147760 - 1074857 = 1072903$ సెం. మీ^{3}

సంప్ లో మిగిలివున్న నీటి మట్టము యొక్క ఎత్తు =H

$l \times b \times H = 1072903$

$157 \times 144 \times H = 1072903$

$H = \frac{1072903}{157 \times 144} = 47.5$ సెం. మీ

సంప్ లో వాడిన నీటి మట్టము యొక్క ఎత్తు =95-47.5=47.5

$\frac{\text{వాటర్ ట్యాంక్ సామర్థ్యము}}{\text{సంప్ సామర్థ్యము}} = \frac{47.5}{95} = \frac{1}{2}$

ఉదాహరణ-15. ఒక బోలు అర్ధగోళము యొక్క అంతర, బాహ్య, వ్యాసములు వరుసగా 6 సెం.మీ మరియు 10సెం.మీ. దానిని 14 సెం.మీ వ్యాసముగా గల ఒక స్థూపాకార ఘనముగా మలిస్తే, దాని యొక్క ఎత్తు ఎంత?

సాధన : బోలు అర్ధగోళము:

అంతర వ్యాసము (d)= 6 సెం.మీ; అంతర వ్యాసార్థము (r)=3 సెం.మీ

బాహ్య వ్యాసము (D)= 10 సెం.మీ ; బాహ్య వ్యాసార్థము (R)=5 సెం.మీ

బోలు అర్ధగోళము ఘనపరిమాణం $= \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$

BALABHADRA SURESH

$= \frac{2}{3}\pi(5^3 - 3^3) = \frac{2}{3}\pi(125 - 27) = \frac{2}{3}\pi \times 98 = \frac{196\pi}{3}$ సెం.మీ^{3}

స్థూపము :

వ్యాసము (d)=14 సెం.మీ : వ్యాసార్థము(r) =7 సెం.మీ ; ఎత్తు =h

స్థూపము ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h = \pi \times 7 \times 7 \times h$ సెం.మీ^{3}

లెక్క ప్రకారం : స్థూపము ఘనపరిమాణం = బోలు అర్ధగోళము ఘనపరిమాణం

$\pi \times 7 \times 7 \times h = \frac{196\pi}{3}$

$h = \frac{196}{7\times7\times3} = \frac{4}{3} = 1.33$ సెం.మీ

కావలసిన స్థూపము యొక్క ఎత్తు = 1.33 సెం.మీ

ఉదాహరణ-16. 16 సెం.మీ అంతర గల అర్ధగోళాకార పాత్రలో ద్రవము నింపబడినది. ఆద్రవమును 5 సెం.మీ వ్యాసము మరియు 6 సెం. త్తు కల్గిన స్తూపాకార సీసాలో నింపారు. పాత్రలోని ద్రవమునునింపడానికి ఎన్ని సీసాలు అవసరం ?

సాధన : అర్ధగోళాకార పాత్ర అంతర వ్యాసార్థం (r)=15 cm

అర్ధగోళాకార పాత్రలో గల ద్రవము ఘనపరిమానం $= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 15^3$ cm^3

స్థూపాకార సీసా :

వ్యాసము (d)=5 cm ; వ్యాసార్థము (r)=$\frac{5}{2}$ cm ; ఎత్తు (h)=6 cm

1 సీసా ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h = \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 6$ cm^3

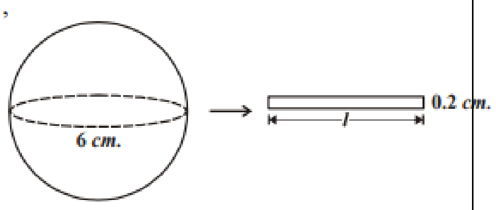
కావలసిన సీసాల సంఖ్య $= \frac{\text{అర్ధగోళాకార పాత్రలో గల ద్రవము ఘనపరిమానం}}{\text{స్థూపాకార సీసా ఘనపరిమాణం}}$

$$= \frac{\frac{2}{3} \times \pi \times 15 \times 15 \times 15}{\pi \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} \times 6} = \frac{2 \times 15 \times 15 \times 15 \times 2 \times 2}{3 \times 5 \times 5 \times 6} = 60$$

BALABHADRA SURESH

ఉదాహరణ-17. 6 సెం.మీ వ్యాసము కల్గిన ఒక ఘనపు గోళమును కరిగించి 0.2 సెం.మీ. మధ్యచ్ఛేద వ్యాసము కల్గిన తీగగా మలిస్తే ఆ తీగ పొడవు ఎంత?

సాధన : ఘనపుగోళం :



వ్యాసం (d)=6 సెం. మీ

వ్యాసార్థం (r)=3సెం. మీ

గోళము ఘనపరిమాణం $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$ సెం. మీ ^{3}

స్థూపాకార తీగ :

మధ్యచ్ఛేద వ్యాసము (d)= 0.2 cm ;వ్యాసార్థం (r)=0.1 cm=$\frac{1}{10}$ cm ; తీగపొడవు $= h$

తీగ ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h = \pi \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 \times h = \pi \times \frac{h}{100}$ cm^3

ఒక రూపంలో ఉన్న వస్తువు ను మరో రూపం లోనికి మర్చినపుడు దాని ఘనపరిమాణం లో మార్పు ఉండదు.

తీగ ఘనపరిమాణం = గోళము ఘనపరిమాణం

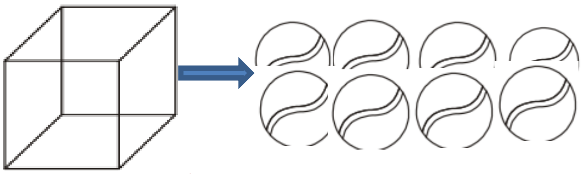
$\pi \times \frac{h}{100} = 36\pi$

h = 3600 సెం. మీ = 36 మీ.

∴తీగ యొక్క పొడవు =36 మీ .

ఉదాహరణ-18: 44 సెం.మీ. భుజము కొలతగా గల ఒక సీసపు ఘనమును 4 సెం.మీ వ్యాసము కల్గిన ఎన్ని గోళాకార'బంతులుగా మార్చవచ్చు ?

సాధన : సీసము ఘన భుజము (a)=44 సెం.మీ



సీసాపు ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణం

$= a^3 = 44^3 = 44 \times 44 \times 44$ సెం. మీ ^{3}

గోళాకార బంతి :

వ్యాసము (d)=4 సెం. మీ ; వ్యాసార్ధము (r)=2 సెం. మీ

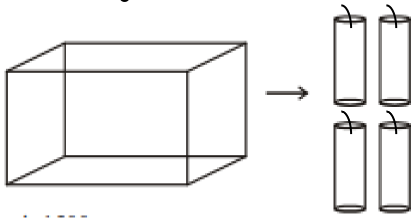
1 గోళాకార బంతి ఘనపరిమాణం $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 2$సెం. మీ^{3}

గోళాకార బంతుల సంఖ్య $= \frac{\text{సీసాపు ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణం}}{\text{1 గోళాకార బంతి ఘనపరిమాణం}}$

$= \frac{44 \times 44 \times 44}{\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{44 \times 44 \times 44 \times 3 \times 7}{4 \times 22 \times 8} = 11 \times 11 \times 3 \times 7 = 2541$

ఉదాహరణ-19. ఒక స్వయం సహాయక బృందం (డ్వాక్రా) దీర్ఘఘనాకృతిలో యున్న 66 సెం.మీ, 42 సెం.మీ, 21సెం.మీ, కొలతలు కల్గిన మైనపు దిమ్మ నుపయోగించి 4.2సెం.మీ. వ్యాసం, 2.8 సెం.మీ ఎత్తు కల్గిన స్థూపాకార కొవ్వొత్తులను తయారు చేయాలనుకొన్నారు. వారు తయారు చేయగల్గే కొవ్వొత్తుల సంఖ్యను కనుగొనండి ?

సాధన : మైనపు దిమ్మ ఘనపరిమాణం = lbh



= (66 ×42×21) సెం. మీ³

స్థూపాకార కొవ్వొత్తి యొక్క వ్యాసార్ధం (r) $= \frac{4.2}{2} = 2.1 = \frac{21}{10}$ సెం.మీ .

ఎత్తు (h) $= 2.8 = \frac{28}{10}$ సెం. మీ

1 కొవ్వొత్తి ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times \frac{21}{10} \times \frac{21}{10} \times \frac{28}{10}$ సెం. మీ ^{3}

కొవ్వొత్తుల సంఖ్య $= \frac{\text{మైనపు దిమ్మ ఘనపరిమాణం}}{\text{1 కొవ్వొత్తి ఘనపరిమాణం}}$

$= \frac{66 \times 42 \times 21}{\frac{22}{7} \times \frac{21}{10} \times \frac{21}{10} \times \frac{28}{10}}$

BALABHADRA SURESH

$$= \frac{66 \times 42 \times 21 \times 7 \times 10 \times 10 \times 10}{22 \times 21 \times 21 \times 28} = 1500$$

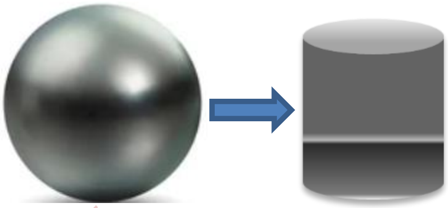
తయారు చేయబడిన స్థూపాకార కొవ్వొత్తుల సంఖ్య = 1500.

అభ్యాసము -10.4

1. 4.2 సెం.మీ వ్యాసార్ధము కల్గిన ఒక ఘనపు గోళంను కరిగించి 6 సెం.మీ. వ్యాసార్ధము కల్గిన స్థూపముగా. మలిస్తే, ఆ స్థూపము యొక్క ఎత్తు ఎంత?

సాధన : ఘనపు గోళం:

వ్యాసార్ధం (r) $= 4.2 = \frac{42}{10}$ సెం. మీ



ఘనపు గోళం ఘనపరిమాణం $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10}\ cm^3$

స్థూపము :

వ్యాసార్ధం =6 సెం.మీ ; ఎత్తు =h

స్థూపం ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times h$ సెం. మీ ^{3}

ఒక రూపంలో ఉన్న వస్తువు ను మరో రూపం లోనికి మర్చినపుడు దాని ఘనపరిమాణం లో మార్పు ఉండదు

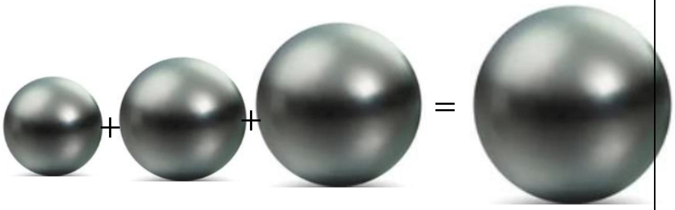
స్థూపం ఘనపరిమాణం = ఘనపు గోళం ఘనపరిమాణం

$\frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times h = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10}$

$h = \frac{4}{3} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{1}{6 \times 6} = \frac{4 \times 14 \times 7 \times 7}{1000} = \frac{2744}{1000} = 2.744$ సెం. మీ

2. 6 సెం.మీ. 8 సెం.మీ. మరియు 10 సెం.మీ వ్యాసార్ధములు కల్గిన ఘనపు గోళములు కరిగించి ఒక పెద్ద ఘనపు గోళముగా మలిస్తే దాని యొక్క వ్యాసార్ధము ఎంత?

సాధన : మూడు గోళముల వ్యాసార్ధములు



$r_1 = 6cm, r_2 = 8\ cm, r_3 = 10\ cm$

ఫలిత గోళం వ్యాసార్ధం =r

ఫలిత గోళం ఘనపరిమాణం =మూడు గోళముల ఘనపరిమానముల మొత్తం

$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi {r_1}^3 + \frac{4}{3}\pi {r_2}^3 + \frac{4}{3}\pi {r_3}^3$

$r^3 = {r_1}^3 + {r_2}^3 + {r_3}^3$

$= 6^3 + 8^3 + 10^3$

$= 216 + 512 + 1000 = 1728 = 12^3$

$r = 12$

ఫలిత గోళం యొక్క వ్యాసార్ధం =12 cm

3. 20 మీటర్లు లోతు, 7 మీటర్ల వ్యాసము గల ఒక గొయ్యిని త్రవ్వగా వచ్చిన మట్టిని 22 మీటర్లు ×14 మీటర్లు

BALABHADRA SURESH

కొలతలుగా ఒక ప్లాట్ ఫారమ్‌గా ఏర్పరిస్తే దానియొక్క ఎత్తు ఎంత?

సాధన : గొయ్యి (స్థూపము)కొలతలు :

వ్యాసము (d)=7 మీ

వ్యాసార్ధము (r) $= \frac{7}{2}$ మీ

లోతు (h)=20 మీ

గొయ్యిలోని మట్టి ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20$ మీ^{3}

ప్లాట్ ఫారమ్ (దీర్ఘఘనము):

$l = 22$ మీ; $b = 14$ మీ; $h = ?$

ప్లాట్ ఫారమ్ లోని మట్టి ఘనపరిమాణం $= lbh$

$= 22 \times 14 \times h$ మీ^{3}

ప్లాట్ ఫారమ్‌లోని మట్టి ఘనపరిమాణం = గొయ్యిలోని మట్టి ఘనపరిమాణం

$$22 \times 14 \times h = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20$$

$$h = \frac{22 \times 7 \times 7 \times 20}{7 \times 2 \times 2 \times 22 \times 14} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ మీ}$$

ప్లాట్ ఫారమ్ యొక్క ఎత్తు = 2.5 మీ.

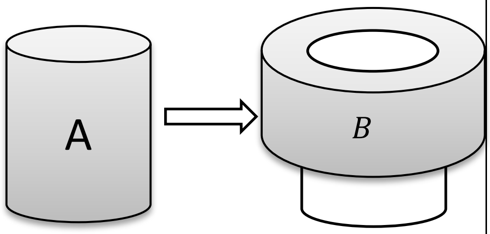
4. **14 మీటర్లు వ్యాసము, 15 మీటర్ల లోతు కల్గిన ఒక బావిని త్రవ్వగా వచ్చిన మట్టిని 7 మీటర్ల వెడల్పు కల్గిన ఒక వృత్తాకార కంకణముగా ఏర్పరిస్తే దాని యొక్క ఎత్తు ఎంత?**

సాధన : బావి (స్థూపము A):

వ్యాసము (d)=14 m

వ్యాసార్ధము (r)=7 m

లోతు (h)=15 m



బావిని త్రవ్వగా వచ్చిన మట్టి ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 7 \times 7 \times 15 \ m^3$

వృత్తాకార కంకణము (బోలు స్థూపము B):

అంతర వ్యాసార్ధం (r)=7 m

బాహ్య వ్యాసార్ధం (R) $= 7 + 7 = 14$ m ; ఎత్తు =h

వృత్తాకార కంకణము ఘనపరిమాణం $= \pi(R^2 - r^2)h$

BALABHADRA SURESH

$= \pi(14^2 - 7^2) \times h$

$= \pi \times (14 + 7) \times (14 - 7) \times h$

$= \pi \times 21 \times 7 \times h\ m^3$

వృత్తాకార కంకణము ఘనపరిమాణం = బావిని తవ్వగా వచ్చిన మట్టి ఘనపరిమాణం

$\pi \times 21 \times 7 \times h = \pi \times 7 \times 7 \times 15$

$h = \frac{7 \times 7 \times 15}{21 \times 7} = 5$మీ.

వృత్తాకార కంకణము(గట్టు)ఎత్తు = 5 మీ.

5. 12 సెం.మీ వ్యాసము, 15 సెం.మీ. ఎత్తు కల్గిన ఒక క్రమవృత్తాకార స్థూపాకృతి పాత్రలో నిండుగా ఐస్క్రీం యున్నది. దానిని 12 సెం.మీ ఎత్తు, 6 సెం.మీ భూవ్యాసముగా కల్గిన శంఖువు ఆకార వస్తువు (కోన్)లో పైభాగము అర్ధగోళా కారంలో ఉండేవిధముగా ఐస్క్రీంను నింపితే, ఆ మొత్తం ఐస్క్రీంను నింపడానికి కావలసిన కోన్ల సంఖ్య ఎంత?

సాధన : క్రమవృత్తాకార స్థూపాకృతి పాత్ర:

వ్యాసము (d)=12cm; వ్యాసార్ధము (r)=6 cm ; ఎత్తు (h)=15 cm

స్థూపాకృతి పాత్ర లో ఐస్క్రీం ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h = \pi \times 6^2 \times 15 = \pi \times 36 \times 15\ cm^3$

శంఖువు :

వ్యాసము (d)=6cm; వ్యాసార్ధము (r)=3 cm ;ఎత్తు (h)=12 cm

శంఖువు ఘనపరిమాణం $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 12 = 36\pi\ cm^3$

అర్ధగోళం :

వ్యాసము (d)=6cm; వ్యాసార్ధము (r)=3 cm

అర్ధగోళం ఘనపరిమాణం $= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 27 = 18\pi cm^3$

1 కోన్ లో గల మొత్తం ఐస్క్రీం ఘనపరిమాణం $=36\pi + 18\pi = 54\pi\ cm^3$

మొత్తం ఐస్క్రీంను నింపడానికి కావలసిన కోన్ల సంఖ్య = $\frac{\text{స్థూపాకృతి పాత్ర లో ఐస్క్రీం ఘనపరిమాణం}}{\text{1 కోన్ లో గల మొత్తం ఐస్క్రీం ఘనపరిమాణం}}$

$= \frac{\pi \times 36 \times 15}{54 \times \pi}$

$= 10$

6. 5.5 సెం.మీ ×10 సెం.మీ. × 3.5 సెం.మీ కొలతలు కల్గిన దీర్ఘఘనముగా మార్చడానికి 1.75 సెం.మీ వ్యాసము, 2మి.మీ మందము కల్గిన ఎన్ని వెండి నాణెములు అవసరమవుతాయి?

సాధన : దీర్ఘఘనము ఘనపరిమాణం $= 5.5 \times 10 \times 3.5 = 55 \times \frac{35}{10} = \frac{11 \times 35}{2} cm^3$

BALABHADRA SURESH

వెండి నాణెము (స్థూపము):

వ్యాసము $(d) = 1.75\ cm,$ వ్యాసార్ధము $(r) = \frac{1.75}{2} = \frac{175}{200} = \frac{7}{8} cm$

మందము $(h) = 2mm = \frac{2}{10} cm$

1 వెండి నాణెము ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{7}{8} \times \frac{2}{10} = \frac{11 \times 7}{16 \times 10}\ cm^3$

కావలసిన వెండినాణెముల సంఖ్య $= \frac{\text{దీర్ఘఘనము ఘనపరిమాణం}}{\text{1 వెండి నాణెము ఘనపరిమాణం}}$

$$= \frac{\frac{11 \times 35}{2}}{\frac{11 \times 7}{16 \times 10}} = \frac{11 \times 35 \times 16 \times 10}{2 \times 11 \times 7} = 400$$

7. **ఒక పాత్ర తిరగబడిన శంఖువు ఆకారంలో ఉన్నది. దాని ఎత్తు 8 సెం.మీ పై భాగము వ్యాసార్ధము 5సెం.మీ పాత్ర పూర్తిగా నీటితో నింపబడి యున్నది. దానిలో 0.5 సెం.మీ వ్యాసార్ధము కల్గిన ఘనగోళమును వేస్తే పాత్రలో యున్న నీటిలో $\frac{1}{4}$వ వంతు పొర్లి బయటికి వస్తుంది అయినచో పాత్రలో వేయగల్గిన మొత్తము ఘనపు గోళముల సంఖ్య ఎంత?**

సాధన : శంఖువు:

వ్యాసార్ధము (r)=5cm

ఎత్తు (h)=8cm

పాత్రలోని నీటి ఘనపరిమాణం $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 8\ cm^3$

ఘనగోళము :

వ్యాసార్ధము $(r) = 0.5cm = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} cm$

1 ఘనపుగోళం ఘనపరిమాణం $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}\ cm^3$

లెక్కప్రకారం

పాత్రలో వేయగల్గిన మొత్తము ఘనపు గోళముల ఘనపరిమాణం $= \frac{1}{4} \times$ పాత్రలోని నీటి ఘనపరిమాణం

పాత్రలో వేయగల్గిన మొత్తము ఘనపు గోళముల సంఖ్య $= \frac{\frac{1}{4} \times \text{పాత్రలోని నీటి ఘనపరిమాణం}}{\text{1 ఘనపుగోళం ఘనపరిమాణం}}$

$$= \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 8}{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi \times 5 \times 5 \times 2 \times 6}{3 \times \pi} = 100$$

8. **28 సెం.మీ వ్యాసము కల్గిన ఒక ఘనపు గోళమును కరిగించి $4\frac{2}{3}$ సెం.మీ వ్యాసం, 3 సెం.మీ ఎత్తు కల్గిన శంఖువులుగా మారిస్తే ఏర్పడే శంఖువుల సంఖ్య ఎంత?**

సాధన : ఘనపుగోళం :

వ్యాసము $(d) = 28\ cm$; వ్యాసార్ధము $(r) = 14\ cm$

BALABHADRA SURESH

ఘనపుగోళం ఘనపరిమాణం $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 14 \times 14 \times 14\ cm^3$

శంఖువు :

వ్యాసము $(d) = 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3} cm$; వ్యాసార్థము $(r) = \frac{14}{2 \times 3} = \frac{7}{3} cm$

ఎత్తు (h)=3 cm

1 శంఖువు ఘనపరిమాణం $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{7}{3} \times \frac{7}{3} \times 3 = \pi \times \frac{7}{3} \times \frac{7}{3}\ cm^3$

ఏర్పడే శంఖువుల సంఖ్య $= \frac{\text{ఘనపుగోళం ఘనపరిమాణం}}{\text{1 శంఖువు ఘనపరిమాణం}}$

$$= \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times 14 \times 14 \times 14}{\pi \times \frac{7}{3} \times \frac{7}{3}}$$

$$= \frac{4 \times 14 \times 14 \times 14 \times 3}{7 \times 7}$$

$= 672$

BALABHADRA SURESH